УДК 627.132;519.633.2

В. В. Король, Д. В. Стефанишин

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ В ГІДРОТЕХНІЧНИХ СПОРУДАХ

Наведені результати рішення задач параметричної ідентифікації математичних моделей процесів в гідроспорудах з використанням різних методів – "прямих методів" (методів звернення прямої задачі), методів "підстановки", що зводилися до розв'язання серії прямих задач при варіюванні значень шуканих параметрів, та екстремальних методів, що базувалися на мінімізації нев'язки між розрахунковими даними та даними, отриманими при натурних спостереженнях.

Ключові слова: *гідротехнічні споруди, математична модель, параметри (коефіцієнти) моделі, параметрична ідентифікація, пряма та зворотна задачі, чисельні методи.*

Вступ. При розрахунках гідротехнічних споруд, дослідженнях фільтраційних та гідравлічних режимів, процесів тепломасопереносу тощо в останній час завдяки розвитку обчислювальної техніки та чисельних методів (скінчених різниць, скінчених елементів, граничних елементів, різноманітних їх комбінацій) широко використовуються досить складні математичні моделі механіки суцільних середовищ, що розробляються для об'єктів практично будь-якої геометричної конфігурації з різноманітними фізичними характеристиками [1, с.13].

Ці моделі, як і будь-які інші феноменологічні моделі, містять цілий ряд параметрів (коефіцієнтів), які не можуть бути визначені в рамках самої моделі. При цьому, у більшості практичних випадків достовірність та практична значимість отримуваних чисельними методами результатів визначається не стільки похибкою схематизації об'єкта і наступних розрахунків, скільки точністю коефіцієнтів моделі – параметрів, що описують фізико-механічні характеристики середовища, умови на границях та контактах середовищ.

Коефіцієнти моделі, які залежать від властивостей матеріалів та ґрунтів, умов експлуатації споруд, навантажень, потребують додаткової ідентифікації – визначення чи уточнення з використанням натурної чи експериментальної інформації про поведінку реальних об'єктів. Власне етап визначення або уточнення параметрів математичної моделі, структура якої вважається відомою, прийнято називати параметричною (коефіцієнтною) ідентифікацією математичної моделі. При цьому ідентифікації підлягає саме та модель, на основі якої мають виконуватись прямі розрахунки об'єкта (для оцінки його стану, прогнозування поведінки, оптимізації процесів).

Задачами параметричної ідентифікації складних систем, розв'язком зворотних та некоректних задач в різний час займалися Аліфанов О. М., Мацевітий Ю. М., Тихонов А. Н., Денисов А. М., Редько С. Ф., Шульман С. Г., Дж. Бек, Б. Блакуелл, Д. Гроп, Л. Льюнг, Е. Сейдж, Ейкхофф П. та ін. [1-4]. Однак стосовно практичних задач оцінки та прогнозування стану гідротехнічних споруд такі підходи тільки починають розвиватися [1, с.3].

Метою статті, що пропонується, є розв'язання задач параметричної ідентифікації математичних моделей процесів в гідроспорудах шляхом підбору таких числових значень невідомих констант моделей, за яких розв'язок задачі відповідав би натурним або експериментальним даним. При цьому знайдені значення параметрів не повинні суперечити фізичному змісту і теоретичним міркуванням [2, с.172].

Постановка задачі. Загалом задачі параметричної ідентифікації класифікуються за наступними ознаками:

– зовнішні або граничні задачі – визначення значень характеристик на границі об'єму за відомих значень всередині області;

– внутрішні, інверсні та коефіцієнтні задачі – уточнення різноманітних коефіцієнтів моделі;

– геометричні – уточнення геометрії об'єкта;

– ретроспективні задачі – визначення характеристик початкового стану об'єкта за відомих їх значень в різні моменти часу.

Загальну постановку задачі параметричної ідентифікації в найпростішому випадку можна сформулювати наступним чином.

Нехай деякий процес описується системою звичайних диференціальних рівнянь виду [3, с.9]

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y, \lambda),\ x \in [a, b], \tag{1}$$

де y – вектор-функція, що характеризує стан системи; λ – вектор невідомих параметрів моделі.

Для системи (1) задаються граничні умови, що забезпечують однозначне визначення $y(x, \lambda)$ із рівнянь (1), якщо параметри λ задані, тобто забезпечують однозначний розв'язок прямої задачі. Для визначення $y(x, \lambda)$ використовується додаткова інформація, наприклад, дані вимірів деяких компонентів вектор-функції y (або їх комбінації) в деяких точках x інтервалу $[a, b]$.

Розрізняють наступні три основні групи методів рішення задач параметричної ідентифікації [1, с.16]:

1. "Прямі методи" (методи звернення прямої задачі). В їх основі лежить принцип використання теоретичного розв'язання рівнянь. Якщо припустити, що можна отримати розв'язок прямої задачі (1) у

вигляді $y = F(a, \lambda)$, то здійснивши його звернення можна отримати залежність $\lambda = \varphi(x, y)$. Тобто, використовуючи відомі значення y в деяких точках x_j, можна отримати значення λ.

Цей метод не завжди є раціональним для використання, оскільки теоретичний розв'язок системи диференціальних рівнянь можливий лише для часткових випадків.

2. Методи "підстановки", які зводяться до розв'язання серії прямих задач при варіюванні шуканих параметрів λ і співставленні відповідних розрахункових і натурних значень y. Результати можуть бути представлені у вигляді графіків, таблиць, номограм, які надалі використовуються для оцінки параметрів моделі за відомих експериментальних даних про стани системи $y(x_j)$.

3. Екстремальні методи, які ґрунтуються на мінімізації нев'язки між розрахунковими та експериментальними значеннями $y(x, \lambda)$. Невідомі параметри λ знаходяться виходячи з умови мінімуму функціоналу якості

$$J(\lambda) = \sum_j \left[[A]y(x_j, \lambda) - z_j\right]^T [G] \left[[A]\, y(x_j, \lambda) - z_j\right], \tag{2}$$

де $[A]$ – матриця, що визначає набір комбінацій вектора y; $[G]$ – матриця вагових множників; $z_j = z_j(x_j)$ – дані вимірів в точці x_j.

В найпростішому випадку вираз (2) набуває вигляду

$$J(\lambda) = \sum_j \left[y(x_j, \lambda) - z_j\right]^2 . \tag{3}$$

Якщо натурні виміри здійснюються неперервно у всіх точках інтервалу $[a, b]$, то функціонал (2) перепишеться як

$$J(\lambda) = \int_a^b \left[[A]\, y(x, \lambda) - z(x)\right]^T [G] \left[[A]\, y(x, \lambda) - z(x)\right] dx . \tag{4}$$

Параметрами моделі можуть бути розподілені величини. В цьому випадку для розв'язання зворотної задачі може використовуватися апарат варіаційного числення, теорії оптимального управління, лінійного та нелінійного програмування.

Основні результати.

Модель 1. Розглянемо процес фільтрації в ґрунтовому середовищі, математична модель якого в загальноприйнятих позначеннях описується наступною крайовою задачею [1, с.38]:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial H}{\partial z}\right) = \mu \frac{\partial H}{\partial t}; \tag{5}$$

$$H(z,0) = H_0(z),\ 0 \le z \le l; \tag{6}$$

$$H(0,t) = H_1(t),\ 0 \le t \le t_1; \quad H(l,t) = H_2(t),\ 0 \le t \le t_1, \tag{7}$$

де $H(z,t)$ – напір в точці z в момент часу t; k – коефіцієнт фільтрації; μ – коефіцієнт нестачі насичення чи водовіддачі слабопроникного шару. Рівняння (5) – це рівняння фільтрації в прошарку для змінного режиму. Рівняння (6) описує початкові умови для фільтрації в області; рівняння (7) – граничні умови фільтрації на межі області.

При вирішенні прямої задачі фільтрації в рамках моделі (5)-(7) коефіцієнт фільтрації k не визначається (він є її параметром).

Для визначення k застосуємо метод параметричної ідентифікації моделі фільтрації (5)-(7) на основі розв'язання зворотної задачі за даними замірів розподілу напорів у ґрунтовому пласті.

Чисельний розв'язок прямої задачі (5)-(7) шукатимемо методом скінчених різниць, використавши неявну різницеву схему:

$$\begin{cases} \dfrac{H_{i+1}^{k+1} - 2H_i^{k+1} + H_{i-1}^{k+1}}{h^2} = \dfrac{\mu}{k} \cdot \dfrac{H_i^{k+1} - H_i^k}{\tau}; \\ H_i^0 = H_{0i},\ H_0^k = H_1,\ H_n^k = H_2. \end{cases} \tag{8}$$

Або, в прогоночному вигляді,

$$\begin{cases} aH_{i-1}^{k+1} - cH_i^{k+1} + bH_{i+1}^{k+1} = -f \\ H_0^{k+1} = \kappa_1 H_1^{k+1} + \mu_1,\ H_n^{k+1} = \kappa_2 H_{n-1}^{k+1} + \mu_2, \end{cases} \tag{9}$$

$$a = \frac{1}{h^2},\ b = \frac{1}{h^2},\ c = \frac{2}{h^2} + \frac{\mu}{k\tau},\ f = \frac{\mu}{k\tau} H_i^k,$$

$$\kappa_1 \equiv 0,\ \mu_1 \equiv H_1,\ \kappa_2 \equiv 0,\ \mu_2 \equiv H_2.$$

Розв'язок (9) знайдемо методом прогонки наступним чином:

$$\begin{cases} H_i^{k+1} = \alpha_{i+1} H_{i+1}^{k+1} + \beta_{i+1},\ i = \overline{1, n-1}; \\ \alpha_{i+1} = \dfrac{b}{c - \alpha_i a}, \quad \beta_{i+1} = \dfrac{a\beta_i + f}{c - \alpha_i a}; \\ \alpha_1 \equiv 0, \quad \beta_1 \equiv H_1. \end{cases} \tag{10}$$

Звідки отримаємо розподіл напорів у фільтраційній області.

Модель 2. Розглянемо процес масопереносу розчинених речовин фільтраційним потоком підземних вод в ґрунтовому середовищі з одного водного басейну в інший (*рис. 1*).

Математична модель у загальноприйнятих позначеннях, опишеться наступною крайовою задачею:

$$D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v\frac{\partial c}{\partial x} - \gamma(c - C_*) = \sigma\frac{\partial c}{\partial t}; \tag{11}$$

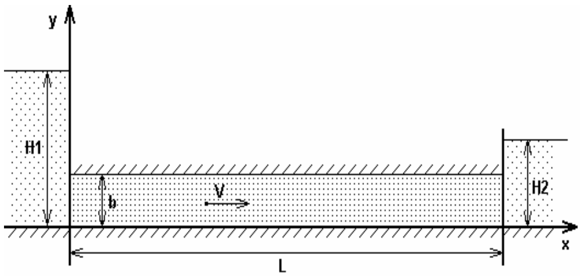

Рис. 1. *Область фільтраційного перенесення розчинених речовин*

$$v = -\kappa \frac{\partial h}{\partial x}, \ \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \tag{12}$$

$$h(0) = H_1, h(l) = H_2; \tag{13}$$

$$c(x,0) = C_0(x), 0 \le x \le l; \tag{14}$$

$$c(0,t) = C_1(t), 0 \le t \le t_1; \ c(l,t) = C_2(t), 0 \le t \le t_1, \tag{15}$$

де $c(x,t)$ – концентрація розчинених речовин в точці x в момент часу t; D – коефіцієнт конвективної дифузії; σ – пористість ґрунту; C_* – концентрація граничного насичення; γ – коефіцієнт масообміну; t_1 – проміжок часу, впродовж якого вивчається процес.

В рамках математичної моделі (11)-(15) коефіцієнт масообміну γ не визначається (він є її параметром).

Для визначення γ зводимо задачу параметричної ідентифікації моделі масопереносу до розв’язання зворотної задачі за даними замірів розподілу концентрації у ґрунтовому пласті.

Чисельне рішення прямої задачі (11)-(15) шукаємо методом скінчених різниць з використанням монотонної різницевої схеми. В результаті отримаємо розподіл концентрації розчинених речовин у фільтраційному потоці підземних вод.

Модель 3. Розглянемо процес неусталеної фільтрації ґрунтових вод в результаті пониження рівня води у верхньому б’єфі ґрунтової греблі за деякий період часу (*рис. 2*).

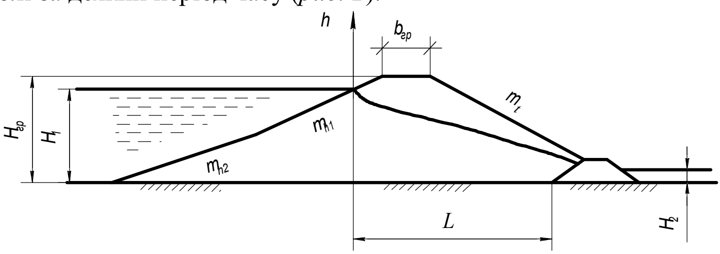

Рис. 2. *Область неусталеної фільтрації*

Математична модель в загальноприйнятих позначеннях описується наступною крайовою задачею:

$$ah_{cp}\frac{\partial^2 h}{dx^2}=\frac{\partial h}{\partial t}\,; \tag{16}$$

$$h(x,0)=0,\quad 0\le x\le l\,; \tag{17}$$

$$h(0,t)=H_1-t\frac{H_1}{10},\quad t\ge 0\,; \tag{18}$$

$$h(l,t)=H_2,\quad t\ge 0\,, \tag{19}$$

де рівняння (16) описує процес неусталеної фільтрації ґрунтових вод; рівняння (17) визначає початкову умову для напору, а рівняння (18)-(19) задають граничні умови для напору в області фільтрації.

При розв'язанні прямої задачі неусталеної фільтрації в рамках математичної моделі (16)-(19) коефіцієнт фільтрації k не визначається (він є складовою параметра моделі a). Для визначення k здійснюємо параметричну ідентифікацію моделі на основі рішення зворотної задачі за даними замірів напорів в області фільтрації.

Чисельне рішення прямої задачі (16)-(19) шукатимемо методом скінченних різниць з використанням неявної різницевої схеми.

При вирішенні поставлених задач ідентифікації застосуємо метод підстановки, алгоритм якого може бути наступним [2, с.173]:

1. Задаються межі зміни шуканого коефіцієнта та здійснюється розв'язання серії тестових задач за різних його значень.

2. Співставлення розрахункових і експериментальних значень.

3. Визначення критерію сходження до дійсного значення шуканого коефіцієнта у вигляді $S=\sqrt{\dfrac{\sum_i \left(y(x_i,t)-y^*(x_i,t)\right)^2}{n-2}}\to 0$, де $y(x,t)$ – натурні значення; $y^*(x,t)$ – розрахункові значення.

Процеси сходження шуканих значень параметрів, що підлягали ідентифікації, при розв'язанні тестових зворотних задач методом підстановки наведені на *рис. 3-5*.

Застосуємо екстремальний метод, згідно з яким для мінімізації нев'язки використовується так звана функція чутливості [4, с.175].

Ідея цього методу полягає в наступному.

Ідентифікація шуканого коефіцієнта λ пов'язується з мінімізацією цільової функції $I=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(y_{ij}-y_{ij}^*\right)^2$, де y_{ij} – розраховане значення функції в точці x_j в момент часу τ_i; y_{ij}^* – експериментальне значення в цій же точці в той же час.

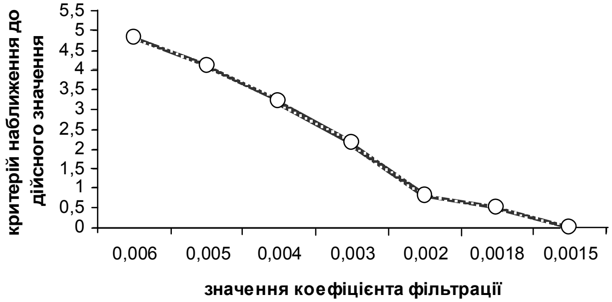

Рис. 3. *Процес сходження до дійсного значення коефіцієнта фільтрації*

Рис. 4. *Процес сходження до дійсного значення коефіцієнта масообміну*

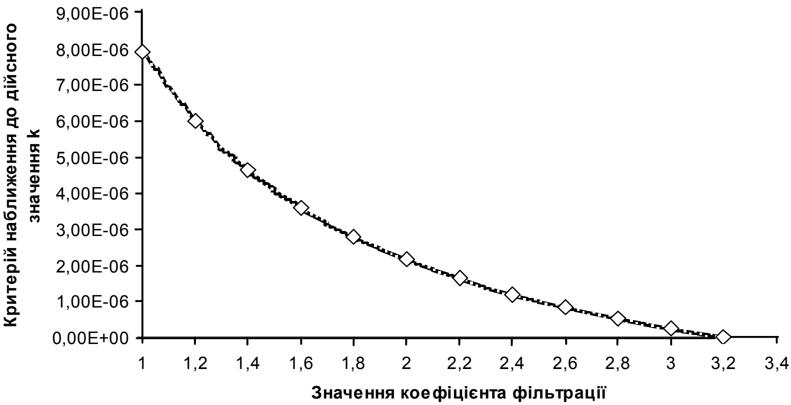

Рис. 5. *Процес сходження до дійсного значення коефіцієнта фільтрації (неусталена фільтрація)*

Нехай функція чутливості $\frac{\partial y_{ij}}{\partial \lambda} = w_{ij}$. Припустимо, що деяке наближене значення коефіцієнта $\lambda = \lambda^S$. Маємо наступне наближення згідно з формулою ітераційного процесу

$$\lambda^{S+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(y_{ij}^{*} - y_{ij}^{S}\right)w_{ij}^{S}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(w_{ij}^{S}\right)^2} + \lambda^S . \qquad (20)$$

Критерієм закінчення ітераційного процесу приймається нерівність $\left|\lambda^{S+1} - \lambda^S\right| \le \varepsilon$.

З метою перевірки сходження ітераційного процесу і визначення впливу точності замірів розподілу напорів на точність визначення коефіцієнта фільтрації k розподілу концентрації на точність визначення коефіцієнта масообміну γ розв'язувалася серія тестових задач. Результати розв'язку подані на *рис. 6-8*.

На *рис. 6* показано сходження ітераційного процесу для задачі фільтрації при τ_1 = 30, τ_2 = 60, τ_3 = 90, τ_4 = 120 днів. За незначної похибки замірів, якою можна знехтувати, спостерігається сходження до розрахункового значення k^* = 0,001 на дев'ятнадцятій ітерації, при $\varepsilon = 10^{-6}$ на дванадцятій, при $\varepsilon = 10^{-5}$ на четвертій.

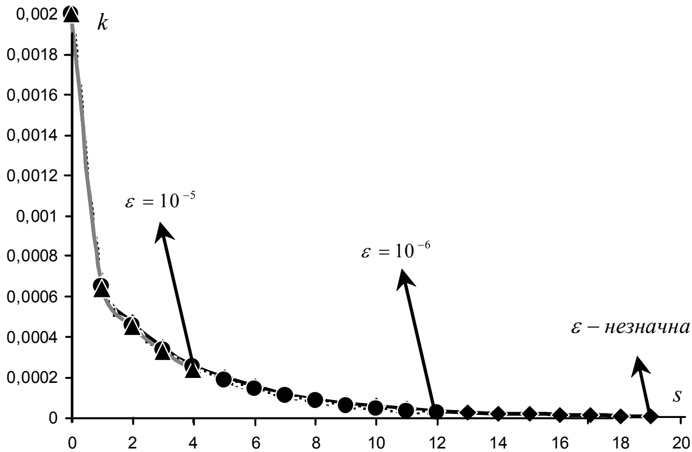

Рис. 6. *Сходження ітераційного процесу при ідентифікації коефіцієнта k*

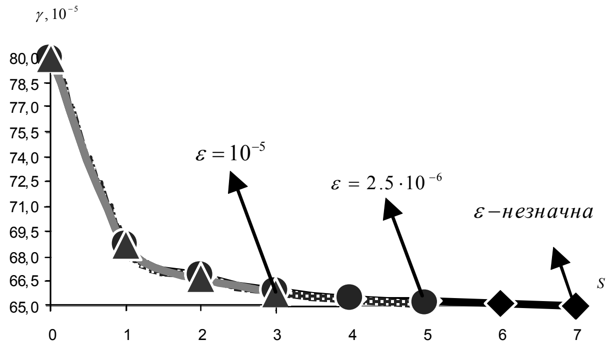

Рис. 7. *Сходження ітераційного процесу при ідентифікації коефіцієнта* γ

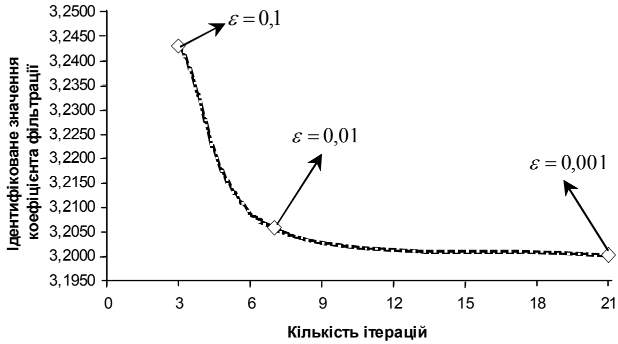

Рис. 8. *Сходження ітераційного процесу при визначенні коефіцієнта k (неусталена фільтрація)*

На *рис. 7* показано сходження ітераційного процесу для задачі масопереносу при $\tau_1 = 30$, $\tau_2 = 60$, $\tau_3 = 90$ днів. За незначної похибки замірів, якою можна знехтувати, спостерігається сходження до розрахункового значення $\gamma^* = 6{,}5 \cdot 10^{-4}$ при семи ітераціях, якщо $\varepsilon = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ – при п'яти, якщо $\varepsilon = 10^{-5}$ – при трьох.

На рис. 8 показано сходження ітераційного процесу для задачі неусталеної фільтрації. При похибці $\varepsilon = 0{,}1$ спостерігається сходження до розрахункового значення $k^* = 3{,}2$ на третій ітерації, $\varepsilon = 0{,}01$ – на сьомій, $\varepsilon = 0{,}001$ – на двадцять першій ітерації.

Для отримання чисельних розв'язків задач ідентифікації було розроблено програмний комплекс, який реалізовано в середовищі візуально-подійного програмування Delphi 7.0.

Висновок. На основі загальної постановки задач параметричної ідентифікації процесів усталеної та неусталеної фільтрації в тілі та основах гідроспоруд, процесів масопереносу розчинених речовин фільтраційним потоком викладені та проаналізовані різні методи їх розв'язання, що можуть бути використані на практиці.

Список використаних джерел:

1. Ивашинцов Д. А. и др. Параметрическая идентификация расчетных моделей гидротехнических сооружений. – СПб.: Изд-во ОАО "ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева", 2001.
2. Беллендир Е. Н. и др. Вероятностные методы оценки надежности грунтовых гидротехнических сооружений. Том 2. – СПб.: Изд-во ОАО "ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева", 2004.
3. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979.
4. Рубан А. И. Идентификация нелинейных динамических объектов на основе алгоритма чувствительности. – Томск: Томский университет, 1975.

Given are some results of solution of parametric identification problems of mathematical models of hydraulic structures with using different methods, namely: direct methods (methods of inversing of direct problem), method of substitution, which have been reduced to solution of series of direct problems under varying of values of parameters to be searched, and extreme methods grounded on minimization of discrepancy between design and in-situ data.

Key words: *hydraulic structures, mathematical model, parameters (coefficients) of model, parametric identification, direct and inverse problems, numerical methods.*

Отримано: 30.04.05

УДК 004.032.26

О. О. Кубик, О. В. Мазурець, С. С. Ковальчук

Хмельницький національний університет

ДЕКОМПОЗИТИВНЕ РОЗПІЗНАВАННЯ СИМВОЛЬНОЇ ІНФОРМАЦІЇ З КРЕСЛЕНЬ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЙ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Розроблено новий метод декомпозитивного розпізнавання креслень шляхом поетапного відокремлення з них і розпізнавання однотипних образів. Описано технологію розділення креслення на блоки графічної та символьної інформації з використанням нейронних схем. Проведено аналіз перспективних технологій штучного інтелекту з метою визначення оптимального методу розпізнавання символьної інформації на графічних зображеннях.

Ключові слова: *розпізнавання, розпізнавання креслень, штучний інтелект, нейронні мережі, нейронні схеми.*

Вступ. У сучасному світі щодня переводиться з паперу в електронну форму велика кількість різних документів: друковані тексти,