

УДК 519.86

Ф. Г. Гаращенко, д-р техн. наук,**Т. М. Бойко**, аспірант

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДІЯЛЬНОСТІ ФІНАНСОВО — ПРОМИСЛОВИХ ГРУП З ДОПОМОГОЮ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЩО РОЗВИВАЮТЬСЯ

Робота присвячена побудові математичних моделей діяльності фінансово-промислових структур. В якості останніх виступають системи диференціальних рівнянь, що розвиваються. Це такі системи, що мають переключення і в яких з часом може змінюватися розмірність фазового простору. На прикладі чотирьох етапної моделі фінансового угруповання показано як з'являються такі системи. Подібні економічні моделі останнім часом стають все більш актуальними й потребують детального дослідження. Показано, як можна математично сформулювати (у вигляді оптимізаційних задач) деякі економічні проблеми, відповідь на які надзвичайно важлива для фахівців.

Ключові слова: *математичне моделювання, фінансово-промислова структура, система диференціальних рівнянь що розвивається.*

У роботі наводиться загальна математична модель, в рамках якої може бути описана динаміка діяльності широкого класу фінансово-промислових структур. Ця модель має багато переваг над існуючими. Вона описується системою диференціальних рівнянь, що розвиваються. Це дає можливість застосувати до дослідження відповідних економічних угруповань або вже відомі методи диференціальних рівнянь, або ж на їх основі розвинути методи для побудови нових систем.

Для того, щоб мати більш детальне уявлення про те, звідки виникає відповідна математична модель, наведемо приклад певної економічної моделі. Відзначимо, що в монографії [1] наводиться багато різних (досить простих) моделей діяльності фінансово-промислових структур й вказуються актуальні більш складні структури, які повинні бути математично побудовані [2]. Діяльність фінансово-промислової структури, яку будемо моделювати, складатиметься з чотирьох етапів. Кожен з них буде складатися з частин, які моделюються за тим самим принципом, що й в [1].

1 етап. Нехай до складу корпоративної групи на першому етапі входять: виробниче підприємство A_1 — виробник основної продукції;

виробниче підприємство B_1 — споживач основної продукції у вертикально-інтегрованому ланцюзі; фінансово-інвестиційна структура (банк) B . Розглянемо модель фінансово-промислової корпоративної структури [3], що описується скалярним диференціальним рівнянням з переключенням [4]:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} = f^{(1i)}(x^{(1)}, t, \alpha), \quad t_{i-1} \leq t < t_i, \quad i = \overline{1, 4},$$

де

$$\begin{aligned} f^{(11)} &= (1-\tau)\left(W + (1-\xi)\alpha_0 g(x_1^{(1)})\right) + \xi g(x_1^{(1)}), \quad t_0 \leq t < t_1, \\ f^{(12)} &= \xi g(x_1^{(1)}), \quad t_1 \leq t < t_2, \\ f^{(13)} &= W + (1-\xi)\alpha_0 g(x_1^{(1)}), \quad t_2 \leq t < t_3, \\ f^{(14)} &= 0, \quad t_3 \leq t \leq t_4 \end{aligned} \quad (1)$$

з початковою умовою $x(t_0) = x_0$, де $x(t)$ — обсяг коштів, що використовується цільовим призначенням для зниження питомих витрат у момент t ; $\tau(t)$ — банківська процентна ставка; ξ — визначає ціну продажу одиниці продукції підприємству B_1 ; $\xi g(x(t))$ — максимальний прибуток підприємства A_1 ; α_0 — частка власності підприємства B_1 , якою володіє банк в момент початку роботи в групі; $W(t)$ — вільний ресурс банку, яким він може розпоряджатися за своїм розсудом.

2 етап. В момент часу t_4 підприємство A_1 приймає рішення щодо створення інноваційного підприємства C , задачею якого є розробка та впровадження інноваційного проекту з подальшим випуском нової одиниці. Цей етап складається з двох частин. З моменту часу t_4 до моменту t_8 підприємство A_1 випускає традиційну продукцію, одночасно впроваджуючи інновації, а з моменту t_8 до t_{12} випускаються нові конкурентноспроможні одиниці нового продукту (замість продукції a_1 , що випускалася до цього), яка повністю змінює попередню продукцію підприємства A_1 . Відповідно динаміка обсягу коштів на проміжках $[t_4, t_8)$, $[t_8, t_{12}]$ буде описуватися згідно [4] аналогічними диференціальними рівняннями з переключеннями (повна модель наведена нижче). Нехай $x(t_{12}) = x_{12}$.

3 етап. На третьому етапі $[t_{12}, t_{16}]$ банк продовжує співпрацювати з підприємствами A_1 та B_1 і знаходить собі нових клієнтів (приєднується незалежно до нової фінансово-промислової групи): виробника A_2 , що виробляє свою відповідну одиницю продукції a_2 та споживача B_2 цієї продукції. В цьому випадку, як динаміка обсягу коштів $x_2^{(2)}(t)$ підп-

приємства A_2 буде аналогічною до динаміки $x^{(1)}(t)$ в моделі (1), так і динаміка для підприємства A_1 теж буде аналогічною (зауважимо тільки, що відтепер підприємство A_1 випускає продукцію a_{11}).

Коефіцієнти мають відповідний економічний сенс (як і розглянуті на попередніх етапах).

4 етап. На етапі $[t_{12}, t_{16}]$ банк продовжує співпрацювати з підприємствами A_1 та B_1 , A_2 та B_2 і знаходить ще нових клієнтів (підключається знову незалежно до нової фінансово-промислової групи): виробника A_3 , що виробляє свою відповідну одиницю продукції a_3 та споживача B_3 цієї продукції. В цьому випадку динаміка обсягу коштів $x_3^{(3)}(t)$ підприємства A_3 буде аналогічною до відповідної динаміки підприємств A_1 та A_2 в моделі (1).

Всі ці чотири етапи можемо записати у вигляді системи диференціальних рівнянь, що розвивається. В позначеннях, які будуть описані в подальшому, вона буде мати наступний вигляд:

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} = f^{(1k)}\left(x_1^{(1)}, t, \alpha\right), \quad t \in \tau_{1k}, k = \overline{1, 2},$$

$$f^{(11)} = (1 - \tau)\left(W + (1 - \xi)\alpha_0 g\left(x_1^{(1)}\right)\right) + \xi g\left(x_1^{(1)}\right), \quad t_{10} \leq t < t_{11},$$

$$f^{(12)} = \xi g\left(x_1^{(1)}\right), \quad t_{11} \leq t < t_{12},$$

$$f^{(13)} = W + (1 - \xi)\alpha_0 g\left(x_1^{(1)}\right), \quad t_{12} \leq t < t_{13},$$

$$f^{(14)} = 0, \quad t_{13} \leq t \leq t_{14},$$

$$f^{(15)} = \xi_1 g_1\left(x_1^{(1)}\right) + (1 - \tau)\left(W^0 + (1 - \xi_1)\alpha_B g_1\left(x_1^{(1)}\right)\right) - V_c, \quad t_{14} \leq t < t_{15},$$

$$f^{(16)} = \xi_1 g_1\left(x_1^{(1)}\right) - V_c, \quad t_{15} \leq t < t_{16},$$

$$f^{(17)} = W^0 + (1 - \xi_1)\alpha_B g_1\left(x_1^{(1)}\right), \quad t_{16} \leq t < t_{17},$$

$$f^{(18)} = 0, \quad t_{17} \leq t < t_{18},$$

$$f^{(19)} = (1 - \alpha_c)\xi_2 g_2\left(x_1^{(1)}\right) + [1 - \tau(1 - \alpha_c)]\left(W^0 + (1 - \xi_2)\alpha_B g_2\left(x_1^{(1)}\right)\right),$$

$$t_{18} \leq t < t_{19},$$

$$f^{(110)} = (1 - \alpha_c)\xi_2 g_2\left(x_1^{(1)}\right), \quad t_{19} \leq t < t_{110},$$

$$f^{(111)} = W^0 + (1 - \xi_2)\alpha_B g_2\left(x_1^{(1)}\right), \quad t_{110} \leq t < t_{111},$$

$$f^{(112)} = 0, \quad t_{111} \leq t \leq t_{112},$$

$$x_1^{(1)}(t_{10}, \alpha) = x_1^{(10)},$$

$$\alpha^T = (\xi, \tau, \alpha_0, \xi_1, \alpha_B, V_c, \xi_2, \alpha_C, \xi_3, \tau_1, \alpha_{01}, \xi_4, \tau_2, \alpha_{02}, \xi_5, \tau_3, \alpha_{03}) \in R^{17},$$

$$\frac{dx^{(2)}}{dt} = f^{(2j)}(x^{(2)}, t, \alpha), t \in \tau_{2j}, j = \overline{1, 4},$$

$$x^{(2)} = \begin{pmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} \\ x_2^{(2)} \end{pmatrix} \in R^2,$$

$$f^{(21)} = \begin{pmatrix} f_1^{21} \\ f_2^{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-\tau_1)(W_1 + (1-\xi_3)\alpha_{01}g_3(x_1^{(2)})) + \xi_3g_3(x_1^{(2)}) \\ (1-\tau_2)(W_2 + (1-\xi_4)\alpha_{02}g_4(x_2^{(2)})) + \xi_4g_4(x_2^{(2)}) \end{pmatrix}, t_{112} < t < t_{21},$$

$$f^{(22)} = \begin{pmatrix} f_1^{22} \\ f_2^{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_3g_3(x_1^{(2)}) \\ \xi_4g_4(x_2^{(2)}) \end{pmatrix}, t_{21} < t < t_{22},$$

$$f^{(23)} = \begin{pmatrix} f_1^{23} \\ f_2^{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 + (1-\xi_3)\alpha_{01}g_3(x_1^{(2)}) \\ W_2 + (1-\xi_4)\alpha_{02}g_4(x_2^{(2)}) \end{pmatrix}, t_{22} < t < t_{23},$$

$$f^{(24)} = \begin{pmatrix} f_1^{24} \\ f_2^{24} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, t_{23} < t < t_{24},$$

$$x^{(2)}(t_{112}, \alpha) = g^{(21)}(x^{(1)}(t_{112} - 0, \alpha), t_{112}) = (x_1^{(1)}, x_2^{(2)})^T,$$

де

$$x_1^{(1)} = x^{(1)}(t_{112}, \alpha_{112}), x_2^{(2)} \in R,$$

$$\frac{dx^{(3)}}{dt} = f^{(3j)}(x^{(3)}, t, \alpha), t \in \tau_{3j}, j = \overline{1, 4},$$

$$x^{(3)} = \begin{pmatrix} x_1^{(3)} \\ x_2^{(3)} \\ x_3^{(3)} \end{pmatrix} \in R^3,$$

$$f^{(31)} = \begin{pmatrix} f_1^{31} \\ f_2^{31} \\ f_3^{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-\tau_1)\left(W_1 + (1-\xi_3)\alpha_{01}g_3\left(x_1^{(3)}\right)\right) + \xi_3g_3\left(x_1^{(3)}\right) \\ (1-\tau_2)\left(W_2 + (1-\xi_4)\alpha_{02}g_4\left(x_2^{(3)}\right)\right) + \xi_4g_4\left(x_2^{(3)}\right) \\ (1-\tau_3)\left(W_3 + (1-\xi_5)\alpha_{03}g_5\left(x_3^{(3)}\right)\right) + \xi_5g_5\left(x_3^{(3)}\right) \end{pmatrix}, t_{24} < t < t_{31},$$

$$f^{(32)} = \begin{pmatrix} f_1^{32} \\ f_2^{32} \\ f_3^{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_3g\left(x_1^{(3)}\right) \\ \xi_4g_4\left(x_2^{(3)}\right) \\ \xi_5g_5\left(x_3^{(3)}\right) \end{pmatrix}, t_{31} \leq t < t_{32},$$

$$f^{(33)} = \begin{pmatrix} f_1^{33} \\ f_2^{33} \\ f_3^{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 + (1-\xi_3)\alpha_{01}g_3\left(x_1^{(3)}\right) \\ W_2 + (1-\xi_4)\alpha_{02}g_4\left(x_2^{(3)}\right) \\ W_3 + (1-\xi_5)\alpha_{03}g_5\left(x_3^{(3)}\right) \end{pmatrix}, t_{32} \leq t < t_{33},$$

$$f^{(34)} = \begin{pmatrix} f_1^{34} \\ f_2^{34} \\ f_3^{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, t_{33} \leq t \leq t_{34},$$

$$x^{(3)}(t_{24}, \alpha) = g^{31}\left(x^{(2)}(t_{24} - 0, \alpha), t_{24}\right) = \left(x_3^1, x_3^2, x_3^3\right)^T,$$

де α_c — частка відрахувань від прибутку A_1 , яку отримує банк пропорційно вкладеним на відріжку $[t_4, t_8]$ коштам на впровадження інновацій, V_c — кошти, що відраховуються з прибутку A_1 в кожну одиницю часу. Всі інші параметри мають зміст, аналогічний до описаних на 1 етапі.

Узагальнена математична модель. Нехай $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ деяке розбиття відрізка $[T_0, T_1]$, де

$$\tau_j = \left\{ t : t \in [t_{j-1}, t_j] \right\}, j = \overline{1, N-1},$$

$$\tau_N = \left\{ t : t \in [t_{N-1}, t_N] \right\}, t_0 = T_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{N-1} < t_N = T_1.$$

Нехай також $\tau_{j1}, \tau_{j2}, \dots, \tau_{jK_j}, j = \overline{1, N}$ — деяке підрозбиття розбиття $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$, де

$$\tau_{jk} = \left\{ t : t \in [t_{jk-1}; t_{jk}] \right\}, k = \overline{1, K_j}, j = \overline{1, N-1},$$

$$\tau_{Nk} = \left\{ t : t \in [t_{Nk-1}; t_{Nk}] \right\}, k = \overline{1, K_N-1}, \tau_{NK_N} = \left\{ t : t \in [t_{NK_N-1}; t_{NK_N}] \right\},$$

$$t_{j0} = t_{j-1} < t_{j1} < \dots < t_{jK_j-1} < t_{jK_j} = t_j, j = \overline{1, N}, \bigcup_{k=1}^{K_j} \tau_{jk} = \tau_j.$$

Припустимо, що динаміка системи задана у вигляді

$$\frac{dx^{(j)}(t)}{dt} = f^{(jk)}(x^{(j)}, t), t \in \tau_{jk}, j = \overline{1, N}, k = \overline{1, K_j}, \quad (2)$$

$$x^{(j)}(t_{jk-1}) = g^{(jk)}(x^{(j)}(t_{jk-1} - 0)), k = \overline{2, K_j}, \quad (3)$$

$$x^{(j)}(t_{j0}) = g^{(j1)}(x^{(j-1)}(t_{j0} - 0)), j = \overline{1, N},$$

де $x^j = (x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_{n_j}^{(j)})^T - n_j$ — вимірний вектор фазових координат, $f^{(jk)} : R^{n_j} \times \tau_{jk} \rightarrow R^{n_j}, k = \overline{1, K_j}, j = \overline{1, N}$ — вектор-функції, які задовольняють умови теореми існування і єдиності розв'язку системи (1) при $t \in \tau_{jk}$, $g^{(jk)} : R^{n_j} \rightarrow R^{n_j}, k = \overline{2, K_j}, j = \overline{1, N}$ — функції, що задають стрибок, а $g^{(j1)} : R^{n_{j-1}} \rightarrow R^{n_j}, j = \overline{1, N}$ — задають зміну вимірності фазового стану.

Однією з найважливіших економічних задач фінансово-промислових структур є задача про відшукання такої максимальної множини параметрів, щоб учасникам групи не вигідно біло розривати зв'язки з структурою (при будь-яких обраних параметрах з цієї множини).

Математично така задача зводиться до оптимізаційної. Визначення максимальної множини параметрів G_α таким чином, щоб $I(\bar{\alpha}) = \min_{\alpha \in G_\alpha} F(x(T_1, \alpha)) \geq c$, де c — константа (економічно вона відповідає рівню прибутку відповідного учасника групи без його входування у неї). Для систем звичайних диференціальних рівнянь методи розв'язання подібних задач викладено в [5].

Список використаних джерел:

1. Косачев Ю. В. Экономико-математические модели эффективности финансово-промышленных структур / Ю. В. Косачев — М. : Логос, 2004. — 245 с.
2. Косачев Ю. В. Эффективность корпоративной структуры, реализующей инновации / Ю. В. Косачев // Эконом. и мат. методы. — 2001. — Т. 37, № 3. — С. 36—51.

3. Косачев Ю. В. Исследование устойчивости динамической модели финансово — промышленной корпоративной структуры / Ю. В. Косачев // Эконом. и мат. методы. — 2000. — Т.36, № 1. — С. 126—142.
4. Гаращенко Ф. Г. Вступ до аналізу чутливості параметричних систем: Навчальний посібник. / Ф. Г. Гаращенко, О. Ф. Швець — К. : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2006. — 115 с.
5. Башняков О. М. Практична стійкість та структурна оптимізація динамічних систем. / О. М. Башняков, Ф. Г. Гаращенко, В. В. Пічкур — К. : ВПЦ «Київський університет», 2000. — 197 с.

Work is sanctified to the construction of mathematical models of activity of financially-industrial structures. As the last the systems of differential come forward that develop. It is such systems which have switching and in which the dimension of phase space can change in course of time. On an example four a stage model of financial groups it is shown as such systems appear. Similar economic models lately become more actual and require the detailed research. It is shown, as possible mathematically to formulate (as optimization tasks) some economic problems, an answer for which is extraordinarily important for specialists.

Key words: *mathematical modeling, financially-industrial structure, system of differential equalizations that develops.*

Отримано 11. 05.10

УДК 004.5

Н. Н. Глибовец, д-р физ.-мат. наук, професор,

Л. О. Шыпович, магистр

Национальный университет «Киево-Могилянская академия». г. Киев.

СТАНОВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ WEB 3.0

Проанализировано развитие Web-технологий и становление технологии Web 3.0. Выделены основные отличия технологии Web 3.0. Продемонстрировано использование новых подходов на примере создания Web-документа на базе онтологических объектов без HTML-разметки.

Ключові слова: *Web-(технології, ресурс, додаток, документ), онтологія.*

Вступление. Все чаще появляются сообщения о появлении того или иного Web-ресурса. На собрании 2007 года O'Reilly Web 2.0 Expo представителей Microsoft, Mozilla, Opera и Google принято решение, которое может стать судьбоносным. Речь идет об объединении усилий разработчиков по усовершенствованию работы Web-приложений. Основными проблемами данного направления названы медлительная и нестабильная работа Javascript, а также проблемы