

УДК 004.9:004.75

**Ю. М. Лисецкий**, д-р техн. наук  
ДП «ЭС ЭНД ТИ УКРАИНА», г. Киев

## ТЕХНОЛОГИЯ АНАЛИЗА СОГЛАСОВАННОСТИ И ДОСТОВЕРНОСТИ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК

Приведены методы анализа экспертной информации. Предложена технология анализа экспертных оценок путем применения последовательности методов выявления неоднородности мнений экспертов, которая позволяет ускорить определение их согласованности и достоверности. Описан алгоритм реализации технологии.

**Ключевые слова:** *технология, анализ, экспертные оценки, согласованность и достоверность мнений.*

**Введение.** При исследовании систем широко используется моделирование [1, 2]. Моделируя систему, осуществляем тем самым прогнозирование за счет решения задач идентификации неизвестных зависимостей и их оптимизации на основе статистической и экспертной информации [3]. Моделирование систем является информационно-аналитическим процессом, который базируется на ретроспективных данных, статистической информации о подобных системах, результатах прогнозирования или оценках экспертов [4]. Это объясняется сложностью, как исследуемых систем, так и отсутствием надежных экспериментальных данных [5]. В таких случаях экспертные процедуры являются эффективным, а иногда и единственным средством решения задач и требуют привлечения группы высокопрофессиональных специалистов [6]. Основное преимущество групповой оценки заключается в возможности разностороннего анализа как количественных, так и качественных аспектов решаемой проблемы [7]. Но групповая оценка может считаться достаточно надежной только при условии хорошей согласованности мнений участвующих в экспертизе специалистов. Поэтому обработка информации, полученной от экспертов, должна включать в себя оценку степени согласованности мнений и выявление причин их неоднородности [8].

**Цель статьи.** Разработать технологию анализа экспертных оценок путем применения последовательности методов выявления неоднородности мнений экспертов для ускорения определения их согласованности и достоверности.

**Основная часть. Методы анализа экспертной информации.** Это можно сделать с помощью статистической обработки информации, полученной от экспертов [9]. В этом случае полученные от экс-

пертов оценки могут рассматриваться как случайная переменная и поэтому для анализа разброса и согласованности оценок применяются следующие статистические характеристики:

- среднее значение оценок, которое характеризует обобщённое мнение экспертов по альтернативам

$$\hat{y}_3 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_j ; \quad (1)$$

- среднее квадратичное отклонение, характеризующее разброс мнения отдельных экспертов относительно среднего значения

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{D}(y)} ; \quad (2)$$

- коэффициент вариации, характеризующий вариабельность, рассчитываемую в виде отношения среднего квадратичного отклонения к средней арифметической.

$$V = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{y}_3} . \quad (3)$$

С точки зрения математической статистики оценки  $y_i$ , существенно отличающиеся от среднего значения, могут считаться случайными. Поэтому было введено понятие противоречивости мнения эксперта  $k$  обобщённому мнению всех экспертов, которое основывается на допущении, что мнение  $y_k$  эксперта  $k$  является крайним среди мнений  $m$  экспертов. Анализ противоречивости мнения эксперта  $k$  проводится с использованием оценки аномальности результатов при неизвестной генеральной дисперсии, суть которого заключается в следующем. Вычисляется вероятность того, что величина

$$t = \frac{(y_k - \hat{y}_3)}{\sqrt{\hat{D}(y)}} \quad (4)$$

превзойдёт некоторый заданный максимум  $\beta$  :

$$\alpha = P\{y_k - \hat{y}_3 < \beta \sqrt{\hat{D}(y)}\} . \quad (5)$$

Если эта вероятность достаточно велика (например, больше 0,05–0,10), то гипотеза об аномальности  $y_k$  может быть отброшена, в противном случае — принята. Исходя из этого «противоречивым» будем считать мнение эксперта  $y_k$ , при котором выполняется неравенство

$$y_k - \hat{y}_3 < \beta \sqrt{\hat{D}(y)} \quad (6)$$

с вероятностью, меньшей некоторого предела  $\alpha'$ . Обычно за  $\alpha'$  принимают величину порядка 0,05 и менее. Если неравенство не выполняется, значит, мнение эксперта не противоречиво.

Для оценки меры сходства мнений каждой пары экспертов используются коэффициенты ассоциации, с помощью которых учитывается лишь число совпадающих или несовпадающих ответов и не учитывается их последовательность [9]. Информационная мера близости ответов двух экспертов, предложенная Устюжаниновым, вычисляется по формуле:

$$S_{ij} = \frac{2m_{ij}}{t_i \log_2 \left( 1 + \frac{t_i}{t_j} \right) + t_j \log_2 \left( 1 + \frac{t_j}{t_i} \right)}, \quad (7)$$

где  $m_{ij}$  — количество признаков, одинаково оценённых  $i - m$  и  $j - m$  экспертами;  $t_i$  — количество признаков, оценённых  $i - m$  экспертом;  $t_j$  — количество признаков, оценённых  $j - m$  экспертом.

Величина  $S_{ij}$  меняется в пределах от 1 до 0, причём  $S_{ij} = 1$  указывает на полное совпадение мнений опрашиваемых, а  $S_{ij} = 0$  — на полное различие мнений.

Для более точной оценки согласованности мнений экспертов используют методы ранговой корреляции [10]:

1. Коэффициент ранговой корреляции Кендалла, как одна из выборочных мер зависимости двух случайных величин (признаков)  $X$  и  $Y$  основана на ранжировании элементов выборки  $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ . Таким образом, коэффициент ранговой корреляции Кендалла относится к ранговым статистикам и определяется формулой

$$k = \frac{2S(r_1, \dots, r_n)}{n(n-1)}, \quad (8)$$

где  $r_i$  — ранг  $Y$ , принадлежащего той паре  $(X, Y)$ , для которой ранг  $X$  равен  $i$ ,  $S = \frac{2N - n(n-1)}{2}$ ;  $N$  — число элементов выборки, для которых одновременно  $j < i$  и  $r_j < r_i$ . Всегда  $-1 \leq k \leq 1$ .

Коэффициент ранговой корреляции Кендалла применяется для проверки гипотезы независимости случайных величин.

Если гипотеза независимости верна, то  $E_k = 0$  и  $D_k = \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}$ .

При небольшом объёме выборки ( $4 \leq n \leq 10$ ) проверка статистической гипотезы независимости производится с помощью специальных таблиц. При  $n > 10$  пользуются нормальным приближением для распределения  $k$ .

Коэффициент ранговой корреляции Кендалла, как и любая ранговая статистика, может использоваться для обнаружения зависимости двух качественных признаков, если только элементы выборки можно упорядочить относительно этих признаков.

2. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена, также является мерой зависимости двух случайных величин (признаков)  $X$  и  $Y$ . Если ранги значений  $X$  расположены в естественном порядке  $i = 1, \dots, n$  а  $R_i$  — ранг  $Y$ , соответствующий той паре  $(X, Y)$ , для которой ранг  $X$  равен  $i$ , то коэффициент ранговой корреляции Спирмена определяется формулой

$$\rho_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (9)$$

где  $d_i$  — разность между рангами  $X_i$  и  $Y_j$ .

Значение  $\rho_s$  меняется от  $-1$  до  $+1$ , причём  $\rho_s = +1$ , когда последовательности рангов полностью совпадают, то есть  $i = R_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена, также, как ранговая статистика, применяется для проверки гипотезы независимости двух признаков. Если признаки независимы, то  $E_{\rho_s} = 0$ ,  $D_{\rho_s} = \frac{1}{n} - 1$ .

Таким образом, по величине отклонения  $\rho_s$  от нуля можно сделать вывод о зависимости или независимости признаков.

При анализе оценок, полученных от экспертов, часто возникает необходимость выявить согласованность их мнений по нескольким альтернативам, оказывающим влияние на один конечный результат. В этом случае согласованность мнений экспертов оценивается с помощью коэффициента конкордации  $W$  — общего коэффициента ранговой корреляции для группы, состоящей из  $m$  экспертов [9].

Если мнения экспертов представляют собой ранжированные оценки, то коэффициент конкордации определяют по формуле

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m \sum_{t_j} (t_j^3 - t_j)}, \quad (10)$$

где  $S$  — сумма квадратов разностей /отклонений/;

$S = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^m X_{ij} - \bar{S} \right)^2$ ;  $\bar{S} = \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{n}$ ;  $S_i = \sum_{j=1}^m X_{ij}$ ;  $n$  — число альтернатив;

$m$  — число экспертов;  $X_{ij}$  — ранг  $i$ -й альтернативы, присвоенный ему  $j$ -м экспертом;  $t_j$  — число одинаковых рангов, которые присваивает разным альтернативам  $j$ -й эксперт.

Чтобы оценить значимость коэффициента конкордации пользуются критерий  $\chi^2$  :

$$\chi^2 = (n-1) \times m \times W . \quad (11)$$

Найденное значение должно быть больше табличного  $\chi^2$  , определяемого числом степени её свободы и уровнем доверительной вероятности. Это подтверждает значимость коэффициента конкордации.

Если мнения экспертов получены в результате парных сравнений, то для определения коэффициента конкордации составляется матрица предпочтений, в которой числа  $P_{ij}$  показывают, сколько раз альтернатива  $i$  была предпочтительнее альтернативы  $j$  по мнению  $m$  экспертов. В результате проведения  $Cn^2$  таких сравнений отдаётся предпочтение каким-то  $\frac{1}{2}Cn^2$  альтернативам по сравнению с остальными  $\frac{1}{2}Cn^2$  альтернативами. Очевидно, что при полном согласии  $m$  экспертов  $Cn^2$  ячеек матрицы будут содержать число  $q = m$ , а в остальных ячейках будут нули. При минимальном согласии каждая ячейка будет содержать  $q = \frac{1}{2}m$  , если число экспертов чётное, и  $q = \frac{1}{2}(m+1)$ , если оно нечётное. Исходя из этого, коэффициент согласия при парном сравнении определяется по формуле

$$V = \frac{4}{m(m-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{C^2 P_{ij}}{n(n-1)} . \quad (12)$$

Оценка значимости коэффициента конкордации при парном сравнении, также производится с использованием критерия  $\chi^2$  :

$$\chi^2 = (n-1) \times m \times V , \quad (13)$$

значение которого сравнивают с табличным  $\chi^2$  , для определенного числа степеней свободы и уровня доверительной вероятности.

**Технология анализа экспертных оценок.** Для ускорения определения согласованности и достоверности экспертных оценок предлагается технология анализа экспертных мнений, путем применения последовательности методов выявления их неоднородности. Сущность технологии заключается в следующем.

В первую очередь необходимо оценить согласованность мнений экспертов с помощью коэффициента конкордации. Если коэффициент конкордации значим, то мнения группы экспертов согласованы и дальнейший анализ можно не проводить.

Если мнения экспертов окажутся не согласованными, то для оценки меры сходства мнений каждой пары экспертов надо рассчитать коэффициенты ассоциации по Устюжанинову.

Для более точной проверки согласованности мнений экспертов необходимо использовать метод ранговой корреляции Спирмена, с помощью которого коэффициент вычисляется проще и быстрее, чем коэффициент ранговой корреляции Кендалла.

При наличии несогласованности мнений экспертов продолжить анализ для выявления причин их неоднородности и провести проверку на противоречивость мнений, в ходе которой выявляются эксперты, мнения которых существенно отличаются от обобщенного мнения группы.

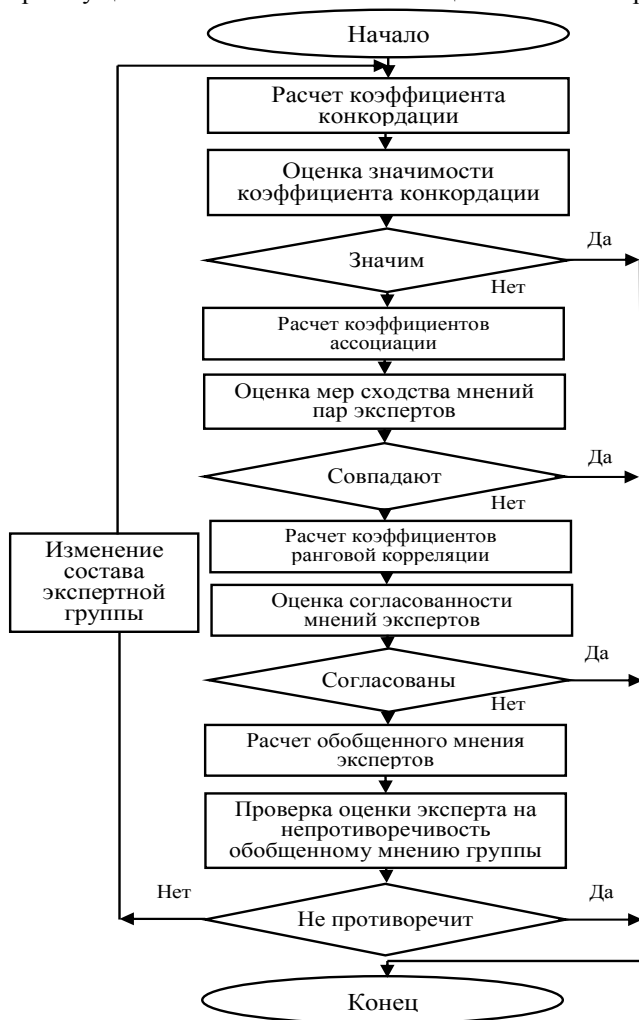


Рис. 1. Блок-схема алгоритма технологии анализа экспертных оценок

Предложенная технология анализа экспертных оценок может быть алгоритмизирована (рис. 1).

Данный алгоритм был программно реализован на языке C++ [11]. С помощью программной реализации проводились практические исследования, которые экспериментально подтвердили эффективность предложенной технологии.

**Заключение.** Недостаточные полнота и достоверность информации часто не позволяют применить математические методы для решения задач моделирования. В этих условиях применение экспертных технологий обеспечивает активное и целенаправленное участие специалистов на всех этапах построения моделей, что позволяет существенно повысить их адекватность, исследуемым системам. Очевидно, что ответственным этапом в этих случаях, является анализ мнений экспертов, который включает проверку их согласованности и достоверности. Несмотря на то, что это достаточно трудоемкий процесс, его качественное проведение возможно, с помощью предложенной технологии анализа экспертных оценок, путем применения последовательности методов выявления неоднородности мнений экспертов, которая позволяет ускорить определение их согласованности и достоверности.

#### Список использованной литературы:

1. Томашевский В. М. Моделирование систем / В. М. Томашевский — К. : Вид. гр. БХВ, 2005. — 352 с.
2. Молчанов А. А. Моделирование и проектирование сложных систем / А. А. Молчанов. — К. : Выща школа, 1988. — 339 с.
3. Лисецкий Ю. М. Некоторые подходы к построению моделей сложных систем / Ю. М. Лисецкий // Восьма міждунар. наук.-практ. конф. «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС'2013», (Київ — Жукин, 24–28 червня 2013 р.). — К. ; Жукин, 2013. — С. 326–330.
4. Лисецкий Ю. М. Математические модели и методы в технологи исследования сложных систем / Ю. М. Лисецкий // Дев'ята міжнар. наук.-практ. конф. «Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС'2014», (Київ — Жукин, 23–27 червня 2014 р.). — К. ; Жукин, 2014. — С. 255–259.
5. Ивахненко А. Г. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным / А. Г. Ивахненко, Ю. П. Юрачковский. — М. : Радио и связь, 1987. — 120 с.
6. Гнатієнко Г. М. Експертні технології прийняття рішень : [монографія] / Г. М. Гнатієнко, В. Є. Снитюк. — К. : McLaut, 2008. — 444 с.
7. Китаев Н. Н. Групповые экспертные оценки / Н. Н. Китаев. — М. : Экономика, 1975. — С. 64.
8. Литвак Б. Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа / Б. Г. Литвак. — М. : Радио и связь, 1984. — С. 118.
9. Бешелев С. Д. Математико-статистические методы экспертных оценок / С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич. — М. : Статистика, 1980. — 263 с.

10. Кендалл М. Ранговые корреляции / М. Кендалл. — М. : Статистика, 1975. — С. 174.
11. Лисецкий Ю. М. Об автоматизации экспертных оценок / Ю. М. Лисецкий, Н. П. Карвина // Математичні машини і системи. — 2008. — № 1. — С. 151–162.

There are given methods of expert information analysis. There is proposed a technology to analyse expert opinions by means of application of the sequence of methods for discovery of the opinions' heterogeneity. The technology accelerates determination of the opinions consistency and reliability. The algorithm of technology implementation is described.

**Key words:** *technology, analysis, expert assessments, consistency and reliability of opinions.*

Отримано: 03.10.2017

УДК 519.6:517.968:27.23.21+27.41.19

**В. І. Мороз**, д-р техн. наук, професор,  
**О. М. Уханська**, канд. фіз.-мат. наук

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

### **ДИСКРЕТИЗАЦІЯ ІНТЕГРАЛУ ЗГОРТКИ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДИФІКОВАНОГО Z-ПЕРЕТВОРЕННЯ**

У статті запропоновано спосіб дискретизації інтегралу згортки з використанням модифікованого z-перетворення для знаходження моделювальних рекурентних формул. Використання отриманих формул показано на прикладі розв'язування задачі аналізу перехідних процесів у простому електричному колі.

**Ключові слова:** *електричні кола, інтегральні рівняння, комп'ютерне моделювання, перехідні процеси, z-перетворення.*

**Постановка проблеми.** Моделювання перехідних процесів у сучасних електричних системах, які описують десятками, сотнями, а то й тисячами диференціальних та інтегральних рівнянь, є достатньо складною задачею навіть зі сучасним рівнем комп'ютерної техніки і традиційних методів розв'язування [1]. Проблема полягає в тому, що у випадку застосування числових методів на поведінку досліджуваної системи, що описана відповідними рівняннями динаміки, накладається ще й поведінка використаного числового методу. Як показано в роботах [2–4], внаслідок дискретизації числовими інтеграторами неперервної моделі динамічної системи в одержаній цифровій моделі з'являються додаткові нулі та полюси результуючої дискретної передатної функції та відповідні зміни в амплітудних і фазних частотних