

УДК 681.513.675

А. Ф. Верлань*, д-р техн. наук,

С. А. Положаєнко**, д-р техн. наук

*Інститут проблем моделювання в енергетиці НАН України, м. Київ,

**Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса

КОМП'ЮТЕРНІ ЗАСОБИ РЕАЛІЗАЦІЇ ІМІТАЦІЙНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ АНОМАЛЬНИХ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

Запропоновано комп'ютерні засоби розв'язання задач моделювання, ідентифікації та управління аномальними дифузійними процесами, що реалізовані на платформі спеціалізованого пакету Matlab. Розглянуто досвід використання запропонованих засобів у практиці дослідження аномальних дифузійних процесів і, на прикладі реальної задачі, проведено моделювання динамічного стану нафтового родовища.

Ключові слова: *дифузійний процес, аномалія, моделювання, ідентифікація, управління, комп'ютерні засоби, імітаційне дослідження.*

Відомі методи математичного моделювання, а також наявність значного класу засобів чисельної програмно-апаратної реалізації, дозволяють ефективно розв'язувати широке коло теоретичних і практичних задач дослідження поширених дифузійних процесів. Разом з цим існує клас дифузійних процесів, які характеризуються аномальністю перебігу фізичних явищ та відзначаються підвищеною складністю їх дослідження [1; 2]. Серед важливих практичних застосувань аномальних процесів дифузії слід вказати на такі, які розвиваються в пластових геологічних системах, зокрема: фільтрація високопарафіністих нафт; водонапірний режим розробки нафтових родовищ, що характеризується утворенням «застійних зон»; просочування ґрунтових вод через складно структуровані пластові горизонти, тощо [3; 4]. При цьому аномальність проявляється, перш за все, в порушенні лінійного закону фільтрації — закону Дарсі [5]. Інтерес до вказаної сукупності процесів полягає в тому, що вони носять не винятковий характер, а складають звичайне явище для певних класів систем «рідина — порове середовище». Важливо наголосити на тому факті, що аномальний характер перебігу процесу дифузії може бути обумовлений не тільки властивостями, притаманними компоненті, що дифундує, наприклад, в'язкопластичною поведінкою, а і набуттям цих властивостей від взаємодії з фізичним середовищем.

Розв'язання задач моделювання і ідентифікації аномальних процесів дифузії пов'язано з рядом принципових ускладнень, як поста-

новочного, так і обчислювального характеру. Причиною ускладнень є: нелінійний характер процесів, що досліджуються; складність геометрії просторової області моделювання і її меж; обмеженість вектора вимірювань простору стану процесу і кількість точок прикладення управляючих впливів; високі розмірності результуючих кінцевовимірних аналогів математичної моделі (ММ). Тому важливою є розробка питань створення програмно-алгоритмічних засобів дослідження нелінійних аномальних дифузійних процесів реології.

Запропоновані комп'ютерні засоби є користувацьким додатком, розробленим на платформі проблемно-орієнтованого пакету Matlab [6]. При виборі програмної платформи врахована основна перевага Matlab — відкритість коду, що дає можливість у користувацьких додатках застосовувати, як внутрішні запрограмовані алгоритми, так і змінювати їх. У цьому сенсі необхідно відзначити той факт, що програмний інтерфейс додатків (API) реалізує зв'язок середовища Matlab з програмами, написаними на алгоритмічних мовах C або Fortran. Бібліотека програмного інтерфейсу дозволяє викликати наявні модулі алгоритмічних мов C або Fortran із середовища (окремих програм) Matlab, здійснювати обмін даними між додатками Matlab і іншими програмами, створювати додатки типу «клієнт — сервер» [6].

Проста вбудована мова програмування середовища Matlab дозволяє легко створювати власні алгоритми. Простота мови програмування компенсується великою кількістю функцій Matlab і ToolBox. Таке сполучення дозволяє досить швидко, з використанням формалізованих процедур, розробляти ефективні програми, спрямовані на розв'язання практичних задач [6].

Наведемо основні принципи, за якими розроблено автоматизований комплекс для розв'язання задач аналізу (моделювання та ідентифікації) та управління процесами фільтрації аномальних рідин у пористих середовищах і покажемо взаємозв'язок окремих процедур при розв'язанні задач аналізу та управління аномальними дифузійними процесами при застосуванні запропонованого комплексу комп'ютерних засобів (рис. 1).

Під математичною моделлю процесу, що досліджується, мається на увазі вид математичних виразів, які описують динаміку його розвитку. Іншими словами, структуру ММ визначає вид диференціальних рівнянь, що описують конкретний аномальний процес дифузії.

Завдання типу стаціонарної або нестаціонарної задачі, що розв'язується, здійснюється в режимі *Type equation*. Даний режим дозволяє вибрати один з альтернативних варіантів: *Static* або *Non static*. В кожному з наведених варіантів (відповідному діалоговому вікні) пропонується загальний вид диференціального рівняння.

У випадку Static — це еліптичне рівняння виду

$$\operatorname{div}\left(\rho \frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(P)\right) = 0, \quad (1)$$

де P — внутрішньо пластовий тиск, кг/м^2 ; ρ — густина рідини, кг/м^3 ; μ — в'язкість рідини, $\text{мПа}\cdot\text{с}$; k — проникність порового середовища, мД.

При визначенні еліптичного рівняння є можливість завдання правої частини (нульова або ненульова). Ненульова права частина свідчить про наявність джерел.

У випадку Non static ММ — це параболічне рівняння наступного виду

$$\operatorname{div}\left(\rho \frac{k}{\mu} \operatorname{grad}(P)\right) = m \frac{\partial P}{\partial t} \pm \frac{1}{h} Q, \quad (2)$$

де m — пористість середовища, %; h — потужність пласта, м; Q — витрата (дебіт) рідини, $\text{м}^3/\text{год}$.

У випадку двокомпонентних систем (при запису ММ відповідно: 1 та 2 — індекси компонент) у діалоговому вікні System differential equations пропонується завдання загального вигляду системи диференціальних рівнянь у часткових похідних, що описують їх динаміку

$$\begin{cases} \operatorname{div}\left(\rho_1 \frac{k_1}{\mu_1} \operatorname{grad}(P)\right) = -m \frac{\partial S_2}{\partial t} - \frac{1}{h} Q, \\ \operatorname{div}\left(\rho_2 \frac{k_2}{\mu_2} \operatorname{grad}(P)\right) = m \frac{\partial S_2}{\partial t} + \frac{1}{h} Q, \end{cases} \quad (3)$$

де S_2 — насиченість порового середовища витискаючою компонентою. Для водонапірного режиму S_2 являє собою водонасиченість, %.

Режими завдання елементів у даному діалоговому вікні збігаються з режимами завдання в діалоговому вікні для параболічного рівняння, причому для кожного з рівнянь системи передбачені свої поля запису. Наявність точкових джерел враховується аналогічно за вище розглянутою процедурою.

Область моделювання задається за принципом конструктивної блокової геометрії — CBSG. Відповідно до даного принципу складна область декомпонується на кінцеву сукупність більш простих (типових) областей, побудова яких алгоритмічно може бути формалізована попередньо у вигляді бібліотеки типових областей. В цьому випадку при розв'язанні конкретної практичної задачі використовується вже створена бібліотека, причому плоска обмежена область Ω розгляда-

ється як об'єднання, перетинання або різниця геометричних примітивів Ω_j , де j — число типових областей. Під геометричними примітивами розуміються плоскі фігури, для яких заздалегідь створене програмно-алгоритмічне забезпечення конструювання геометричних форм.

Коефіцієнти ММ фізичного процесу, що досліджується, задаються в режимі Set model parameters. Залежно від конкретної фізичної задачі, що розв'язується, можуть бути встановлені постійні або змінні коефіцієнти лівих частин диференціальних рівнянь. При цьому коефіцієнти можуть бути задані однотипними, як у всій області моделювання Ω , так і в окремих локальних областях Ω_j , $j = 1, 2, \dots, n$.

У випадку постійних фізико-хімічних параметрів рідин, що фільтруються, зручною формою завдання коефіцієнтів може бути наступна

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad}(\Phi)), \quad (4)$$

де λ — коефіцієнт при диференціальному операторі по незалежній просторовій координаті; Φ — узагальнена форма подання шуканої розподіленої функції.

Необхідний вигляд залежності коефіцієнтів ММ від просторових координат $z = (z_1, z_2)$ або шуканої функції $\Phi = \Phi(t, z)$ визначається математичною формулою, наприклад, вигляду $\lambda = \lambda(z)$ або $\lambda = \lambda(\Phi)$, що вказується для кожного фізичного параметра. Виходячи з фізики задач дифузії аномальних процесів, які розв'язуються, можливими типами граничних умов (ГУ) для них є: завдання функції (потенціалу) на межі — типу Дирихле, наявність потоку через границю — типу Неймана або комбінація перших двох випадків — змішані ГУ. Діалогове вікно Type boundary condition дозволяє вибрати тип граничних умов і задає їх у загальному вигляді:

- для ГУ типу Дирихле формалізоване представлення задається в такий спосіб

$$p \cdot \Phi = \Phi_b, \quad (5)$$

де p — ваговий коефіцієнт (безрозмірна величина); Φ_b — задане значення функції на межі;

- для ГУ типу Неймана формалізоване представлення задається в такий спосіб

$$d \cdot \operatorname{grad}(\Phi) = \partial\Phi, \quad (6)$$

де d — ваговий коефіцієнт (безрозмірна величина); $\partial\Phi$ — задане значення відповідного потоку через межу.

Для змішаних граничних умов реалізується таке формалізоване представлення ГУ

$$d \cdot \text{grad}(\Phi) + p \cdot \Phi = \partial\Phi + \Phi_b .$$

Граничні умови можуть бути перевизначені на будь-якому етапі підготовки до розв'язання прикладної задачі, що передує інтегруванню диференціальних рівнянь ММ.

При розв'язанні нестационарних задач повинні бути задані початкові умови (ПУ). Початкові умови задаються в режимі Initial conditions. Формалізоване представлення початкових умов має вигляд

$$p_0 \times \Phi_0 = X , \quad (7)$$

де p_0 — ваговий коефіцієнт (безрозмірна величина); X — задані початкові значення для відповідної функції.

Початкові умови, як і граничні умови, можуть бути перевизначені на будь-якому етапі підготовки до розв'язання прикладної задачі, що передує інтегруванню диференціальних рівнянь ММ.

Крім того, перед розв'язанням нестационарної задачі повинен бути заданий час інтегрування t_{int} (час, після закінчення якого необхідно знайти рішення). Передбачена також можливість визначення проміжних рішень у деякі, наперед задані моменти часу $0 \leq t_i \leq t_{\text{int}}$, $i = 1, 2, \dots, m$. Завдання зазначених параметрів здійснюється в режимі Time data. Завдання параметрів управляючих впливів в автоматизованому комплексі здійснюється в режимі Control influence. Даний режим ініціалізується для окремого параболічного рівняння або для системи параболічних рівнянь. У другому випадку завдання управляючих впливів (збуджень) здійснюється окремо для кожного з рівнянь системи.

Введення чисельних значень здійснюється в діалоговому вікні Control parameters. Інтерфейсні елементи діалогового вікна дозволяють задати координати точки прикладання управляючого (збуджуючого) впливу в межах просторової області Ω або локальних областей Ω_j , $j = 1, 2, \dots, n$. Іншою формою завдання управляючого (збуджуючого) впливу може бути вказівка на номер вузла сітки дискретизації, в якому прикладено відповідний вплив. Після визначення точки прикладання впливу, також вводиться чисельне значення дебіту Q_k , $k = \overline{1, K_l}$. Тут K_l , $l = 1, 2$ визначає кількість свердловин: добувних — індекс 1, нагнітальних — індекс 2, відповідно до того, яка компонента двокомпонентної системи розглядається. При введенні чисельних значень дебітів обов'язково необхідно враховувати знак — тобто свердловина є добувною чи нагнітальною.

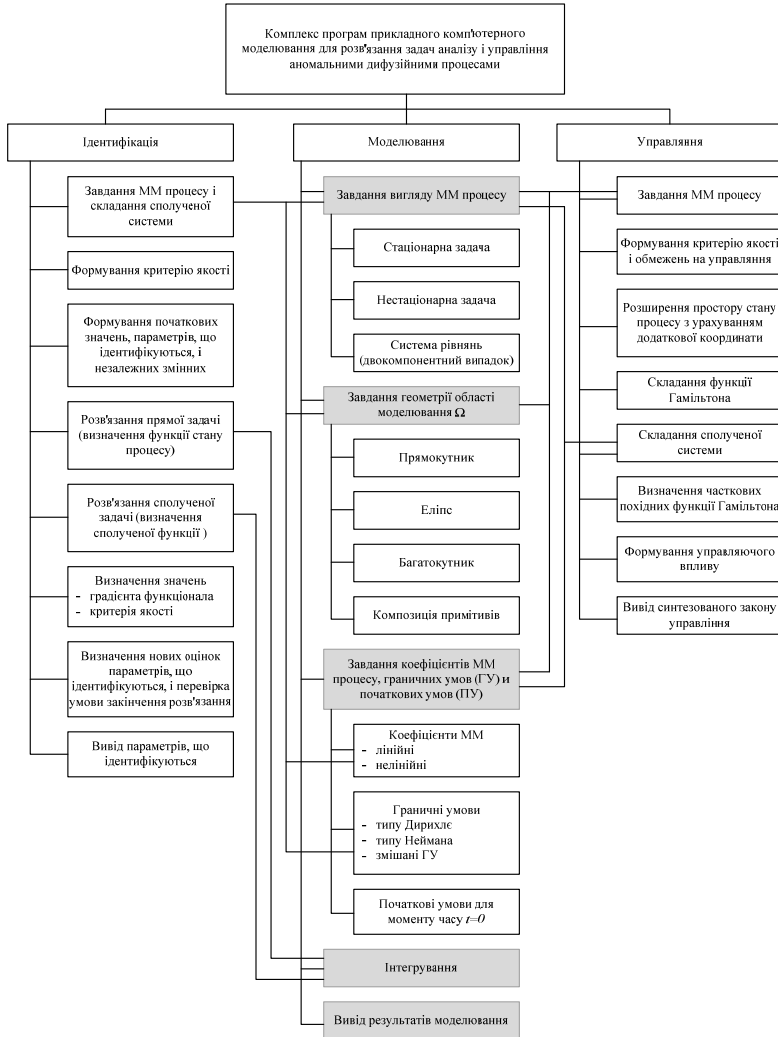


Рис. 1. Взаємозв'язок обчислювальних процедур при розв'язанні задач аналізу та управління

Основними формами виводу результатів виступають оцифровані масиви та графіки. Передбачена також можливість виводу розв'язку у вигляді кольорових полів для якісного аналізу одержуваних розв'язків. Графіки — плоскі, тривимірні або у вигляді діаграм, — в основному, використовуються для відображення рішень у локальних точках. Оцифровані масиви представляють результати, як для локальних точок, наприклад, відображення динаміки зміни функції, представлення синтезо-

ваного вектора управляючих впливів для заданого джерела, так і для просторових областей, наприклад, вивід розподіленої функції в області моделювання. Їхня відмінна риса полягає в тому, що розв'язок можна відобразити з необхідною точністю. На програмному рівні для візуалізації розв'язку задач використовуються вбудовані функції програмної платформи, а саме: для графічного відображення геометрії просторової області Ω , її меж, сітки дискретизації (основна графічна процедура функції `rdemesh`) та виводу результатів розв'язання задач.

Апробацію комплексу комп'ютерних засобів здійснено на тестовому прикладі для ділянки нафтового родовища, що розробляється у водонапірному режимі. Ділянка являє собою пласт прямокутної форми, що має геометричні розміри 6500 м x 4750 м. Пласт являє собою систему з 30 експлуатаційних свердловин: 12 добувних і 18 нагнітальних. Розв'язувалася задача моделювання динаміки пластового тиску для відрізка часу в 160 діб з дискретизацією по часовій змінній з кроком Δt , що дорівнює 40 діб.

За вихідну ММ пласта прийнято було систему рівнянь (3). Нелінійність коефіцієнтів вихідної ММ визначалася таким чином:

- в'язкість компоненти, що витискається (нафти), $\mu_1(P) = 7,2 - 0,005 \cdot P$, мПа·с;
- в'язкість компоненти, що витискає (води), $\mu_2(P) = 0,6 - 0,0001 \cdot P$, мПа·с;
- проникність середовища стосовно компоненти, що витискається, $k_1(P) = 1,42 + 0,06 \cdot P$, мД;
- проникність середовища стосовно компоненти, що витискає, $k_2(P) = 1,17 + 0,02 \cdot P$, мД;

З урахуванням числових значень коефіцієнтів, вихідна ММ приведена до вигляду:

$$\frac{0,12 \cdot \partial S_2(t, z)}{\partial t} - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{0,86}{7,2 - 0,005 \cdot P} \cdot (1,42 + 0,061 \cdot P) \frac{\partial P(t, z)}{\partial z_i} \right] = \frac{1}{h_j} \sum_{j=1}^{12} Q_{1j}, \quad (8)$$

$$\frac{0,12 \cdot \partial S_2(t, z)}{\partial t} - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial z_i} \left[\frac{0,27}{0,6 - 0,0001 \cdot P} \cdot (1,17 + 0,02 \cdot P) \frac{\partial P(t, z)}{\partial z_i} \right] = \frac{1}{h_j} \sum_{j=1}^{18} Q_{2j}, \quad (9)$$

з початковими і граничними умовами

$$S_{2j}(0, z) = S_{20j}(z); \quad j = 30, \quad (10)$$

$$\frac{\partial S_2(t, z)}{\partial \eta} = 0, \quad (11)$$

де η — нормаль до границі Γ області Ω .

Умова (11) визначає відсутність перетікання рідини через межу Γ .

У результаті моделювання отримано поле тиску $P(t, z)$ і поле водонасиченості $S_2(t, z)$ (рис. 2). На цьому рисунку добувні свердловини позначені чорними кружками, нагнітальні свердловини — білими кружками. Цифри біля кружків позначають технологічні номери експлуатаційних свердловин. Поля тиску та водонасиченості зображені у вигляді ліній рівного рівня, на яких, відповідно, вказано значення тиску (суцільні лінії з сірими прямокутниками зі значеннями тиску) чи водонасиченості (штрих-пунктирні лінії з білими прямокутниками зі значеннями водонасиченості).

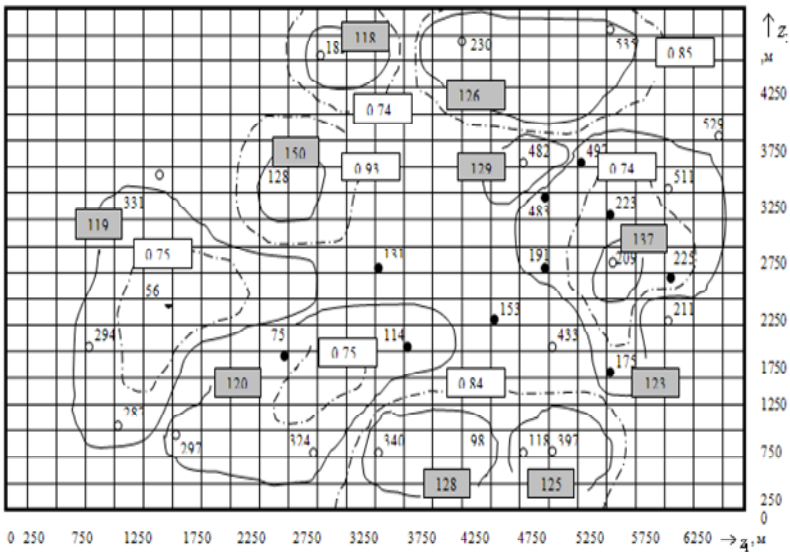


Рис. 2. Поля тиску $P(t, z)$ та водонасиченості $S_2(t, z)$

Для реалізації розв'язку нелінійної задачі знадобилося не більше ніж 4 ітерації на кожному з часових кроків.

Отже, запропоновано структуру автоматизованого комплексу для розв'язування задач аналізу (моделювання і ідентифікації) та управління аномальними дифузійними процесами, які виникають у реологічних середовищах. Апробація комплексу на низці прикладів,

наближених до практики, показала його цілковиту спроможність щодо розв'язання промислово значимих задач.

Порівняння результатів моделювання з контрольними вимірами дає похибку в межах 2...4%, що свідчить про високу адекватність реалізованих ММ.

Список використаних джерел:

1. Згуровский М. З. Анализ и управление односторонними физическими процессами / М. З. Згуровский, А. Н. Новиков. — К. : Наук. думка, 1996. — 326 с.
2. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости / У. Л. Уилкинсон. — М. : Мир, 1964. — 362 с.
3. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. — М. : Недра, 1982. — 406 с.
4. Кричлоу Г. Б. Современная разработка нефтяных месторождений — проблемы моделирования / Г. Б. Кричлоу. — М. : Недра, 1979. — 302 с.
5. Бернадинер М. Г. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей / М. Г. Бернадинер, В. М. Ентов. — М. : Наука, 1975. — 199 с.
6. Дьяконов В. П. Matlab 6.0 / В. П. Дьяконов. — СПб. : Питер, 2001. — 592 с.

Computer means of the decision of problems of modeling, identification and control abnormal diffusions by processes, which realization on a platform of specialized package Matlab are offered. Experience of application of the offered means in practice of research abnormal diffusions processes and, on an example of a real problem is considered, modeling of a dynamic condition of an oil deposit is spent.

Key words: *diffusion process, anomaly, modeling, identification, control, computer means, imitating research.*

Отримано 23.10.2010