10. Siliverstovs B., Bilan O. Modelling Inflation Dynamics in Transition Economies: The Case of Ukraine. *DIW Discussion Papers.* Berlin, April 2005. 22 p.

In this paper the problems of inflation in Ukraine (2000–2015) by multilinear regression model was considered. As the indicator of inflation the producer price index was selected. Using the procedure of stepwise regression the factors which have the greatest impact on this indicator were obtained.

Key words: *inflation, GDP deflator, producer price index, regression models, stepwise regression, correlation coefficient.*

Одержано 16.02.2017

УДК 519.8

В. М. Горбачук*, д-р. фіз.-мат. наук, с. н. с.,
О. О. Морозов,** магістр,
П. Г. Неботов*,** магістр

* Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, м. Київ,
** Deloitte, м. Москва, Росія,
*** Державний науково-дослідний інститут інформатизації та моделювання економіки Міністерства економічного розвитку і торгівлі України, м. Київ

МОДЕЛІ ПОВЕДІНКИ ФІРМ РИНКУ ПРИРОДНОГО ГАЗУ

Поведінка фірм ринку Європи на природний газ краще моделюється конкуренцією Курно, ніж ціноотримуванням.

Ключові слова: *конкуренція, олігополія, ціноотримувач, рівновага Курно, транспортні витрати, цінова дискримінація.*

Вступ. Нехай на ринку однорідного продукту виробники можуть користуватися ринковою владою і визначають обсяги виробництва. Розглянемо спочатку несегментований ринок. Позначимо x_i та $C_i(x_i)$ обсяг виробництва та загальні витрати відповідно виробника $i = 1,\ldots,n$. Тоді загальна пропозиція продукту на ринку становить $X = \sum_{i=1}^{n} x_i$, а ринкова ціна є функцією $P(X)$. Виробник i максимізує свій прибуток $\pi_i(\vec{x}) = P(X)x_i - C_i(x_i)$, де $\vec{x} = (x_1,\ldots,x_n)$ — вектор змінних рішення, який включає змінні рішення $x_1,\ldots,x_{i-1},x_{i+1},\ldots,x_n$ суперників. Вважаючи $x_i > 0$, необхідною умовою максимізації прибутку першого порядку є

$$0 = \frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = P + x_i\left(\frac{\partial P}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial x_i} + \frac{\partial P}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial x_i} + \cdots + \frac{\partial P}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial C_i(x_i)}{\partial x_i}.$$

Звідси при однорідності продукту випливає

$$\frac{\partial P}{\partial x_1} = \frac{\partial P}{\partial x_2} = \cdots = \frac{\partial P}{\partial x_n} = p\,,\ 0 = \frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = P + x_i p(1+\theta_i) - c_i\,,$$

де $c_i = \dfrac{\partial C_i(x_i)}{\partial x_i}$ — граничні витрати виробника i, $\theta_i = \sum\limits_{k=1,k\neq i}^{n} \dfrac{\partial x_k}{\partial x_i}$ — сума відгуків $\dfrac{\partial x_k}{\partial x_i}$ усіх суперників на зміну обсягу x_i виробника i. Цю суму називають умовними варіаціями, зважаючи на припущення виробника i стосовно відгуків своїх суперників.

Тоді гранична виручка виробника i становить

$$P + x_i p(1+\theta_i) = c_i\,, \tag{1}$$

де x_i — оптимальний обсяг виробництва.

Залежність (1) охоплює кілька типів поведінки. За гіпотезою Курно виробник i вважає, що його суперники не реагують на зміну його обсягу виробництва, звідки $\dfrac{\partial x_k}{\partial x_i} = 0$, $k \neq i$, $\theta_i = 0$, $P + x_i p = c_i$.

За гіпотезою Бертрана фірма i вважає, що збільшення її обсягу виробництва дорівнюватиме сумарному зменшенню виробництва її суперників, тобто $\theta_i = -1$, звідки

$$P = c_i\,. \tag{2}$$

З іншого боку, рівність (2) є наслідком поведінки фірми i як ціноотримувача, який припускає, що $p = 0$. У загальному випадку відгук $\dfrac{\partial x_k}{\partial x_i}$ має будь-які знак і величину, тобто $\theta_i \neq 0$. Оскільки складно вибирати конкретне значення $\theta_i \in [-1,0]$ [1], то вводяться поняття сумісних припущень, пропонується підхід оцінювання θ_i та відповідної ринкової влади.

Модель Штакельберга є прикладом домінування лідера (leader) L над послідовником (follower) F, де $\theta_L = \dfrac{\partial x_F}{\partial x_L}$ — нахил функції найкращого відгуку послідовника, а лідер вважає послідовника ціноотримувачем, звідки в силу рівностей (1), (2) випливає

$$c_F = P = c_L - x_L p(1+\theta_L)\,.$$

Крім того, $l < n$ виробників можуть діяти як картель, який максимізує по $x_1,\ldots,x_l$ свій сумарний прибуток $\sum\limits_{i=1}^{l} \pi_i$ [2].

Припустимо, що ринок складається з m підринків у просторі. Позначимо x_{ij} обсяг продажу виробника $i = 1, \ldots, n$ на підринку $j = 1, \ldots, m$; позначимо t_{ij} питомі транспортні витрати такого продажу. Як правило, продавцю не вдається покривати всі сегменти ринку. Виробник i максимізує по $x_{ij} \geq 0$ свій прибуток

$$\pi_i = \sum_{j=1}^{m} P_j(X_j)x_{ij} - C_i(x_i) - \sum_{j=1}^{m} t_{ij}x_{ij} ,$$

де $X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij}$ — обсяг продажу всіма фірмами на підринку j, $P_j(X_j)$ — ціна продукту на підринку j, $x_i = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}$.

Тоді за гіпотези Курно умовами (Куна – Такера) оптимізації першого порядку для виробника i є

$$0 \geq \frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}} = P_j + x_{ij}\frac{\partial P_j}{\partial x_{ij}} - \frac{\partial C_i}{\partial x_{ij}} - t_{ij} , \; x_{ij} \geq 0 , \; x_{ij}\frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}} = 0 . \qquad (3)$$

Звідси випливає недодатність граничного прибутку від оптимального продажу: коли $\frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}} > 0$, то можна збільшувати прибуток, збільшивши продаж, що суперечитиме умові максимізації прибутку; $x_{ij}\frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}} = 0$ означає, що при $x_{ij} \geq 0$ граничний прибуток нульовий, а при $\frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}} < 0$ оптимальним є значення $x_{ij} = 0$. Якщо кожний виробник i — ціноотримувач, то його умовами оптимізації є

$$0 \geq \frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}} = P_j - \frac{\partial C_i}{\partial x_{ij}} - t_{ij} , \; x_{ij} \geq 0 , \; x_{ij}\frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}} = 0 . \qquad (4)$$

Порівняємо наслідки різної поведінки виробника при $x_{ij} > 0$. Ціноотримувач i продає регіону j, якщо його чиста ціна $(P_j - t_{ij})$ для цього регіону не менша, ніж його чиста ціна $(P_j - t_{kj})$ для будь-якого регіону $k \neq j$. Отже, фірма продаватиме на підринках з найвищою чистою ціною.

Аналогічно з умов (3) випливає, що за гіпотези Курно виробник i продає регіону j, якщо його чиста гранична виручка $P_j + x_{ij}\frac{\partial P_j}{\partial x_{ij}} - t_{ij}$

для цього регіону не менша, ніж його чиста гранична виручка для будь-якого іншого регіону $k \neq j$:

$$P_j - t_{ij} + x_{ij} \frac{\partial P_j}{\partial x_{ij}} \geq P_j - t_{kj} + x_{kj} \frac{\partial P_j}{\partial x_{kj}} .$$

Це пов'язує чисті ціни й обсяги продажу на підринках: виробник продаватиме більше на близьких підринках, ніж на далеких.

Умови (3) для n взаємопов'язаних задач оптимізації дозволяють обчислювати рівноваги. Було показано, що множина таких умов і товарних балансів є прикладом задачі доповнюваності. Для розв'язання останньої запропоновано алгоритм послідовності лінійних задач доповнюваності — подібний до ньютонівського ітеративний процес, де на кожному кроці для розв'язання лінеаризованих умов застосовується метод Лемке майже доповнюваного обертання (pivoting). Пізніше для задачі (3) застосовувався розв'язувач PATH у системі GAMS (www.gams.com). За певних припущень просторова модель Курно (3) має єдиний розв'язок [3]. Ця модель еквівалентна системі варіаційних нерівностей [4] (автор роботи [4] з 2015 р. очолює Правління Федеральної резервної системи США у Пенсильванії). Умови (3) або (4) можна звести до задачі оптимізації: для обчислення конкурентної рівноваги можна максимізувати суму споживчого і виробничого надлишків при товарних балансах [5]. Питання полягає у з'ясуванні умов існування деякої функції $\Pi(\vec{x})$ такої, що

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_{ij}} = \frac{\partial \pi_i}{\partial x_{ij}}, \ i = 1,\ldots,n, \ j = 1,\ldots,m .$$

Якщо зазначена функція $\Pi(\vec{x})$ існує, то гра n учасників, які максимізують свої функції прибутку, буде рівносильна задачі максимізації функції $\Pi(\vec{x})$ центральним плановиком. Функція $\Pi(\vec{x})$ існує для моделі Курно однорідного продукту з лінійним попитом. Загалом функція $\Pi(\vec{x})$ існує тоді й тільки тоді, коли умови (3) подібні до умов інтегрованості попиту.

На кількох числових прикладах порівняємо розв'язки неконкурентної моделі Курно і конкурентної моделі. Один з прикладів відповідає Statoil. Припустимо, що $n = 4$, $m = 6$, підринки $j = 1,\ldots,m$ мають ідентичний лінійний попит $X_j = 60 - 2P_j$, для якого у $(P_j, X_j) = (10,40)$ цінова еластичність попиту дорівнює

$$\frac{\partial X_j}{\partial P_j}\left(\frac{40}{10}\right)^{-1} = -2\frac{1}{4} = -0.5 \qquad (5)$$

(-0.25 у роботі [1]). Вивчалися попит домогосподарств Європи й еластичність попиту Північної Америки [6]. Фірми $i = 1, \ldots, n$ мають ідентичну нелінійну функцію граничних витрат

$$c_i = 4.1667 + \left(\frac{x_i}{40.166} \right)^3 ,$$

для якої у точці $(c_i, x_i) = (7.5, 60)$ цінова еластичність пропозиції $x_i(c_i)$ (обернених граничних витрат) $x_i = 40.166 \sqrt[3]{c_i - 4.1667}$ рівна

$$\frac{\partial x_i}{\partial c_i} \left(\frac{60}{7.5} \right)^{-1} = \frac{40.166(7.5 - 4.1667)^3}{3(7.5 - 4.1667)^2} \times \frac{7.5}{60} = 6 \times \frac{7.5}{60} = 0.75 \qquad (6)$$

(вивчалася еластичність пропозиції Північної Америки [6]). Припустимо, ці залежності мають місце на часовому горизонті 3–5 років. Простір задається різними питомими транспортними витратами t_{ij} (Західної Європи) вздовж найбільш економних маршрутів, припускаючи, що мережеві потужності є достатніми для пропуску будь-яких потоків (табл. 1).

Таблиця 1

i / j	1	2	3	4	5	6
1	1.4	2	1.9	2.7	3.7	3.5
2	0.5	1.2	0.9	1.7	2.6	2.5
3	2.6	3.3	1.8	2.3	2.2	3.3
4	3.5	3.3	2.5	2.5	1	2

Конкурентні рівноваги (competitive equilibria, CE) та неконкурентні рівноваги (non-competitive equilibria, NCE) відрізняються кількома чинниками. Моделювання дає такі CE для торгових потоків x_{ij}, загальних поставок x_i, граничних витрат c_i кожного виробника, а також агрегованих поставок X_j і цін P_j на кожному підринку [7] (табл. 2).

Таблиця 2

i / j	1	2	3	4	5	6	x_i	c_i
1	17.287	41.421	0	0	0	0	58.71	7.29
2	25.334	0	38.541	0	0	0	63.88	8.19
3	0	0	3.280	40.821	14.612	0	58.71	7.29
4	0	0	0	0	26.409	39.021	65.43	8.49
X_j	42.621	41.421	41.821	40.821	41.021	39.021		
P_j	8.69	9.29	9.09	9.59	9.49	10.49		

Моделювання дає такі NCE для торгових потоків x_{ij}, загальних поставок x_i, граничних витрат c_i кожного виробника, а також агрегованих поставок X_j і цін P_j на кожному підринку [7] (табл. 3).

Таблиця 3

$i\,/\,j$	1	2	3	4	5	6	x_i	c_i
1	10.19	9.71	8.83	8.07	6.19	7.31	50.28	6.13
2	10.82	10.14	9.66	8.90	7.22	8.14	54.85	6.71
3	7.85	7.17	9.09	8.93	9.25	7.77	50.03	6.10
4	5.91	7.03	7.55	8.39	11.51	10.23	50.61	6.17
X_j	34.756	34.036	35.116	34.276	34.156	33.436		
P_j	12.62	12.98	12.44	12.86	12.92	13.28		

Звідси випливає, що сумарні агреговані поставки $A=\sum_{j=1}^{m} X_j$ для CE дорівнюють 246.726, а для NCE — 205.776, тобто є меншими на $\frac{246.726-205.776}{246.726}=16.6$ % (20 % у роботі [1]); середньозважена за підринками ціна $\sum_{j=1}^{m} P_j \frac{X_j}{A}$ для CE дорівнює 9.425, а для NCE — 12.848, тобто є більшою на $\frac{12.848-9.425}{9.425}=36.3$ % (86 % у роботі [1]).

Хоча функції попиту і граничних витрат ідентичні поміж регіонів, обсяги регіонального виробництва і споживання різні внаслідок різних транспортних витрат. Припущення (5) і (6) відповідають відносним відмінностям обчислених обсягів і цін для регіонів, а також для будь-якого даного регіону.

Якщо NCE має $n\,m=4\times 6=24$ (рівноважних) додатних торгових потоків між усіма $n=4$ виробниками та всіма $m=6$ регіонами, то CE має лише 9 додатних торгових потоків. Якщо транспортні витрати t_{ij} виробника i не дуже відрізняються поміж регіонів j, то цей виробник за гіпотези Курно постачатиме до всіх регіонів, а NCE матиме $n\,m$ додатних торгових потоків. Однак виробник-ціноотримувач постачатиме лише декілька сусідніх регіонів, бо прагне постачання з найменшими витратами: CE має середні питомі транспортні витрати $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} t_{ij}\frac{x_{ij}}{A}=1.584$, а NCE — 2.157. Мінімальні транспортні витрати для CE означають щонайбільше $(n+m-1)$ додатних торгових потоків. Ця кількість потоків відома у дослідженні операцій як число змінних у базисному розв'язку транспортної моделі лінійного програмування, а у теорії торгівлі ці потоки означають відсутність зустрічних перевезень (no cross-hauling) [8].

Висновки. Диверсифікація споживачів природного газу загострює конкуренцію його продавців [5].

Список використаних джерел:

1. Egging R., Gabriel S.A. Examining market power in the European natural gas market. *Energy policy*. 2006. 34 (17). P. 2762–2778.
2. Gorbachuk V. M. The cartel optimum and the reasonable Cournot-Nash equilibrium for fractional objective functions. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2008. 40 (12). P. 61–69.
3. Kolstad C. D., Mathiesen L. Computing Cournot-Nash equilibria. *Operations research*. 1991. 39 (5). P. 739–748.
4. Harker P. T. Alternative models of spatial competition. *Operations research*. 1986. 34 (3). P. 410–425.
5. Горбачук В. М., Морозов О. О., Неботов П. Г. До моделювання ринку Європи на природний газ. *Інфраструктура ринку*. 2017. Вип. 3.
6. Huntington H. G. U.S. natural gas markets: a structural model comparison. *Journal of policy modeling*. 1992. 14 (1). P. 13– 39.
7. Mathiesen L. Price patterns resulting from different producer behavior in spatial equilibrium. Bergen, Norway: Norwegian School of Economics, 2012. 19 p.
8. Ермольев Ю. М., Мельник И. М. Экстремальные задачи на графах. К.: Наукова думка, 1968. 176 с.

The behavior of firms in the Europe’s market on natural gas is modelled by the Cournot competition better than by the price taking.

Key words: *competition, oligopoly, price taker, Cournot equilibrium, transport costs, price discrimination.*

Одержано 16.02.2017