УДК 004.942:519.876.5

А. Ф. Верлань*, д-р техн. наук, професор,
В. А. Федорчук,** д-р техн. наук, професор

*Інститут проблем моделювання в енергетиці
імені Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ,
**Кам’янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка, м. Кам’янець-Подільський

ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ В СИСТЕМАХ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ТА КЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ З УРІЗАННЯМ СПЕКТРУ ЯДРА ІНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

При розв’язуванні задач керування, контролю та діагностики важливе значення має достовірність результатів спостережень, які отримуються за допомогою різноманітних вимірювальних перетворювачів. Покращення технічних характеристик таких приладів є актуальною задачею, оскільки темпи зростання вимог до точності систем спостереження випереджають темпи зростання технічних можливостей, обмежених часто не лише існуючими техніко-економічними умовами, а й фізичними можливостями відповідних приладів для прямих вимірювань. Одним із способів підвищення роздільної здатності вимірювальних перетворювачів є отримання залежностей, що характеризують досліджувані процеси і об'єкти, за результатами непрямих вимірювань шляхом розв’язування задачі обернення операторів, що описують об'єкти і системи спостереження.

В роботі запропоновано підхід до побудови математичних моделей динамічних об'єктів і систем на основі використання математичних моделей, що описуються в інтегральній формі. Розглянуто питання застосування інтегральних моделей при розв’язуванні задач відновлення сигналів, які реєструються на виході вимірювальних перетворювачів системи спостереження. Запропоновано новий метод, що дає змогу підвищити точність при розв’язуванні обернених задач, які описуються інтегральними рівняннями Фредгольма першого роду, шляхом усічення спектра ядра інтегрального оператора. Виконано числові експерименти щодо дослідження впливу похибки обернення ядра інтегрального оператора на точність і стійкість розв’язування інтегральних рівнянь згортки першого роду в спектральній області.

Запропоновані в роботі способи опису математичних моделей і алгоритмічні та програмні засоби їх комп'ютерної реалізації дають змогу підвищити ефективність розробки і проектування керованих динамічних об’єктів і систем завдяки розширенню спектра математичних описів динамічних об’єктів, що дозволяє більш повно і адекватно відображати властивості реальних систем, а також застосовувати більшу кількість способів числової реалізації моделей, адаптуючи алгоритми до певних класів задач.

Ключові слова: *підвищення роздільної здатності вимірювань, математична модель, задача відновлення сигналу, метод регуляризації.*

Вступ. Важливою проблемою дослідження і контролю динамічних об'єктів є розв'язування задач інтерпретації результатів спостережень (в тому числі відновлення вхідних сигналів датчиків) і задач ідентифікації. В основному подібні задачі виникають внаслідок недоступності безпосередньому спостереженню багатьох процесів, що протікають, наприклад, в умовах високих температур, тисків і швидкостей, а також складності створення відповідних приладів для прямих вимірювань. При цьому залежності, що характеризують досліджувані процеси і об'єкти, можна отримати за результатами непрямих вимірювань шляхом розв'язування задачі обернення операторів, що описують об'єкти і системи спостереження [1, 2, 4–6].

Застосування математичних методів для підвищення точності спостережень обумовлено тим, що темпи зростання вимог до точності систем спостереження випереджають темпи зростання їх технічних можливостей, обмежених часто не тільки існуючими техніко-економічними умовами, а й фізичними межами. При цьому наслідком обмеженості роздільної здатності систем спостереження є труднощі в інтерпретації багатьох експериментальних залежностей, що отримуються в дослідженнях і на виробництві.

У зв'язку з цим актуальною задачею є розробка нових і вдосконалення існуючих алгоритмів, що дають змогу будувати ефективні обчислювальні засоби оперативної інтерпретації залежностей, що спостерігаються в ході проведення натурних експериментів, де результати спотворюються внаслідок недосконалості засобів спостереження.

Постановка задачі. Розглянемо один з можливих способів підвищення точності розв'язування задачі відновлення сигналів.

Задача відновлення істинного сигналу $y(x)$, що спостерігається на вході приладу, за функцією $f(x)$, що виміряна на його виході зводиться до розв'язування інтегрального рівняння Фредгольма I роду [4]:

$$Ky \equiv \int_a^b K(x,s)\,y(s)\,ds = f(x),\; c \le x \le d\,, \tag{1}$$

де $K(x, s)$ — апаратна функція приладу.

Найбільший практичний інтерес має випадок, коли апаратна функція не залежить від x, тобто ядро інтегрального рівняння (1) є ядром згортки: $K(x, s) = K(x - s)$. Це припущення широко використовується в різних фізичних і технічних прикладних задачах, так як майже при всіх вимірюваннях можна вибрати таку змінну x, при якій функція роздільної здатності не буде залежати від x або буде залежати від неї слабо. Тоді її зміною на відрізку довжиною $2\Delta(x)$ можна знехтувати. Системи, що задовольняють цій умові, носять загальну назву однорідних або інваріантних до зсуву (в теорії автоматичного управління вони називаються стаціонарними системами).

В цьому випадку рівняння (1) приймає наступний вигляд:

$$\int_a^b K(x-s)\,y(s)\,ds = f(x),\ c \le x \le d\ . \tag{2}$$

Будемо вважати, що $\operatorname{supp} y(s) \subseteq [a,b]$, $\operatorname{supp} f(x) \subseteq [c,d]$, де supp — локальний носій (область, взагалі кажучи, ненульових значень функції), тобто $y(s)=0$ при $s \notin [a,b]$ і $f(x)=0$ при $x \notin [c,d]$, тобто рівняння (2) можна записати як рівняння типу згортки

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x-s)\,y(s)\,ds = f(x),\ -\infty \le x \le \infty \tag{3}$$

і вважати записи (2) та (3) рівноправними.

Зворотна задача (1) є некоректно поставленою, за визначенням Адамара, внаслідок нестійкості розв'язку $y(s)$. Тому для розв'язування рівняння (1) застосовуються методи регуляризації. Рівняння (2) (або (3)) можна розв'язувати в принципі тими ж методами і за допомогою тих же обчислювальних алгоритмів, що і рівняння більш загального вигляду (1). Однак доцільніше отримувати розв'язки за допомогою модифікованих методів і алгоритмів, які враховують специфіку рівняння (2) (або (3)).

Основна частина. У класичному методі розв'язок рівняння типу згортки (2) подають у вигляді зворотного перетворення Фур'є [4]:

$$y(s) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(\omega)\,e^{-i\omega s}\ d\omega,\ -\infty < s < \infty\ , \tag{4}$$

де спектр (Фур'є-образ) розв'язку:

$$Y(\omega) = \frac{F(\omega)}{\lambda(\omega)}, \tag{5}$$

причому

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,e^{i\omega x}dx \tag{6}$$

— спектр правої частини, а

$$\lambda(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K(x)\,e^{i\omega x}dx \tag{7}$$

— спектр ядра. В результаті, якщо при $\omega \to \infty$ спектри $F(\omega)$ і $\lambda(\omega)$ прямують до нуля узгоджено так, що

$$\lim_{\omega\to\infty}\frac{F(\omega)}{\lambda(\omega)}=0 \tag{8}$$

і інтеграл (4) сходиться, то розв'язок $y(s)$ існує (і є єдиним) і подається формулою (4).

Для розв'язування практичних задач відновлення сигналів формулу (4) зручно записати у вигляді:

$$y(s)=\int_{-\infty}^{\infty}R(s-x)\,f(x)\,dx\,, \tag{9}$$

де

$$R(s)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-i\omega s}}{\lambda(\omega)}\,d\omega\,. \tag{10}$$

Така форма запису зручна тим, що функція $R(s)$ може обчислюватись завчасно (до того, як відомо функцію $f(x)$) і лише один раз. А далі, для функцій $f(x)$ можуть досить швидко знаходитись відповідні розв'язки $y(s)$.

Однак, розв'язки (4) і (9) отримуються нестійкими внаслідок того, що високі гармоніки у розв'язку $y(s)$ надзвичайно сильно залежать навіть від дуже малих похибок в $f(x)$.

Для усунення високої чутливості $Y(\omega)$ (при великих ω) до похибок $f(x)$ можна використати прийом урізання спектральної функції $F(\omega)$, який полягає в наступному [4, 6].

Нехай права частина $f(x)$ виміряна лише в точках $x_n = nh$, що розміщені на осі x з постійним кроком h, і значення її в цих точках є f_n. В такому випадку, як стверджує теорема Котельникова [5], існує одна і тільки одна функція $f(x)$, яка приймає в точках x_n значення f_n і яка володіє такою властивістю, що її спектральна функція $F(\omega)$ перетворюється в нуль при $|\omega| > \omega_{\max} = \pi/h$, тобто вона належить простору $S_{\pi/h}$.

Отже, якщо $\lambda(\omega)$ в інтервалі $-\pi/h < \omega < \pi/h$ ніде не перетворюється в нуль, то рівняння (2) має в $S_{\pi/h}$ єдиний розв'язок, який (по аналогії з (9)–(10)) можна записати у вигляді

$$y(s)=\int_{c}^{d}K^{(-1)}(s-x)\,f(x)\,dx\,, \tag{11}$$

де

$$K^{(-1)}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/h}^{\pi/h}\frac{e^{-i\omega s}}{\lambda(\omega)}\,d\omega \tag{12}$$

є ядром зворотного оператора $K^{(-1)}$, яке, так же як і ядро оператора K є ядром згортки.

Однак, як показує аналіз [6], в типових практичних випадках величина похибки розв’язку в просторі $S_{\pi/h}$ може бути досить значною.

Стійкий ефективний алгоритм розв’язування рівнянь згортки типу (2) дає метод регуляризації Тихонова.

Під регуляризацією розв’язку за Тихоновим [4, 6] розуміється побудова сімейства зворотних операторів, які залежать від деякого числового параметра α, який називають параметром регуляризації. Кожний оператор сімейства дає розв’язок коректної задачі, причому при узгодженому прямуванню до нуля параметра α і похибки у вихідних даних, розв’язок коректної задачі прямує до істинного розв’язку відповідної некоректної задачі.

Спосіб побудови регуляризуючих операторів в методі А. Н. Тихонова базується на варіаційному принципі і полягає у розв’язуванні задачі мінімізації так званого згладжувального функціоналу

$$\begin{aligned}\Phi_\alpha[y,f] &= \int_{-\infty}^{\infty}\left[Ay - f(x)\right]^2 dx + \alpha\,\Omega[y] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_c^d K(x-s)\,y(s)\,ds - f(x)\right]^2 dx + \alpha\,\Omega[y].\end{aligned} \tag{13}$$

Стабілізуючий функціонал (стабілізатор) $\Omega[y]$, зазвичай, записується у вигляді

$$\Omega[y] = \int_{-\infty}^{\infty}\left\{\sum_{k=0}^{n} q_k\left[\frac{d^k y(s)}{d s^k}\right]^2\right\}ds = \int_{-\infty}^{\infty} M(\omega)\left|Y(\omega)\right|^2 d\omega, \tag{14}$$

де

$$M(\omega) = \sum_{k=0}^{n} q_k \omega^{2k},\ \ q_k \ge 0 \tag{15}$$

— регуляризація цілого n-го порядку, або

$$\Omega[y] = \int_{-\infty}^{\infty} M(\omega)\left|Y(\omega)\right|^2 d\omega, \tag{16}$$

де

$$M(\omega) = \left|\omega\right|^{2q},\ \ q \ge 0 \tag{17}$$

— регуляризація, взагалі кажучи, нецілого q-го порядку.

В обох випадках регуляризований розв’язок є екстремаллю функціоналу (13), що записується у вигляді:

$$y_\alpha(s) = \int_c^d R_\alpha(s-x)\,f(x)\,dx, \tag{18}$$

де

$$R_\alpha(s) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} z(\omega,\alpha) \frac{e^{-i\omega s}}{\lambda(\omega)}\, d\omega\,, \tag{19}$$

$$z(\omega,\alpha) = \frac{L(\omega)}{L(\omega) + \alpha M(\omega)} \tag{20}$$

— так званий стабілізаційний множник,

$$L(\omega) = \mathrm{Re}^2\,\lambda(\omega) + \mathrm{Im}^2\,\lambda(\omega) = \lambda(\omega)\,\lambda(-\omega) = \left|\,\lambda(\omega)\right|^2. \tag{21}$$

При $\alpha = 0$, тобто при відсутності регуляризації маємо: $z(\omega,\alpha) = 1$ і резольвента (19) рівна

$$R(s) = K^{(-1)}(s) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega s}}{\lambda(\omega)}\, d\omega\,, \tag{22}$$

тобто рівна зворотному перетворенню Фур'є від $\lambda^{-1}(\omega)$, де $\lambda(\omega)$ — перетворення Фур'є від ядра *K*.

Отже, оператор R_α отримується шляхом обернення ядра інтегрального рівняння з використанням стабілізуючого множника $z(\omega,\alpha)$.

При практичній реалізації викладеного вище стійкого методу розв'язування рівнянь згортки типу (2) (або (3)) використовується суміщення методів регуляризації Тихонова з розв'язуванням в просторі $S_{\pi/h}$. При цьому формула (19) набуває вигляду:

$$R_\alpha(s) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\pi/h}^{\pi/h} z(\omega,\alpha) \frac{e^{-i\omega s}}{\lambda(\omega)}\, d\omega\,. \tag{23}$$

У випадку, коли $K(x)$ і $f(x)$ (а значить, і $y(s)$) дійсні, використовуючи формулу Ейлера $e^{i\omega s} = \cos(\omega s) + i\sin(\omega s)$ та враховуючи, що інтеграли по ω від непарних функцій рівні нулю, формулу (23) можна привести до вигляду [4]:

$$R_\alpha(s) = \frac{1}{\pi}\left[\int\limits_0^{\omega_{\max}} \frac{\mathrm{Re}\,\lambda(\omega)}{L(\omega)+\alpha M(\omega)}\cos(s\omega)\,d\omega - \int\limits_0^{\omega_{\max}} \frac{\mathrm{Im}\,\lambda(\omega)}{L(\omega)+\alpha M(\omega)}\sin(s\omega)\,d\omega\right], \tag{24}$$

де

$$\mathrm{Re}\,\lambda(\omega) = \int\limits_{c_k}^{d_k} K(x)\cos(\omega x)\,dx\,, \tag{25}$$

$$\operatorname{Im}\lambda(\omega)=\int_{c_k}^{d_k}K(x)\sin(\omega x)\,dx\,, \tag{26}$$

$\omega_{\max}=\pi/h,\ \operatorname{supp}K(x)\subseteq[c_k,d_k]$ — локальний носій функції $K(x)$.

На точність і стійкість розв’язку інтегрального рівняння (2) істотний вплив можуть чинити обчислювальні похибки обернення ядра, зокрема, точність отримання спектрального подання ядра.

Існують певні резерви підвищення точності розв’язку за рахунок вдосконалення обчислювального процесу обернення ядра. Зокрема, за рахунок підвищення точності наближеного обчислення інтегралів косинус- і синус-перетворень Фур'є в скінченних межах.

Іншим джерелом похибки розв’язку є заміна нескінченних меж скінченними у формулах для обчислення спектру ядра. Однак, апаратна функція приладу $K(x, s)$, зазвичай, істотно відмінна від нуля лише в деякій області роздільної здатності. Іншими словами, найбільш істотний внесок при обчисленні спектра ядра дають значення апаратної функції, що лежать в межах скінченного інтервалу, тобто складовими $K(x)$, що лежать поза інтервалом-носія ядра можна знехтувати.

Звичайно виникає питання про критерії вибору границь інтегрування c_k, d_k у формулах (25)–(26). Для перевірки чутливості розв’язку до похибок обернення ядра інтегрального рівняння і формування рекомендацій по вибору границь c_k, d_k найбільш ефективним є проведення обчислювального експерименту для конкретної апаратної функції приладу.

Обчислювальний експеримент щодо дослідження впливу похибок обернення ядра на точність і стійкість розв’язку інтегрального рівняння Фредгольма І роду в спектральній області. Задача відновлення істинного сигналу $y(x)$, що спостерігається на вході приладу, по виміряній функції $f(x)$ на його виході зводиться до розв’язування інтегрального рівняння Фредгольма I роду (1). Однак, найбільший практичний інтерес має випадок, коли ядро інтегрального рівняння (1) є ядром згортки. При цьому рівняння (1) переходить у рівняння (2).

На точність і стійкість розв’язку інтегрального рівняння (2) за допомогою формул (18), (21), (24)–(26) можуть істотно впливати похибки обчислень при оберненні ядра, зокрема, точність отримання спектрального представлення ядра.

Нагадаємо, що для перевірки чутливості розв’язку рівняння (2) до похибок обернення ядра інтегрального рівняння і формування рекомендацій щодо вибору меж інтегрування c_k, d_k в формулах (25)–(26) найбільш ефективним є проведення обчислювального експерименту для конкретної апаратної функції приладу.

При проведенні обчислювального експерименту було отримано розв’язок інтегрального рівняння типу згортки з ядром гаусового типу методом модельних прикладів [4] для різних значень відносної похибки задання ядра і правої частини при нескінченних і варійованих скінченних межах інтегрування c_k, d_k в формулах для обчислення спектру ядра.

Вихідні дані, для прикладу, такі. Задано рівняння типу згортки:

$$\int_a^b K(x-s)\,y(s)\,ds = f(x),\; c \le x \le d\,. \tag{27}$$

Точний розв'язок

$$y(s) = \begin{cases} (1-s^2)^2, & |s| \le 1, \\ 0, & |s| \le 1; \end{cases} \tag{28}$$

точне ядро

$$K(x) = \sqrt{\frac{3,92}{\pi}}\, e^{-3,92x^2} \tag{29}$$

замінено наближеним ядром такої ж гладкості

$$\tilde{K}(x) = \sqrt{\frac{4}{\pi}}\, e^{-4x^2}\,, \tag{30}$$

що відповідає похибці оператора $\xi = 0,01$ ($\xi_{\text{отн.}} = 0,1$ %).

Сітки вузлів по x та s приймаємо рівномірними, причому $c = -1,4$; $d = 1,4$; $h_x = 0,1$ (число вузлів x-сітки рівне $l = 29$), $a = -1$; $b = 1$; $h_s = 0,2$ (число вузлів s-сітки рівне $n = 11$).

Права частина $f(x)$ задана таблично, при цьому за допомогою генератора випадкових чисел з нормальним законом розподілу в $f(x)$ внесені похибки з нульовими середніми та середньоквадратичними значеннями $\delta \approx 0,05 \cdot 10^{-3}$, $0,5 \cdot 10^{-2}$ та 0,05, що відповідає відносній похибці $\delta_{\text{отн.}} \approx 0.1$, 1 та 10%.

Порядок регуляризації q приймаємо рівним 1. Для кожної групи модельних прикладів спочатку визначаємо оптимальне значення параметра α_{opt} способом узагальненої нев'язки.

Для дослідження впливу похибки усічення спектра ядра розв'язано ряд прикладів, в яких інтервал-носій ядра був трьох-, чотирьох- і п'ятикратним відносно ефективної ширини апаратної функції (рис. 1).

Значення відносної похибки визначалося відносно розв'язання опорного прикладу, в якому інтервал-носій ядра був рівним 1000 кратної ефективної ширини апаратної функції, що відповідає приблизно нескінченним межам інтегрування у формулах (25)–(26). Це дає змогу звести до мінімуму вплив інших джерел похибки при оцінці залежності похибки розв'язку від обмеження довжини інтервалу-носія ядра в формулах для обчислення спектру ядра.

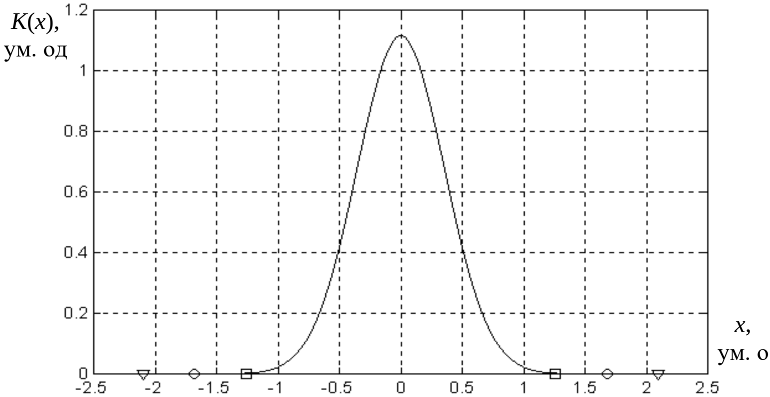

Рис. 1. *Точне ядро K(x) з визначеними границями інтервалу-носія, що відповідають випадкам: □ — трьох,* о *— чотирьох і* ∇ *— п'ятикратного інтервалу-носія ядра відносно ефективної ширини апаратної функції*

Нагадаємо, що ефективною шириною функції називається (для випадку, коли функція має один максимум) різниця двох аргументів при яких деяка функція приймає значення, що рівні половині її максимального значення.

Результати обчислювальних експериментів подано в Таблиці 1, з якої видно, що шляхом вибору меж області роздільної здатності апаратної функції можна досягти зменшення відносної похибки розв'язку при зростанні похибки правої частини. Це пояснюється тим, що випадкова складова похибки правої частини зменшує в отриманому розв'язку компоненти похибки, що викликані урізанням спектру ядра.

Таблиця 1

Результати обчислювальних експериментів

Похибка оператора, %	**Відносна похибка задання правої частини, %**	**Кратність інтервалу-носія ядра відносно ефективної ширини апаратної функції**	**Відносна похибка розв'язку, %**
0	0	3 4 5	$3{,}508 \cdot 10^{-2}$ $2{,}434 \cdot 10^{-4}$ $7{,}465 \cdot 10^{-7}$
0,1	0	3 4 5	$5{,}440 \cdot 10^{-2}$ $2{,}580 \cdot 10^{-4}$ $8{,}327 \cdot 10^{-7}$
0,1	0,1	3 4 5	$5{,}463 \cdot 10^{-2}$ $2{,}575 \cdot 10^{-4}$ $8{,}334 \cdot 10^{-7}$

Продовження таблиці 1

0,1	1	3 4 5	$5{,}739 \cdot 10^{-2}$ $1{,}547 \cdot 10^{-4}$ $4{,}713 \cdot 10^{-7}$
0,1	10	3 4 5	$7{,}478 \cdot 10^{-2}$ $0{,}501 \cdot 10^{-4}$ $0{,}844 \cdot 10^{-7}$

Навпаки, якщо інтервал $[c_k, d_k]$ обчислення спектра обраний більш вузьким, ніж область роздільної здатності, то спостерігається зростання відносної похибки розв'язку, яке викликане додатковими складовими похибки визначення спектра ядра. Нарешті, при виборі меж інтегрування c_k, d_k, що занадто близько розташовані один від одного, розв'язок стає нестійким. Це викликано тим, що при обчисленні спектра ядра не враховуються його ненульові компоненти, які лежать поза межами інтервалу $[c_k, d_k]$.

Висновок. Отже, усічення спектральної функції ядра з урахуванням області роздільної здатності дає змогу значно скоротити інтервал, який використовується для пошуку розв'язку і, отже, зменшити час обчислень без помітного впливу на похибку визначення спектру сигналу.

Список використаних джерел:

1. Sampling Theory, a Renaissance: Compressive Sensing and Other Developments / ed. Götz E. Pfander. — Switzerland : Springer International Publisher, 2015. — 531 p.
2. Mathematical Methods for Signal and Image Analysis and Representation / eds. L. Florack, R. Duits, G. Jongbloed, M. C. van Lieshout, L. Davies. — New York : Springer London Dordrecht Heidelberg, 2012. — 316 p.
3. Методы и устройства интерпретации экспериментальных зависимостей при исследовании и контроле энергетических процессов / А. Ф. Верлань, Б. Б. Абдусатаров, А. А. Игнатченко, Н. А. Максимович. — Киев : Наукова думка, 1993. — 208 с.
4. Верлань А.Ф. Интегральные уравнения: Методы, алгоритмы, программы / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — Киев : Наукова думка, 1986. — 542 с.
5. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости / В. А. Котельников. — М. : Госэнергоиздат, 1956. — 151 с.
6. Турчин В. Ф. Решение уравнения Фредгольма I рода в статистическом ансамбле гладких функций / В. Ф. Турчин // Журн. вычисл. математики и мат. физики. — 1967. — Т. 7, №6. — С. 1270–1284.

RECONSTRUCTION OF SIGNALS IN MONITORING AND CONTROL SYSTEMS BASED ON THE SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM BY A TRUNCATING OF THE SPECTRUM OF THE KERNEL OF THE INTEGRAL OPERATOR

In solving problems, control, monitoring and diagnostics, the reliability of the results of observations obtained with use the various measuring transducers is important. Improving the technical characteristics of such devices is an ur-

gent task, as the growth rate of the requirements for the accuracy of surveillance systems outstrips the growth of technical capabilities, often limited not only by the existing technical and economic conditions, but also by the physical capabilities of the equipment for direct measurements. One of the ways to increase the resolution of measuring converters is to obtain the dependencies characterizing the processes and objects under study, based on the results of indirect measurements by solving the problem of inversion of operators describing objects and observation systems.

An approach to constructing mathematical models of dynamic objects and systems based on the use of mathematical models, described in integral form is proposed. The questions of application of integral models for solving the problems of signal reconstruction registered at the output of measuring converters of the monitoring system are considered. A new method is proposed that makes it possible to improve the accuracy in solving inverse problems, which are described by integral Fredholm equations of the first kind, by truncating the spectrum of the kernel of the integral operator. Numerical experiments on the effect of the inversion error of the integral kernel on the accuracy and stability of the solution of integral equation of convolution of the first kind in the spectral domain are was performed.

The proposed methods of describing mathematical models, algorithmic and software tools for their realization on computer, allow to increase the efficiency of development and designing of controlled dynamic objects and systems by expanding the spectrum of mathematical descriptions of dynamic objects, which allows more fully and adequately to display the properties of real systems, and also apply a greater number of methods of numerical realization of models, by adapting algorithms to certain classes of tasks.

Key words: *increase of resolution of measurements, mathematical model, problem of signal reconstruction, method of regularization.*

Отримано: 17.05.2018