

УДК 519.8

DOI: 10.32626/2308-5916.2019-19.31-37

**В. М. Горбачук\***, д-р фіз.-мат. наук,

**М. С. Дунаєвський\***, магістр,

**О. О. Морозов\*\***, магістр

\*Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, м. Київ,

\*\*Науково-виробниче приватне підприємство «Гіперон», м. Київ

## **ХАРАКТЕРИСТИКИ РІВНОВАГ ЛАНЦЮГІВ ПОСТАЧАННЯ**

Мета роботи — розробити базову теорію глобальних ланцюгів постачання. Нехай світова економіка складається з довільної кількості країн, які мають один виробничий фактор (фактор праці) і виробляють один кінцевий продукт, що потребує континуум проміжних продуктів. Кінцевий продукт є результатом послідовних стадій виробництва проміжних продуктів, у процесі якого трапляється брак. Можна довести, що існує єдина рівновага вільної торгівлі, в якій країни з нижчими ймовірностями браку на всіх стадіях спеціалізуються на пізніших стадіях виробництва. Спираючись на цю просту теоретичну базу, можна запропонувати форму вертикальної спеціалізації взаємозалежних країн.

Явище вертикальної спеціалізації привертає в однаковій мірі увагу розробників стратегій, ділових лідерів, економістів. Можливість транскордонної фрагментації виробничих процесів впливає на обсяги, риси і наслідки міжнародної торгівлі. Залишаються відкритими питання механізмів впливу глобальних і локальних технологічних змін на участь різних країн в одному й тому самому ланцюгу постачання, а також механізмів впливу вертикальної спеціалізації на взаємозалежність держав.

Оскільки в моделях загальної рівноваги з довільною (великою) кількістю товарів і країн, незалежно від наявності послідовного виробництва, важко отримати зрозумілі передбачення порівняльної статистики, то потрібна проста теорія торгівлі з послідовним виробництвом. Для цього потрібні деякі ідеї щодо ієрархій у моделях часткової рівноваги для закритої економіки. Зосередимося на середовищі, в якому виробництво є послідовним і може містити брак. Моделі ієрархій застосовувалися до вивчення питань міжнародної торгівлі. Наприклад, модель знанневої економіки використовується для дослідження транскордонних паросполучень між агентами з неоднорідними здібностями і відповідних наслідків для нерівності у даній державі. Нерівність у державі внаслідок ієрархій при торгівлі досліджувалася також в інших моделях. Припускається, що все населення даної держави має однакові здібності.

**Ключові слова:** *рівновага, ланцюги постачання, стадії виробництва, кінцевий продукт, проміжні продукти.*

**Вступ.** Нехай організаційна проблема фірми при виробництві кінцевого товару полягає у виконанні виробничих стадій  $j \in [0, 1]$ , де більший індекс відповідає більшій близькості до кінцевого продукту (нижчій стадії течії ланцюга постачання) [1]. Позначимо  $x(j)$  вхідний обсяг (вхід) сумісних (з фірмою) проміжних послуг, які надає фірмі постачальник на стадії  $j$  (якщо ці послуги несумісні, то  $x(j) = 0$ ) [2]. Тоді обсяг (quantity) випуску кінцевого товару з урахуванням його якості становить

$$q(m) = \theta \left( \int_0^{m=1} [x(j)]^\alpha I(j) dj \right)^{1/\alpha}, \quad (1)$$

де  $\theta$  — параметр продуктивності,  $\alpha \in (0, 1)$  — параметр симетрично-го ступеня заміни серед входів стадій,  $I(j)$  — індикаторна функція, значення якої дорівнює 1 при виконанні всіх попередніх стадій  $i \in [0, j]$  і дорівнює 0 в решті випадків. Хоча виробництво вимагає виконання всіх стадій, додатність  $\alpha$  гарантує додатність випуску при несумісності входів на деяких стадіях: незважаючи на важливість усіх стадій з інженерної точки зору, можна допускати їх деяку замінюваність через те, що характеристики входів формують обсяг кінцевого продукту з урахуванням його якості [3]. Наприклад, виробництво автомобіля вимагає чотири колеса, дві фари, одне кермо тощо, але цінність цього автомобіля для споживачів типово залежатиме від послуг, отриманих від цих різних компонентів, де вища якість певних частин означатиме гіршу якість інших.

Виробнича функція (1) схожа на звичайну функцію з постійною еластичністю заміни (constant elasticity of substitution, CES) з нескінченною кількістю входів, але індикаторна функція  $I(j)$  породжує, по суті, послідовну технологію виробництва тому, що нижчі стадії течії є марними при невиконанні вищих стадій.

Технологію (1) можна виразити у диференціальній формі, застосовуючи правило Лейбніца (Leibniz):

$$\begin{aligned} \alpha [q(m)]^{\alpha-1} q'(m) &= \frac{d}{d m}, \\ [q(m)]^\alpha &= \frac{d}{d m} \theta^\alpha \left( \int_0^m [x(j)]^\alpha I(j) dj \right) = \theta^\alpha [x(m)]^\alpha I(m), \\ q'(m) &= \frac{1}{\alpha} \theta^\alpha [x(m)]^\alpha [q(m)]^{1-\alpha} I(m). \end{aligned}$$

Отже, граничне підвищення випуску, внесене постачальником на стадії  $m$  процесу виробництва, задається простою функцією Кобба–Дугласа, залежною від сумісного входу цього постачальника й обсягу випуску з урахуванням якості, виробленого до цієї стадії (проміжного входу до стадії  $m$ ).

Припускаємо, що є велика кількість постачальників, які максимізують свої прибутки [4]. Вони можуть залучатися до виробництва проміжних входів фірми або альтернативної діяльності, що не стосується кінцевого товару фірми [5]. Нехай кожному проміжному входу (продукту) взаємно однозначно відповідає свій постачальник, з яким фірма повинна укласти контракт [6]. Кожний постачальник має здійснити певну інвестицію у взаємозв'язки ланцюга постачання для виробництва сумісного входу. Якщо вхід налаштований виключно під виробника кінцевого товару, то цінність цього входу для альтернативних покупців рівна 0. Хоча послідовність виробництва породжує асиметрії, всі стадії виробництва (всіх постачальників) вважаємо симетричними за граничними витратами (cost) на інвестиції, рівними  $c$ : одиниця інвестицій генерує одиницю послуг сумісного входу стадії  $j$  для поєднання з входами постачальників вищих стадій течії. Несумісні входи можуть вироблятися всіма учасниками (включаючи фірму) з нульовими граничними витратами, без вартості для виробництва кінцевого товару і без шкоди для продовження виробничого процесу.

З точки зору споживачів кінцевий товар є диференційованим, бо належить до галузі, в якій фірми виробляють континуум товарів, а споживчі переваги мають властивість CES з еластичністю  $\frac{1}{1-\rho}$  між цих товарів ( $\rho \in (0,1)$ ). Нехай нарахована субкорисність (subutility) від споживання товарів галузі дорівнює

$$U = \left( \int_{\omega \in \Omega} [\varphi(\omega) \tilde{q}(\omega)]^\rho d\omega \right)^{\frac{1}{\rho}}, \quad (2)$$

де  $\tilde{q}(\omega)$  — обсяг споживання товару  $\omega$  (у фізичних одиницях) якості  $\varphi(\omega)$ ,  $\Omega$  — множина товарів. Можна довести, що максимізація функції (2) при бюджетному обмеженні

$$\int_{\omega \in \Omega} p(\omega) \tilde{q}(\omega) d\omega = E$$

дає споживчий попит, який має властивість CES з еластичністю  $\frac{1}{1-\rho}$  ( $E$  позначено витрати (expenditure), а  $p(\omega)$  — ціну (price) товару). Крім того, неявна функція виручки фірми, що продає товар, є увігну-

тою за обсягом випуску  $q(\omega) = \tilde{q}(\omega)\varphi(\omega)$  з урахуванням якості. Тоді виручка (revenue) від виробництва кінцевого товару рівна

$$r = A^{1-\rho} [q(m=1)]^\rho = A^{1-\rho} \theta^\rho \left( \int_0^{m=1} [x(j)]^\alpha I(j) dj \right)^\frac{\rho}{\alpha},$$

де  $A$  — деякий параметр зсуву попиту галузі, екзогенний для фірми.

Спочатку розглянемо повні контракти, в яких фірма має повний контроль над усіма інвестиціями, а так над вхідними послугами на всіх стадіях: для кожного входу  $j \in [0,1]$  фірма здійснює контрактну пропозицію  $[x(j), s(j)]$ , за якою постачальник зобов'язаний надати обсяг  $x(j)$  сумісних входів, як передбачено у контракті, в обмін на платіж  $s(j)$ . Оскільки фірма має стимул дотримуватися природної послідовності виробництва, то  $I(j) = 1 \quad \forall j$ , а фірма, шукаючи оптимальний повний контракт, максимізує за всіма допустимими контрактними пропозиціями  $[x(j), s(j)] \quad \forall j \in [0,1]$  свій прибуток

$$\pi = r - \int_0^1 s(j) dj = A^{1-\rho} \theta^\rho \left( \int_0^1 [x(j)]^\alpha dj \right)^\frac{\rho}{\alpha} - \int_0^1 s(j) dj$$

при обмеженнях  $s(j) \geq c x(j)$ . Розв'язання цієї задачі оптимізації дає однакові для всіх проміжних входів рівні інвестицій  $x(j)$  і платежів  $s(j) = c x(j) \quad \forall j$  (звідки чистий вигравш постачальників є нульовим).

Для втілення повних контрактів важливо, щоб судовий порядок був здатним верифікувати точну вартість вхідних послуг, які надаються постачальниками різних стадій. Однак на практиці суд загалом не є здатним верифікувати те, є входи сумісними чи ні, відповідають надані сумісними входами послуги записаним у контракті положенням чи ні. Водночас зазначимо, що фірма не є схильною укладати зв'язуючі (юридично обов'язкові) контракти, які залежать від обсягу входів і не залежать від їх сумісності, бо постачальники можуть мати стимул до дешевого виробництва несумісних (з фірмою) входів і вимагати від фірми платежі [7]. Можна уявити, що контракти, залежні від загальної виручки, забезпечуватимуть інвестиційні стимули для постачальників, але у даній постановці з континуумом постачальників подібні контракти не матимуть цінності, бо зводитимуться до нульових інвестиційних рівнів. Тому природно вивчати ситуації, в яких умови обміну між фірмою і постачальниками не є жорсткими у втілюваному ex-ante контракті [6–8]. Фактично вважається, що початковий контракт лише вказує те, є постачальники вертикально інтегрованими з фірмою чи ні (залишаючись незалежними).

Згаданий недолік зв'язуючого контракту породжує відому проблему затримки (holdup). Фактичний платіж конкретному постачальнику (скажімо, стадії  $m$ ) є предметом двосторонніх переговорів лише після виробництва входу стадії  $m$  й отримання можливості фірми інспектувати результат цього виробництва. Нехай ці переговори не залежать від двосторонніх переговорів на інших стадіях. Оскільки проміжний вхід вважається сумісним тільки з випуском фірми, то решта можливостей постачальника на стадії переговорів зводиться до нуля. Тому квазіренти у переговори між фірмою і постачальником задаються приростом внеску в загальну виручку, породженим постачальником  $m$  на стадії переговорів. При обчисленні цього внеску зазначимо, що фірма спілкується з постачальниками виключно з міркувань технологічної послідовності виробництва і завжди може в односторонньому порядку виконати дану стадію шляхом власного виробництва несумісного входу. Таке жорстке припущення можна послабити можливістю часткових контрактів: коли частка інвестицій постачальників верифікується і визначається контрактом, то фірма може скористатися формальним контрактом для забезпечення мінімального обсягу сумісних вхідних послуг постачальника, достатнього для продовження виробничого процесу. Як наслідок,  $I(j) = 1 \quad \forall j < m$ , а вартість виробництва кінцевого товару, гарантована до стадії  $m$ , задається

$$r(m) = A^{1-\rho} \theta^\rho \left( \int_0^m [x(j)]^\alpha dj \right)^\frac{\rho}{\alpha},$$

звідки правило Лейбніца дає

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\rho} [r(m)]^\frac{\alpha}{\rho-1} r'(m) &= \frac{d}{d m}, \\ [r(m)]^\frac{\alpha}{\rho} &= \frac{d}{d m} (A^{1-\rho} \theta^\rho)^\frac{\alpha}{\rho} \left( \int_0^m [x(j)]^\alpha dj \right) = (A^{1-\rho} \theta^\rho)^\frac{\alpha}{\rho} [x(m)]^\alpha, \\ r'(m) &= \frac{\rho}{\alpha} (A^{1-\rho} \theta^\rho)^\frac{\alpha}{\rho} [x(m)]^\alpha [r(m)]^{1-\frac{\alpha}{\rho}}. \end{aligned} \quad (3)$$

За теорією прав власності для меж фірми, ефективна переговорна сила фірми стосовно конкретного постачальника залежить від того, володіє фірма цим постачальником чи ні. Можна припустити, що власність постачальників є джерелом ринкової влади у сенсі здатності фірми діставати більшу частку ринкового надлишку від інтегрованих постачальників порівняно з не інтегрованими [6–8]. Коли контракти є неповними, то факт контролю інтегратором (фірмою) фізичних активів виробництва дозволить інтегратору диктувати використання цих активів, яке схи-

лятиме поділ ринкового надлишку на свою користь. Для простоти не деталізуватимемо природу таких переговорів ex-post і припускатимемо, що фірма отримуватиме частку  $\beta_V$  додаткового внеску у вартість (value) (3), коли постачальник є інтегрованим, і меншу частку  $\beta_O < \beta_V$  цього внеску, коли постачальник є неінтегрованим.

Модель з континуумом постачальників відповідає граничному випадку  $\varepsilon \rightarrow 0$  дискретної моделі з  $M$  постачальниками, кожний з яких контролює частину  $\varepsilon = \frac{1}{M}$  континууму проміжних входів.

**Висновки.** Стимул фірми до інтеграції постачальників виявляє систематичну мінливість залежно від відносного положення (вище чи нижче течії ланцюга постачання) постачальника у виробництві. Така залежність визначається еластичністю попиту на кінцевий товар. Можна враховувати різні джерела асиметрії поміж виробників кінцевих товарів і постачальників [8].

#### Список використаних джерел:

1. Costinot A., Vogel J., Wang S. An elementary theory of global supply chains. *Review of economic studies*. 2013. 80(1). P. 109–144.
2. Морозов А. А. Сравнительный анализ способов управления цепочками поставок. *Економіка та управління АПК*. 2009. Вип. 1. С. 90–94.
3. Морозов А. А. Анализ моделей ризик-орієнтованого аутсорсингу в системі управління ланцюгами постачання. *Компьютерная математика*. 2014. № 2. С. 64–73.
4. Nagurney A., Dong I., Zhang D. A supply chain network equilibrium model. *Transportation research. Part E: Logistics and transportation review*. 2002. № 38 (5). P. 281–303.
5. Горбачук В. М., Дунаєвський М. С., Морозов О. О. Рівноважні інвестиції у кібербезпеку мережі ланцюгів постачання. *Вісник Київського університету*. Серія: фізико-математичні науки. 2017. № 2. С. 47–52.
6. Морозов А. А. Приложения теории цепочек снабжения. *Теорія оптимальних рішень*. 2015. С. 119–125.
7. Морозов А. А. Реализация модели интеграции цепи поставок в агромашиностроении. *Компьютерная математика*. 2016. № 1. С. 20–27.
8. Горбачук В. М. Дослідження операцій і ланцюгів постачання для досягнення корпоративної порівняльної переваги. *Науковий вісник Херсонського державного університету*. Серія: економічні науки. 2014. Вип. 7. Ч. 5. С. 178–183.

## THE CHARACTERISTICS OF SUPPLY CHAIN EQUILIBRIA

The goal of this work is to develop a basic theory of global supply chains. Let the world economy consist of an arbitrary number of countries having the only production factor (labor) and producing the only final good requiring continuum of intermediate products. The final good is the result of consecutive stages for production of intermediate products where mistakes occur during the production processes. One can prove there is the only free trade equilibrium

where the countries with lower probabilities of mistakes on all stages are specialized on the later stages of production. Using the simple theoretical basis, one may suggest a form of vertical specialization for interdependent countries.

Policy makers, business leaders, economists equally pay attention to the phenomenon of vertical specialization. The option of transboundary fragmentation for production processes affects amounts, features, and consequences of international trade. The issues how global and local technology changes influence on participation of various countries in the same supply chain, how vertical specialization influence on interdependence of countries remain opened.

As the general equilibrium models with an arbitrary (large) number of products and countries, regardless of sequential production presence, do not give clear comparative static predictions, a simple trade theory with sequential production is needed. It requires some ideas about hierarchies in partial equilibrium models of a closed economy. The environment where production may contain mistakes is the focus. Models of hierarchies have been applied to the international trade questions. For instance, the knowledge economy model is used for research of transboundary matching between agents with nonuniform abilities and corresponding consequences for inequality in a given country. Inequality in a country due to hierarchies at trade has been investigated by other models as well. It is assumed all people of a given country have equal abilities.

**Key words:** *equilibrium, supply chains, production stages, final good, intermediate products.*

Одержано 15.02.2019

УДК 004.728:004.728.3,004.056.055

DOI: 10.32626/2308-5916.2019-19.37-43

**І. Д. Горбенко\*\*\***, д-р техн. наук,

**О. А. Замула\***, д-р техн. наук,

**Хо Чі Лик\*\***

\*Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, м. Харків,

\*\*АТ «Інститут інформаційних технологій», м. Харків

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ПОШУКУ ДИСКРЕТНИХ СКЛАДНИХ СИГНАЛІВ З НЕОБХІДНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ ДЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ У СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ**

Серед основних напрямків покращення показників ефективності функціонування інформаційно-комунікаційних систем (ІКС), зокрема, завадозахищеності, скритності, інформаційної безпеки, можна виділити напрямки, пов'язані із застосуванням фазоманіпульованих широкосмугових сигналів (ФМ ШПС) і частотно-фазоманіпульованих (ЧФМ) сигналів. Оскільки в багатокористувачевих системах, кодовий поділ каналів ґрунтується на відмінності сигналів, то побудова ІКС і показ-