

to test the method of constructing production functions with variable coefficients. A theorem on the testing of the method for constructing production functions with variable coefficients (PFVCE) is formulated and proved. The result of a computational experiment using a production function with variable coefficients for illustrating the proved theorem is given. In the future, it is planned to continue research on the use of production functions with variable coefficients in other economic systems.

Key words: *production function with constant coefficients, production function with variable coefficients, coefficient of elasticity, production function of Cobb-Douglas, method of constructing production functions with variable coefficients PFVCE.*

Отримано: 23.05.2018

УДК 539.3

Р. С. Мусій, д-р фіз.-мат. наук, професор,
Н. Б. Мельник, канд. фіз.-мат. наук,
І. В. Андрусяк, канд. фіз.-мат. наук,
О. Я. Бродяк, канд. фіз.-мат. наук,
Л. В. Гошко, канд. фіз.-мат. наук

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ТЕРМОПРУЖНОЇ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ЦИЛІНДРА З ТОНКИМ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИМ ПОКРИТТЯМ ЗА ІМПУЛЬСНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ДІЇ

Побудовано математичну модель визначення термонапруженого стану довгого суцільного електропровідного циліндра з тонким електропровідним покриттям та запропоновано критерії оцінки його роботоздатності і збереження властивостей контактної з'єднання залежно від параметрів зовнішньої нестационарної електромагнітної дії. Вибрано розрахункову модель задачі для розглядуваного електропровідного циліндра, що складається з трьох етапів.

На першому етапі зі співвідношень Максвелла визначається відмінна від нуля осьова компонента вектора напруженості магнітного поля в циліндрі і покритті та відповідні їй питомі густини джоулевих тепловиділень і пондеромоторних сил. На другому етапі з рівняння теплопровідності за відомими джоулевими тепловиділеннями знаходять розподіл температури в циліндрі і покритті. На третьому етапі за відомими пондеромоторними силами і температурою зі співвідношень плоскої осесиметричної задачі термопружності в переміщеннях визначаються радіальна компонента вектора переміщень та радіальна, колова і осьова

компоненти тензора динамічних напружень, а також інтенсивності сумарних напружень, зумовлених як Джоулевым теплом, так і пондеромоторними силами у циліндрі та покритті. Для розв'язування сформульованих початково-крайових задач термомеханіки запропоновано методіку, яка ґрунтується на апроксимації розподілів визначальних функцій (осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля, температури і радіальної компоненти вектора переміщень) в циліндрі і покритті квадратичними поліномами за радіальною змінною. Дана методіка дала змогу звести вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції до відповідних задач Коші за часом на інтегральні характеристики цих функцій. Знайдено розв'язки розглядуваної задачі термопружності за дії електромагнітного імпульсу і проведено комп'ютерний аналіз пондеромоторної сили, температури і радіальних та колових напружень. Результати аналізу проілюстровано графіками зміни в часі визначальних функцій в розгляданому циліндрі з тонким електропровідним покриттям.

Ключові слова: *математична модель, термомеханіка, довгий суцільний електропровідний циліндр, тонке електропровідне покриття, імпульсне електромагнітне поле, роботоздатність, властивості контактного з'єднання.*

Вступ. Електропровідні конструктивні елементи сучасних приладів і пристроїв в процесі їх роботи та експлуатації зазнають впливу різних фізичних дій — силових, температурних та електромагнітних [1, с. 7–10]. Такі дії створюють в цих елементах відповідний термонапружений стан, аналіз якого необхідний для прогнозування їх роботоздатності як конструктивних елементів.

Важливе значення мають електропровідні конструктивні елементи з тонким електропровідним покриттям [2, с. 77–83]. Таке покриття може створювати значний вплив на характер зміни в часі і по координатах температури і механічних напружень в розглядуваних конструктивних елементах.

Вплив силових та температурних факторів на конструктивні елементи з тонким покриттям розглянуто, зокрема, в роботах [3, с. 221–232; 4, с. 87–98]. Проте вплив зовнішніх нестационарних електромагнітних полів (ЕМП) на термопружну поведінку електропровідних конструктивних елементів з тонким електропровідним покриттям, які використовуються в різних пристроях [5, с. 123–147], зокрема в хвилеводах електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону, вивчено недостатньо.

Метою роботи є математичне моделювання термопружної поведінки електропровідного циліндра з тонким електропровідним покриттям (ЕЦТЕП) за нестационарної електромагнітної дії та її комп'ютерний аналіз за дії електромагнітного імпульсу (ЕМІ).

1. Формулювання проблеми. Розглядається електропровідний циліндр радіуса R з тонким електропровідним циліндричним покриттям товщини $h = R_1 - R$, де R_1 — радіус його зовнішньої поверхні. Циліндр віднесений до циліндричної системи координат (r, φ, z) , вісь центр Oz якої співпадає з його віссю симетрії.

Циліндр знаходиться за дії однорідного нестационарного (ЕМП), заданого значеннями осьової компоненти H_z вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_z\}$ на його поверхні $r = R_1$, що є теплоізольованою і вільною від зовнішнього силового навантаження. Дія нестационарного ЕМП створює в циліндрі і тонкому покритті нестационарні об'ємно розподілені джерела джоулевого тепла Q і пондеромоторні сили $\vec{F} = \{F_r; 0; 0\}$. Ці два фізичні чинники створюють в циліндрі та тонкому покритті нестационарні поля температури T і механічних напружень, що описуються тензором динамічних напружень $\hat{\sigma}$. Значення температури T і напружень $\hat{\sigma}$, за якими проводиться оцінка роботоздатності ЕЦТЕП, залежать як від амплітудно-частотних характеристик ЕМП, так і від фізико-механічних характеристик циліндра і покриття, а також від електромагнітних, теплових і механічних умов на поверхні їх з'єднання.

Для визначення термонапруженого стану ЕЦТЕП побудовано математичну модель, яка використовує співвідношення термомеханіки двошарового електропровідного циліндра [6, с. 109–120]. Приймається, що на поверхні з'єднання Ц і ТП забезпечуються умови ідеального електромагнітного, теплового і механічного контактів [7, с. 35–43]. За певних значень параметрів ЕМП температура T і компоненти σ_{jj} ($j = r, \varphi, z$) тензора $\hat{\sigma}$ досягають величин, за яких відповідні їм інтенсивності напружень [8, с. 256–259] σ_i^H у циліндрі та σ_i^H у покритті можуть перевищувати межу плинності матеріалів циліндра σ_d^H чи покриття σ_d^H .

Важливим для функціонування ЕЦТЕП як конструктивного елемента є також збереження властивостей його контактного з'єднання. ЕЦТЕП втрачає такі властивості за умови, що максимальні значення інтенсивностей напружень на поверхні з'єднання $r = R$ у циліндрі σ_{i*}^H чи у покритті σ_{i*}^H перевищують межу міцності σ_M контактного з'єднання.

Для встановлення граничних значень параметрів ЕМП, дія якого створює термонапружений стан ЕЦТЕП потрібно, розв'язавши на основі запропонованої математичної моделі динамічну задачу термомеханіки для ЕЦТЕП, обчислити величини інтенсивностей напру-

жень σ_i^U і σ_i^N , а також σ_{i*}^U і σ_{i*}^N і порівняти їх із відомими з експериментальних досліджень значеннями σ_d^U і σ_d^N та σ_M .

2. Математична модель. За таких умов розрахункова модель визначення термопружної поведінки розглядуваного циліндра складається з трьох етапів [6, с. 109–111]: на першому етапі з рівнянь електродинаміки визначається вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(n)}$ в циліндрі ($n = 1$) і покритті ($n = 2$) та зумовлені ним джоулеві тепловиділення $Q^{(n)}$ ($n = 1, 2$) і пондеромоторні сили $\vec{F}^{(n)}$ ($n = 1, 2$); на другому — з рівнянь теплопровідності визначається розподіл температурного поля $T^{(n)}$ ($n = 1, 2$); на третьому — з рівнянь динамічної термопружності за відомою температурою і об'ємними силами визначаються компоненти вектора переміщень $\vec{u}^{(n)}$ ($n = 1, 2$) та тензора напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$ ($n = 1, 2$).

2.1. Визначення ЕМП. Осьова компонента $H_z^{(n)}(r, t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}$ в циліндрі ($n = 1$) і покритті ($n = 2$) визначається з рівняння [9, с. 250]

$$\frac{\partial^2 H_z^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} - \sigma_n \mu_n \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

за граничних умов на зовнішній поверхні $r = R_1$ циліндра

$$H_z^{(2)}(R_1, t) = H_z^+(t) \quad (2)$$

та умов ідеального електромагнітного контакту на поверхні $r = R$ з'єднання циліндра і покриття

$$H_z^{(1)}(R, t) = H_z^{(2)}(R, t), \quad \frac{\partial H_z^{(1)}(R, t)}{\partial r} = k_\sigma \frac{\partial H_z^{(2)}(R, t)}{\partial r}, \quad (3)$$

а також початкових умов $H_z^{(n)}(r, 0) = 0$. Тут σ_n , μ_n — коефіцієнт електропровідності та магнітна проникливість матеріалів n -го тіла, $k_\sigma = \sigma_1 / \sigma_2$.

За знайденою функцією $H_z^{(n)}(r, t)$ питомі густини джоулевих тепловиділень $Q^{(n)}(r, t)$ та пондеромоторної сили $\vec{F}^{(n)} = \{F_r^{(n)}(r, t); 0; 0\}$ в n -му тілі визначаються за формулами

$$Q^{(n)} = \frac{1}{\sigma_n} \left(\frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} \right)^2, \quad F_r^{(n)} = -\mu_n \left(\frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} \right) H_z^{(n)}.$$

2.2. Визначення температурного поля. На другому етапі за знайденими питомими густинами джоулевих тепловиділень $Q^{(n)}(r, t)$ визначаємо розподіл температури $T^{(n)}(r, t)$ в кожному n -му ($n = 1, 2$) тілі з рівняння теплопровідності [9, с. 251]

$$\frac{\partial^2 T^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T^{(n)}}{\partial r} - \frac{1}{\kappa_n} \frac{\partial T^{(n)}}{\partial t} = - \frac{Q^{(n)}}{\lambda_n}, \quad (4)$$

за крайової умови теплоізоляції зовнішньої поверхні $r = R_1$ циліндра

$$\frac{\partial T^{(2)}(R_1, t)}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

та умов ідеального теплового контакту на поверхні $r = R$ з'єднання циліндра і покриття.

$$T^{(1)}(R, t) = T^{(2)}(R, t), \quad \frac{\partial T^{(1)}(R, t)}{\partial r} = k_\lambda \frac{\partial T^{(2)}(R, t)}{\partial r}, \quad (6)$$

а також за початкових умов $T^{(n)}(r, 0) = 0$. Тут κ_n , λ_n — коефіцієнти температуро- і теплопровідності матеріалів n -го тіла, $k_\lambda = \lambda_2 / \lambda_1$.

2.3. Визначення термонапруженого стану. Для визначення відмінних від нуля радіальної $\sigma_{rr}^{(n)}$, азимутальної $\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)}$ та осьової $\sigma_{zz}^{(n)}$ компонент тензора динамічних напружень $\hat{\sigma}^{(n)}(r, t)$ в кожному n -му тілі ($n = 1, 2$) за вихідну вибираємо систему рівнянь плоскої осесиметричної задачі термопружності в переміщеннях. Тоді радіальна компонента $u_r^{(n)}(r, t)$ вектора переміщень в n -му тілі ($n = 1, 2$) визначається з рівняння [9, с. 252]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} u_r^{(n)} - \frac{1}{c_n^2} \frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial t^2} = \\ & = \alpha_n \frac{1 + \nu_n}{1 - \nu_n} \frac{\partial T^{(n)}}{\partial r} - \frac{(1 + \nu_n)(1 - 2\nu_n)}{E_n(1 - \nu_n)} F_r^{(n)} \end{aligned} \quad (7)$$

за крайової умови на зовнішній поверхні $r = R_1$ циліндра

$$\frac{\partial u_r^{(2)}(R_1, t)}{\partial r} + \frac{\nu_2}{1 - \nu_2} \frac{1}{R_1} u_r^{(2)}(R_1, t) = \alpha_2 \frac{1 + \nu_2}{1 - \nu_2} T^{(2)}(R_1, t) \quad (8)$$

та умов ідеального механічного контакту на поверхні $r = R$ з'єднання циліндра і покриття

$$u_r^{(1)}(R, t) = u_r^{(2)}(R, t), \quad (9)$$

$$(1-\nu_1)\frac{\partial u_r^{(1)}(R,t)}{\partial r} + \nu_1 \frac{1}{R} u_r^{(1)}(R,t) - \alpha_1(1+\nu_1)T^{(1)}(R,t) = \\ = k_E \left[(1-\nu_2)\frac{\partial u_r^{(2)}(R,t)}{\partial r} + \nu_2 \frac{1}{R} u_r^{(2)}(R,t) - \alpha_2(1+\nu_2)T^{(2)}(R,t) \right],$$

а також за початкових умов $u_r^{(n)}(r,0) = 0$, $\frac{\partial u_r^{(n)}(r,0)}{\partial r} = 0$. Тут

$c_{1n} = (E_n(1-\gamma_n)/(\rho_n(1+\gamma_n)(1-2\gamma_n)))^{-1/2}$ — швидкість пружних хвиль розширення у циліндрі ($n=1$) та покритті ($n=2$), α_n , ν_n , E_n — коефіцієнти лінійного теплового розширення, Пуассона і модуль Юнга матеріалів циліндра і покриття.

За знайденою компонентою $u_r^{(n)}(r,t)$ вектора переміщень $\vec{u}^{(n)}$ визначаємо компоненти $\sigma_{jj}^{(n)}$ ($j=r,\varphi,z$) тензора напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$ в n -му тілі за формулами

$$\sigma_{rr}^{(n)} = \frac{E_n}{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)} \left[(1-\nu_n)\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r} + \nu_n \frac{u_r^{(n)}}{r} - \alpha_n(1+\nu_n)T^{(n)} \right], \\ \sigma_{\varphi\varphi}^{(n)} = \frac{E_n}{(1+\nu_n)(1-2\nu_n)} \left[(1-\nu_n)\frac{u_r^{(n)}}{r} + \nu_n \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r} - \alpha_n(1+\nu_n)T^{(n)} \right], \\ \sigma_{zz}^{(n)} = \nu_n \left(\sigma_{rr}^{(n)} + \sigma_{\varphi\varphi}^{(n)} \right) - \alpha_n E_n T^{(n)}. \quad (10)$$

За відомими сумарними напруженнями $\sigma_{jj}^{(n)}$ знаходимо інтенсивності напружень $\sigma_i^{(n)}$ в n -му тілі, які будуть

$$\sigma_i^{(n)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\sigma_{rr}^{(n)} - \sigma_{\varphi\varphi}^{(n)} \right)^2 + \left(\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)} - \sigma_{zz}^{(n)} \right)^2 + \left(\sigma_{zz}^{(n)} - \sigma_{rr}^{(n)} \right)^2}. \quad (11)$$

За обчисленими інтенсивностями $\sigma_i^{(n)}$ і $\sigma_{*i}^{(n)}$ на основі запропонованих вище критеріїв проводимо оцінку роботоздатності ЕЦТЕП і властивостей його контактного з'єднання.

3. Методика розв'язування сформульованих задач. Для побудови розв'язків сформульованих початково-крайових задач (1)–(3), (4)–(6) і (7)–(9) апроксимуємо ключові функції $H_z^{(n)}(r,t)$, $T^{(n)}(r,t)$, $u_r^{(n)}(r,t)$ за радіальною змінною в n -му тілі квадратичними многочленами [9, с. 253; 10, с. 61]:

$$\Phi^{(n)}(r, t) = \sum_{i=0}^2 a_i^{(n)}(t) r^i. \quad (12)$$

Коефіцієнти $a_i^{(n)}$ апроксимаційних поліномів (12) подаємо у вигляді лінійної комбінації

$$a_i^{(n)}(t) = a_{i1}^{(n)} \Phi_1(t) + a_{i2}^{(n)} \Phi_2(t) + a_{i3}^{(n)} \Phi^+(t) + a_{i4}^{(n)} \Phi_0(t)$$

граничних значень $\Phi^+(t)$ шуканих функцій на поверхні $r = R_1$ та сумарних по основі і покритті циліндра інтегральних характеристик

$$\Phi_s(t) = \sum_{n=1}^2 \int_{r_{n-1}}^{r_n} \Phi^{(n)}(r, t) r^{s+l} dr, \quad s = 1, 2 \quad (13)$$

ключових функцій $\Phi^{(n)}(r, t)$. Рівняння на інтегральні характеристики $\Phi_s(t)$ отримуємо, інтегруючи рівняння (1), (4), (7) згідно формули (13). Тоді початково-крайові задачі стосовно ключових функцій зводяться до задач Коші на інтегральні характеристики. Розв'язки задач Коші отримано за використанням інтегрального перетворення Лапласа на всьому числовому інтервалі електромагнітної дії і приведено в роботах [9, с. 253; 10, с. 62].

4. Числовий аналіз задачі за дії електромагнітного імпульса.

Чисельно проаналізовано термонапружений стан електропровідного циліндра з тонким покриттям за дії електромагнітного імпульсу, який математично описуємо функцією [11, с. 186–189]

$$H_z^+(t) = k H_0 \left(e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t} \right). \quad (14)$$

Тут k — нормувальний коефіцієнт, H_0 — максимальне значення напруженості магнітного поля на поверхні $r = R_1$ циліндра, β_1 і β_2 — параметри, що відповідають часам фронтів наростання $\tau_{\phi.n.}$ і спадання $\tau_{\phi.c.}$ імпульсу. Підставляючи вираз (14) в загальні розв'язки задачі, приведені в роботі [6, с. 115–119], отримано розв'язок задачі термонапруженості для розглядуваного циліндра за дії ЕМІ. Комп'ютерний аналіз отриманого розв'язку виконано для циліндра, виготовленого зі сталі X18H9T, його покриття — з міді. Радіуси поверхонь $R = 1 \cdot 10^{-3}$ м, $R_1 = 1.1 \cdot 10^{-3}$ м. Тривалість імпульсу $\tau_i = 10^{-4}$ с, співвідношення $\tau_{\phi.n.} / \tau_{\phi.c.} \approx 0.1$.

На рис.1–6 показано зміну в часі радіальної компоненти $F_r^{(n)}(r, t)$ вектора пондеромоторної сили і температури $T^{(n)}(r, t)$, радіальної $\sigma_{rr}^{(n)}$ і колової $\sigma_{\varphi\varphi}^{(n)}$ компонент тензора динамічних напружень, зумовлених дією пондеромоторної сили і Джоулевым теплом по-

середині шарів основи і покриття. Лінії 1, 2 на рисунках відповідають значенням величин в основі при $r = 5 \cdot 10^{-4}$ м та покритті при $r = 1,05 \cdot 10^{-3}$ м. Коливні осциляції складників напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^{F(n)}$ і $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q(n)}$, зображені на рис. 4, 6, в основі і покритті взаємно накладаються. Відповідно амплітуди осциляцій цих складників колових напружень в основі перевищують такі ж амплітуди в покритті. Максимальні значення стискальних напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^{F(n)}$ і $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q(n)}$ однакового порядку в основі і покритті. Таким чином, термонапружений стан даного циліндра за вибраних геометричних параметрів і параметрів електромагнітного імпульсу визначається як напруженнями, зумовленими джоулевым теплом, так і напруженнями, зумовленими пондеромоторною силою.

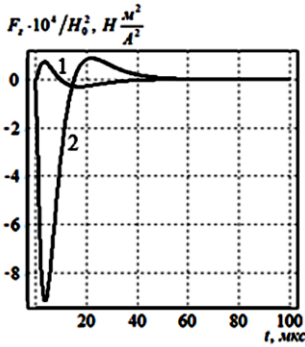


Рис. 1. Зміна в часі пондеромоторної сили $F_r^{(n)}$

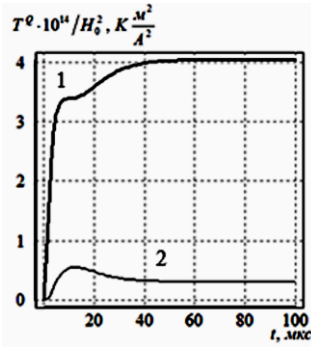


Рис. 2. Зміна в часі температури $T^{(n)}$

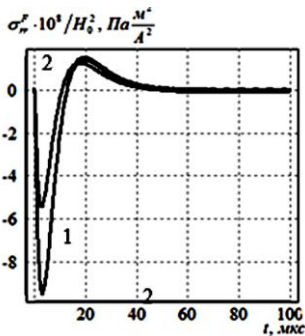


Рис. 3. Зміна в часі складників радіальних напружень, зумовлених дією пондеромоторної сили $F_{rr}^{(n)}$

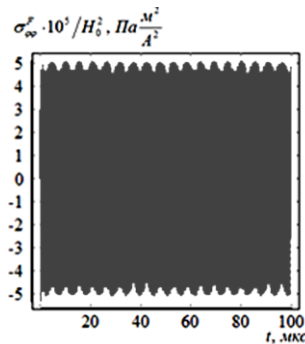


Рис. 4. Зміна в часі складників колових напружень, зумовлених дією пондеромоторної сили $\sigma_{\varphi\varphi}^{F(n)}$

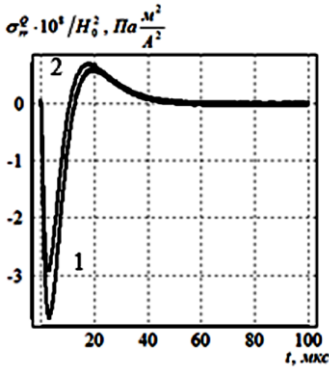


Рис. 5. Зміна в часі складників радіальних напружень, зумовлених дією джоулевого тепла $\sigma_{rr}^{Q(n)}$

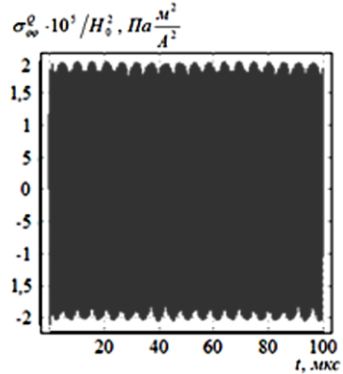


Рис. 6. Зміна в часі складників колових напружень, зумовлених дією джоулевого тепла $\sigma_{\varphi\varphi}^{Q(n)}$

Висновки. Вплив мідного покриття проявляється в зростанні максимальних значень всіх величин порівняно з такими ж значеннями для аналогічного сталевого циліндра без покриття, а також у тому, що радіальні напруження, зумовлені як пондеромоторною силою, так і джоулевим теплом, у циліндрі з покриттям стають приблизно вдвічі більшими за колові і осеві напруження.

Список використаних джерел:

1. Гачкевич О. Р. Термомеханіка неферомагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди / О. Р. Гачкевич, Р. С. Мусій, Д. В. Тарлаковський. — Львів : СПОЛОМ, 2011. — 216 с.
2. Малахов А. И. Коррозия и основы гальваностегии / А. И. Малахов, К. М. Тютина. — М. : Химия, 2007. — 238 с.
3. Мэттьюз Ф. Композитные материалы. Механика и технология / Ф. Мэттьюз, Р. Ролингс. — М. : Техносфера, 2004. — 408 с.
4. Арзамасов В. Б. Материаловедение / В. Б. Арзамасов, А. А. Черепанин. — М. : Академия, 2013. — 176 с.
5. Батыгин Ю. В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий / Ю. В. Батыгин, В. И. Лавинский, Л. Т. Хименко. — Харьков : МОСТ — Торнадо, 2003. — 288 с.
6. Hachkevych O. Mathematical modeling of physico-mechanical processed in two-layer electrodeduction bodies under impulse electromagnetic fields / O. Hachkevych, O. Humenchuk, N. Melnyk, R. Musii // Manufacturing processes. Actual problems — 2017. — Opole, 2017. — Vol. II: Modeling and optimization of manufacturing processes. — P. 109–120.
7. Термоупругость электропроводных тел / Я. С. Подстригач, Я. И. Бурак, А. Р. Гачкевич, Л. В. Чернявская. — К. : Наук. думка, 1977. — 248 с.

8. Ионов В. Н. Напряжения в телах при импульсивном нагружении / В. Н. Ионов, П. М. Огибалов. — М. : Высш. школа, 1975. — 463 с.
9. Мусій Р. С. Термонапружений стан довгого порожнистого біметалевого циліндра за електромагнітної дії в режимі з імпульсним модульним сигналом / Р. С. Мусій, Н. Б. Мельник // Вестник Херсонского национального технического университета. — Херсон, 2012. — № 2(45). — С. 250–254.
10. Musij R. Effect of resonant frequencies in thermostressed state and load-carrying ability of bimetallic layer by electromagnetic action in the mode with pulse modulating signal / Р. С. Мусій, Н. Б. Мельник, М. М. Махоркін // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2016. — Вип. 24. — С. 58–65.
11. Мусій Р. С. Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми : монографія / Р. С. Мусій. — Львів : Вид-во «Растр-7», 2010. — 216 с.

THE MATHEMATICAL MODELING AND ANALYSIS OF THE THERMOELASTIC BEHAVIOR OF THE ELECTROCONDUCTIVE CYLINDER WITH A THIN ELECTROCONDUCTIVE COATING UNDER THE NON-STATIONARY ELECTROMAGNETIC ACTION

A mathematical model for determination of the thermostressed state of a long integrate electroconductive cylinder with a thin conductive coating is constructed and the evaluation criterion for its operability and properties preservation of contact connection depending on the parameters of the external electromagnetic action is proposed. A calculation model of the problem for the considered electroconductive cylinder consisting of three stages is selected. In the first stage, from the Maxwell relations the nonzero axial component of the magnetic field stress vector in the cylinder and in the coating and the corresponding to it specific densities of the Joule heat ejections and ponderomotive forces are determined. In the second stage, from the equation of the heat conductivity taking into account the known Joule heat ejections, the temperature distribution in the cylinder and in the coating are obtained. In the third stage, according to the known ponderomotive forces and temperature, from the relations of the plane axisymmetric problem of thermoelasticity in displacements, the radial component of the displacement vector and the radial, circle and axial components of the dynamic stresses tensor, as well as the intensity of the total stresses caused both by Joule heat and ponderomotor forces in the cylinder and coverings are determined. For solving the formulated initial-boundary value problems of thermomechanics, the method which is based on approximation of distributions of the determining functions (axial components of the magnetic field stress vector, temperature and radial component of the displacement vector) in the cylinder and in the cover by the quadratic polynomials in radial variable was proposed. This method has made it possible to reduce the initial-boundary value problems for the determining functions to the corresponding time Cauchy problems on the integral characteristics of these functions. The solutions of the considered thermoelasticity problem under the action of electro-

magnetic impulse were obtained and the computer analysis of the ponderomotive force, the temperature and the radial and circular stresses was done. The results of the analysis are illustrated by the graphs of time dependence of determining functions in the considered cylinder with a thin conductive coating.

Key words: *mathematical model, thermomechanics, long integrate electroconductive cylinder, pulsed electromagnetic field, bearing capacity, properties of the contact connection.*

Отримано: 30.05.2018

UDC 004.94

V. V. Ponedilok, senior lector

Kamianets-Podilskyi National Ivan Ohiienko University,
Kamianets-Podilskyi

REGULARIZATION METHOD OF RESTORATION OF INPUT SIGNALS OF NONLINEAR DYNAMIC OBJECTS THAT DETERMINED BY INTEGRO-POWER VOLTERRA SERIES

The article offers a regularization method for solving the polynomial integral Volterra equations of the first kind while solving the problem of restoration of the input signal of a nonlinear dynamic object determined by the integro-power Volterra series. The use of integro-power Volterra series makes it possible to simplify the primary nonlinear mathematical models of nonlinear dynamic objects turning them into quasi-linear ones. Polynomial Volterra equations of the first kind are solved by introducing the additional differential regularization operator. It is offered to solve the obtained integro-differential equations using quadrature algorithms by iterative methods. This approach allows makes it possible to increase the efficiency of the process of signals restoration on the input of nonlinear dynamic objects if there is noise. The efficiency of the offered algorithm is verified for the restoration of input signal of a nonlinear dynamic object given in the form of a sequential connection of linear and nonlinear parts. At the same time, the linear part is represented by an inertial joint, while the nonlinear is represented by polynomial dependence of the second kind. There are presented the results of solving of polynomial Volterra integral equations of the first kind in the presence of different noises on the input dependencies. Based on the described method, in Matlab / Simulink, there are created simulation models and software-based methods for solving inverse problems of signal restoration on the input of nonlinear dynamic objects. The results of computational experiments demonstrated that the offered regularization method for solving the polynomial Volterra integral