

УДК 627.324.2/3:532.546:532.72

Н. А. Федорчук, аспірант

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ҐРУНТОВОГО МАСИВУ ПРИ ФІЛЬТРАЦІЇ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ В НЕІЗОТЕРМІЧНИХ УМОВАХ ТА НАЯВНОСТІ РІВНЯ ҐРУНТОВИХ ВОД

Побудовано математичну модель задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву в умовах тепло-масопереносу при фільтрації підземних вод та наявності рівня ґрунтових вод. Чисельний розв'язок відповідної одновимірної крайової задачі знайдено методом скінченних різниць. Як приклад, досліджено задачу напружено-деформованого стану двохшарового ґрунтового масиву. Наведено результати чисельних експериментів та їх аналіз.

Ключові слова: *напружено-деформований стан, рівень ґрунтових вод, тепло-масоперенос, метод скінченних різниць.*

Вступ. В сучасних умовах розвитку математичного та комп'ютерного моделювання з'являються нові можливості в розгляді питань проектування цивільних та промислових об'єктів. При експлуатації даних об'єктів може змінюватись напружено-деформований стан (НДС) ґрунтових основ, на яких вони побудовані. Суттєві зміни НДС викликають зміну ґрунтового профілю масиву, на який впливають різні фізико-хімічні фактори. Зокрема, фільтрація підземних вод, масоперенесення, теплоперенесення розчинених речовин фільтраційними потоками (розчинення та вимивання порід).

Важливий вплив на стійкість споруд має також і положення рівня ґрунтових вод (РҐВ) або вільної поверхні. Зміна положення рівня ґрунтових вод може призвести до зміни НДС ґрунтових основ об'єктів і врешті до негативних явищ, які відбуваються в основах цих споруд.

В роботах Сергієнка І. В., Скопечького В. В., Дейнеки В. С. досліджено НДС ґрунтових основ гідротехнічних споруд при наявності фільтрації ґрунтових вод та без неї, причому розглядалась фільтрація чистої води [1; 2].

Однак, зі зростанням обсягів промислового будівництва зростає негативний вплив техногенних факторів на навколишнє середовище, одним з яких є забруднення ґрунтів та ґрунтових вод різними хімічними речовинами та відходами промисловості. Тому в роботах Вла-

сюка А. П. та Катерини Є. І. [3; 4] вперше розв'язано одновимірну задачу НДС нескінченного шару ґрунту з врахуванням впливу масо-переносу при фільтрації сольових розчинів.

У роботах Кузла М. Т. та Філатової І. А. [5—9] проведено математичне моделювання та досліджено задачі НДС ґрунтових масивів при наявності переносу солей фільтраційними потоками в ізотермічних умовах та при врахуванні РГВ.

Враховуючи вищесказане, актуальною задачею є моделювання та дослідження НДС ґрунтових основ при наявності переносу солей фільтраційними потоками в неізотермічних умовах, що більш адекватно відображає процеси, які відбуваються в ґрунтах [10—12].

Постановка задачі. Нехай дано масив ґрунту товщиною l в умовах тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ (рис. 1).

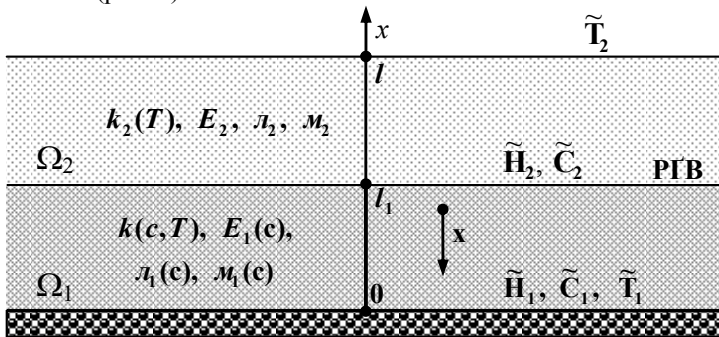


Рис. 1. Ґрунтовий масив в умовах тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ

На рис. 1 область Ω_1 — це зона водонасиченого ґрунту, а область Ω_2 — зона ґрунту в природному стані. Рівень ґрунтових вод розміщений на глибині l_1 від водоупору ($x=0$). Вільна поверхня РГВ ($x=l_1$) вважається нерухомою.

Шари ґрунту вважаються пружно-деформівними в межах лінійної теорії пружності з різними пружними параметрами (коефіцієнтами Ламе) $\lambda_i(c)$, $\mu_i(c)$, $i = 1, 2$, які залежать від концентрації сольового розчину. На ґрунт діє сила тяжіння, а у випадку водонасиченого ґрунту — архімедова та фільтраційна сили.

Нехай на нижній поверхні ґрунту на межі $x=0$ задано п'єзометричний напір \tilde{H}_1 , концентрація розчинених у воді солей \tilde{C}_1 та температура \tilde{T}_1 , а на вільній поверхні РГВ ($x=l_1$) значення п'єзометричного напору \tilde{H}_2 та концентрації солей \tilde{C}_2 . Значення те-

температури \tilde{T}_2 задано на поверхні ґрунту ($x=l$), причому $\tilde{H}_2 > \tilde{H}_1$, $\tilde{C}_2 > \tilde{C}_1$, $\tilde{T}_2 > \tilde{T}_1$. В результаті різниці напорів відбувається перенесення розчинених у воді речовин та тепла фільтраційним потоком. При цьому процес фільтрації розчинених у воді речовин та тепла підлягають відповідно законам Дарсі, Фіка та Фур'є.

Потрібно розрахувати НДС з врахуванням процесів тепло-масопереносу при умові, що відсутнє зміщення нижньої та верхньої меж ґрунту або лише нижньої межі ґрунту (скельної основи).

Математична модель задачі. Математичну модель одновимірної задачі НДС ґрунтового масиву в умовах тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ, враховуючи результати робіт [1—12], можна описати наступною крайовою задачею.

Рівняння НДС для ґрунту, що знаходиться у водонасиченому та природному станах, в зміщеннях мають вигляд

$$(\lambda_i(c) + 2\mu_i(c)) \frac{d^2 u_i}{dx^2} + \frac{d(\lambda_i(c) + 2\mu_i(c))}{dx} \frac{du_i}{dx} - (\lambda_i(c) + 2\mu_i(c)) \alpha_T \frac{\partial T_i}{\partial x} = X_i, \quad (1)$$

$$i=1,2,$$

$$X_i = \begin{cases} \gamma_{зс} + \frac{dp}{dx}, & i=1, \\ \gamma_{нр}, & i=2, \end{cases} \quad (2)$$

де $u_i(x)$, $i=1,2$ — зміщення в ґрунті вздовж осі OX відповідно у водонасиченому (зваженому) ($x \in (0; l_1)$, $i=1$) та природному ($x \in (l_1; l)$, $i=2$) станах; X_i — масові сили; $\lambda_i(c)$, $\mu_i(c)$ — коефіцієнти Ламе в шарах ґрунту Ω_1 та Ω_2 ; $c(x, t)$ — концентрація порового сольового розчину у водонасиченому шарі ґрунтового масиву; $T_i(x, t)$, $i=1,2$ — температура в обох шарах ґрунтового масиву; $x \in (0; l)$; $\gamma_{зс}$ — питома вага ґрунту, що знаходиться в зваженому стані; $\gamma_{нр}$ — питома вага ґрунту, що знаходиться в природному стані; p — фільтраційний тиск сольового розчину, який визначається за формулою

$$p = \gamma_p (h - x), \quad (3)$$

де h — п'єзометричний напір; γ_p — питома вага рідини; α_T — середній коефіцієнт лінійного теплового розширення в інтервалі температур (T_0, T) , що визначається виразом [13]

$$\alpha_T = \frac{1}{T} \int_0^T \alpha d\bar{T},$$

$\bar{T} = T - T_0$, $\alpha = \frac{\Delta l}{l \bar{T}}$ — коефіцієнт лінійного розширення, Δl — зміна лінійних розмірів досліджуваного зразка.

Граничні умови для зміщень мають вигляд

$$L_1 u_1(0) = 0, L_2 u_2(l) = 0, \quad (4)$$

де L_1, L_2 — диференціальні оператори, що задають граничні умови відповідно при $x = 0$ та $x = l$.

Умови спряження на поверхні рівня ґрунтових вод для зміщень записуються так:

$$u_1(l_1) = u_2(l_1), \quad (5)$$

$$E_1(c) \frac{du_1(l_1)}{dx} - \alpha_T (T_1 - T_0) = E_2 \frac{du_2(l_1)}{dx} - \alpha_T (T_2 - T_0), \quad (6)$$

де $E_1(c)$ — модуль Юнга (для ґрунту, що знаходиться у водонасиченому стані), залежність якого від концентрації сольових розчинів отримана в [6], E_2 — модуль деформації ґрунту в природному стані.

Рівняння масопереносу у водонасиченому шарі ґрунту має наступний вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D(c) \frac{\partial c}{\partial x} \right) - v(c) \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma_1 (c - C_*) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = n_p \frac{\partial c}{\partial t}. \quad (7)$$

Тут: $v(c)$ — швидкість фільтрації у водонасиченому шарі; $t > 0$; $D(c)$, D_T — коефіцієнти конвективної дифузії та термодифузії; n_p — пористість; γ_1 — константа швидкості масообміну; C_* — концентрація граничного насичення; $x \in (0, l_1)$.

Крайові умови для концентрації мають вигляд

$$c(x, 0) = \tilde{C}_0(x), \quad x \in (0, l_1), \quad (8)$$

$$L_3 c(0, t) = \tilde{C}_1(t), L_4 c(l_1, t) = \tilde{C}_2(t), \quad x \in (0, l_1), \quad (9)$$

де $\tilde{C}_0(x)$, $\tilde{C}_1(t)$, $\tilde{C}_2(t)$ — задані функції; L_3, L_4 — диференціальні оператори, що задають граничні умови для концентрації.

Рівняння теплопереносу в обох шарах ґрунту має такий вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) - \rho c_p \bar{v}_i(c) \frac{\partial T_i}{\partial x} = c_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2. \quad (10)$$

Тут: $\bar{v}_i(c) = \begin{cases} v(c), & i=1, \\ 0, & i=2; \end{cases}$ $\lambda_T^{(i)}, c_T^{(i)}, i=1,2$ — коефіцієнти ефективної

теплопровідності вологого ґрунту та об'ємної теплоємності ґрунту відповідно; ρ — густина порового розчину; c_ρ — питома теплоємність порового розчину; $x \in (0; l)$.

Крайові умови та умови спряження для температури мають вигляд

$$T_i(x, 0) = \tilde{T}_0^{(i)}(x), \quad x \in (0, l), \quad i = 1, 2, \quad (11)$$

$$L_5 T_1(0, t) = \tilde{T}_1(t), \quad L_6 T_2(l, t) = \tilde{T}_2(t), \quad (12)$$

$$T_1(l_1) = T_2(l_1), \quad (13)$$

$$\lambda_T^{(1)} \frac{\partial T_1(l_1, t)}{\partial x} - \rho c_\rho v(c) T_1(l_1, t) = \lambda_T^{(2)} \frac{\partial T_2(l_1, t)}{\partial x}, \quad (14)$$

де $\tilde{T}_0^{(i)}(x), i=1,2, \tilde{T}_1(t), \tilde{T}_2(t)$ — задані функції; L_5, L_6 — диференціальні оператори, що задають граничні умови для температури.

Фільтрація підземних вод з вільної поверхні в ґрунтовому шарі описується наступною крайовою задачею:

$$v(c) = -k(c, T) \frac{dh}{dx}, \quad \frac{dv}{dx} = 0, \quad x \in (0, l_1), \quad (15)$$

$$h(0) = \tilde{H}_1, \quad h(l_1) = \tilde{H}_2. \quad (16)$$

Тут: $k(c, T)$ — коефіцієнт фільтрації, що залежить від концентрації солей та температури; \tilde{H}_1, \tilde{H}_2 — напори відповідно на нижній межі ґрунту та на глибині l_1 .

Чисельний розв'язок крайової задачі методом скінчених різниць. Для чисельного розв'язування поставленої задачі покриємо область $\bar{Q} = [0; l] \times [0; t_1]$ рівномірною сіткою $\bar{Q}^{(m_1, n_1)} = [0; nh_1] \times [0; m\tau]$ з кроками h_1 та τ відповідно по змінній x та часу t . Нехай n — кількість кроків по просторовій змінній, m — кількість кроків по часу.

Для дискретизації рівнянь (1), (7) та (10) використаємо монотонну різницьку схему О. А. Самарського [14]. В результаті отримаємо наступні скінченно-різницеві аналоги даних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} & \frac{\chi_j^{(k)}}{h_1} \frac{u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}}{h_1} + (r^+)_j^{(k)} \frac{u_{j+1} - u_j}{h_1} + (r^-)_j^{(k)} \frac{u_j - u_{j-1}}{h_1} - \\ & - \left(\lambda_j^{(k)} \left(c_j^{(k)} \right) + 2\mu_j^{(k)} \left(c_j^{(k)} \right) \right) \alpha_T \frac{T_{j+1}^{(k)} - T_{j-1}^{(k)}}{2h_1} = X_j^{(k)}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 & j = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{0, m-1}, \\
 & n_p \frac{c_j^{(k+1)} - c_j^{(k)}}{\tau} = \frac{\eta_j^{(k)}}{h_1} \left(d_{j+1}^{(k)} \frac{c_{j+1}^{(k+1)} - c_j^{(k+1)}}{h_1} - d_j^{(k)} \frac{c_j^{(k+1)} - c_{j-1}^{(k+1)}}{h_1} \right) + \\
 & + \frac{(v^+)_j^{(k)}}{D_j^{(k)} (c_j^{(k)})} d_{j+1}^{(k)} \frac{c_{j+1}^{(k+1)} - c_j^{(k+1)}}{h_1} + \frac{(v^-)_j^{(k)}}{D_j^{(k)} (c_j^{(k)})} d_j^{(k)} \frac{c_j^{(k+1)} - c_{j-1}^{(k+1)}}{h_1} - \\
 & - \gamma_1 \left(c_j^{(k+1)} - C_* \right) + \frac{1}{h_1} \left((d_T)_{j+1}^{(k)} \frac{T_{j+1}^{(k+1)} - T_j^{(k+1)}}{h_1} - (d_T)_j^{(k)} \frac{T_j^{(k+1)} - T_{j-1}^{(k+1)}}{h_1} \right),
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 & j = \overline{1, n_1-1}, \quad k = \overline{0, m-1}, \\
 & c_T^{(j)} \frac{T_j^{(k+1)} - T_j^{(k)}}{\tau} = \frac{\bar{\eta}_j^{(k)}}{h_1} \left((\bar{\lambda}_T)_{j+1}^{(k)} \frac{T_{j+1}^{(k+1)} - T_j^{(k+1)}}{h_1} - (\bar{\lambda}_T)_j^{(k)} \frac{T_j^{(k+1)} - T_{j-1}^{(k+1)}}{h_1} \right) + \\
 & + \rho c_p \left(\frac{(v^+)_j^{(k)}}{(\lambda_T)_j^{(k)}} (\bar{\lambda}_T)_{j+1}^{(k)} \frac{T_{j+1}^{(k+1)} - T_j^{(k+1)}}{h_1} + \frac{(v^-)_j^{(k)}}{(\lambda_T)_j^{(k)}} (\bar{\lambda}_T)_j^{(k)} \frac{T_j^{(k+1)} - T_{j-1}^{(k+1)}}{h_1} \right),
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$j = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{0, m-1},$$

та закону (15)

$$v_j^{(k)} = -k_j^{(k)} \left(c_j^{(k)}, T_j^{(k)} \right) \frac{h_{j+1} - h_{j-1}}{2h_1}, \quad j = \overline{1, n_1-1}, \quad k = \overline{1, m}. \tag{20}$$

З рівняння нерозривності (15) маємо

$$\frac{dv}{dx} = \frac{d \left(k(c, T) \frac{dh}{dx} \right)}{dx} = 0.$$

Звідки маємо

$$k(c, T) \frac{d^2 h}{dx^2} + \frac{d(k(c, T))}{dx} \frac{dh}{dx} = 0. \tag{21}$$

Для дискретизації рівняння (21) використаємо монотонну різницеву схему О. А. Самарського [14]. В результаті отримаємо скінченно-різницевий аналог даного диференціального рівняння

$$\frac{\bar{\chi}_j^{(k)}}{h_1} \frac{h_{j-1} - 2h_j + h_{j+1}}{h_1} + (\bar{r}^+)_j^{(k)} \frac{h_{j+1} - h_j}{h_1} + (\bar{r}^-)_j^{(k)} \frac{h_j - h_{j-1}}{h_1} = 0, \quad (22)$$

$$j = \overline{1, n_1 - 1}, k = \overline{1, m},$$

де

$$a_j^{(k)} = \frac{1}{2} \left(k_j^{(k)} \left(c_j^{(k)}, T_j^{(k)} \right) + k_{j-1}^{(k)} \left(c_{j-1}^{(k)}, T_{j-1}^{(k)} \right) \right),$$

$$d_j^{(k)} = \frac{1}{2} \left(D_j^{(k)} \left(c_j^{(k)} \right) + D_{j-1}^{(k)} \left(c_{j-1}^{(k)} \right) \right),$$

$$(d_T)_j^{(k)} = \frac{1}{2} \left((D_T)_j^{(k)} + (D_T)_{j-1}^{(k)} \right), (\bar{\lambda}_T)_j^{(k)} = \frac{1}{2} \left((\lambda_T)_j^{(k)} + (\lambda_T)_{j-1}^{(k)} \right)$$

$$\eta_j^{(k)} = \frac{1}{1 + \frac{h_1 |v_j^{(k)}|}{2D_j^{(k)} \left(c_j^{(k)} \right)}} = 1 - \frac{h_1 |v_j^{(k)}|}{2D_j^{(k)} \left(c_j^{(k)} \right)} + O(h_1^2),$$

$$\bar{\eta}_j^{(k)} = \frac{1}{1 + \frac{h_1 \rho c_\rho |v_j^{(k)}|}{2(\lambda_T)_j^{(k)}}} = 1 - \frac{h_1 \rho c_\rho |v_j^{(k)}|}{2(\lambda_T)_j^{(k)}} + O(h_1^2),$$

$$\chi_j^{(k)} = \frac{1}{1 + 0,5h_1 |r_j^{(k)}|}, \bar{\chi}_j^{(k)} = \frac{1}{1 + 0,5h_1 |\bar{r}_j^{(k)}|},$$

$$\bar{r}_j^{(k)} = \frac{1}{k_j^{(k)} \left(c_j^{(k)}, T_j^{(k)} \right)} \cdot \frac{k_{j+1}^{(k)} \left(c_{j+1}^{(k)}, T_{j+1}^{(k)} \right) - k_{j-1}^{(k)} \left(c_{j-1}^{(k)}, T_{j-1}^{(k)} \right)}{2h_1},$$

$$r_j^{(k)} = \frac{1}{\lambda_j^{(k)} \left(c_j^{(k)} \right) + 2\mu_j^{(k)} \left(c_j^{(k)} \right)} \cdot \frac{\lambda_{j+1}^{(k)} \left(c_{j+1}^{(k)} \right) + 2\mu_{j+1}^{(k)} \left(c_{j+1}^{(k)} \right) - \lambda_{j-1}^{(k)} \left(c_{j-1}^{(k)} \right) + 2\mu_{j-1}^{(k)} \left(c_{j-1}^{(k)} \right)}{2h_1},$$

$$\left(r^+ \right)_j^{(k)} = \frac{-r_j^{(k)} + |r_j^{(k)}|}{2} \geq 0, \left(r^- \right)_j^{(k)} = \frac{-r_j^{(k)} - |r_j^{(k)}|}{2} \leq 0,$$

$$\left(\bar{r}^+ \right)_j^{(k)} = \frac{-\bar{r}_j^{(k)} + |\bar{r}_j^{(k)}|}{2} \geq 0, \left(\bar{r}^- \right)_j^{(k)} = \frac{-\bar{r}_j^{(k)} - |\bar{r}_j^{(k)}|}{2} \leq 0,$$

$$\left(v^+\right)_j^{(k)} = \frac{-v_j^{(k)} + \left|v_j^{(k)}\right|}{2} \geq 0, \quad \left(v^-\right)_j^{(k)} = \frac{-v_j^{(k)} - \left|v_j^{(k)}\right|}{2} \leq 0.$$

Умови спряження (5)—(6) та (13)—(14) апроксимуються наступним чином:

$$u_{1,n_1} = u_{2,n_1}, \quad (23)$$

$$E_1(c) \frac{u_{1,n_1} - u_{1,n_1-1}}{h} - \alpha_T (T_1 - T_0) = E_2 \frac{u_{2,n_1+1} - u_{2,n_1}}{h} - \alpha_T (T_2 - T_0), \quad (24)$$

$$T_{1,n_1}^{(k+1)} = T_{2,n_1}^{(k+1)}, \quad (25)$$

$$\left(\lambda_T^{(1)}\right) \left(T_{1,n_1}^{(k+1)} - T_{1,n_1-1}^{(k+1)}\right) - \rho c_\rho u_1^{(k+1)} T_{1,n_1}^{(k+1)} = \left(\lambda_T^{(2)}\right) \left(T_{2,n_1+1}^{(k+1)} - T_{2,n_1}^{(k+1)}\right). \quad (26)$$

Для початкових умов (8), (11) отримаємо наступні скінченно-різницьві аналоги:

$$c_j^{(0)} = \tilde{C}_0(jh_1), \quad j = \overline{0, n_1}, \quad T_j^{(0)} = \tilde{T}_0(jh_1), \quad j = \overline{0, n}$$

Для знаходжень значень зміщень, концентрації солей, температури та напору використовувався метод прогонки [14].

Як відомо (див. напр., [1, 13]), деформації та напруження з врахуванням неізотермічного режиму в одновимірному випадку в кожному шарі обчислюються за формулами

$$\varepsilon = \frac{du}{dx}, \quad \sigma = E(c) \left(\frac{du}{dx} - \alpha_T \bar{T} \right), \quad x \in (0, l)$$

Відповідно їх скінченно-різницьві аналоги матимуть вигляд

$$\varepsilon_j = \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2h_1},$$

$$\sigma_j = E_j(c_j^{(k)}) \left(\frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2h_1} - \alpha_T (T_n^{(k)} - T_0^{(k)}) \right), \quad (27)$$

$$j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{0, m}.$$

Результати чисельних експериментів. Як приклад, розглянуто одновимірну задачу НДС в ґрунтовому масиві товщиною $l = 10$ м з урахуванням впливу тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ. Вільна поверхня l_1 РГВ знаходиться на глибині 7 м. Значення вхідних даних брались наступними:

$$n_p = 0,2, \quad D = 0,002 \frac{\text{м}^2}{\text{доба}}, \quad D_T = 0,002 \frac{\text{м}^2}{\text{доба}}, \quad \alpha_T = 1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}},$$

$$\gamma_p = 1 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \quad \gamma_{зв} = 1,3 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \quad \gamma_{np} = 1,7 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \quad \lambda_2 = 1,7 \cdot 10^7 \text{Па},$$

$$\mu_2 = 1,15 \cdot 10^7 \text{ Па}, E_2 = 3 \cdot 10^7 \text{ Па}, \rho = 1100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, c_\rho = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \times \text{град}},$$

$$c_T^{(1)} = c_T^{(2)} = 2137 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^3 \times \text{град}}, \lambda_T^{(1)} = \lambda_T^{(2)} = 108 \frac{\text{кДж}}{\text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{доба}},$$

$$\gamma_1 = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ доба}^{-1}, \tilde{C}_1(t) = 8 \frac{\text{г}}{\text{літр}}, \tilde{C}_2(t) = 350 \frac{\text{г}}{\text{літр}}, \tilde{T}_1(t) = 5^0 \text{ С},$$

$$\tilde{T}_2(t) = 25^0 \text{ С}, \tilde{H}_1 = 0 \text{ м},$$

$$\tilde{H}_2 = 1 \text{ м}, \tilde{C}_0(x) = 8 \text{ г/літр}, \tilde{T}_0(x) = 5^0 \text{ С}.$$

Прийнято наступні залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації сольового розчину та температури, коефіцієнтів Ламе і модуля Юнга від концентрації сольового розчину [6; 15]:

$$k_1(c) = a_5^1 \cdot c^5 + a_4^1 \cdot c^4 + a_3^1 \cdot c^3 + a_2^1 \cdot c^2 + a_1^1 \cdot c + a_0^1,$$

де

$$a_5^1 = 5,9404 \cdot 10^{-2}, a_4^1 = -1,6703 \cdot 10^{-1}, a_3^1 = 1,7051 \cdot 10^{-1},$$

$$a_2^1 = -7,4311 \cdot 10^{-2}, a_1^1 = 1,0563 \cdot 10^{-2}, a_0^1 = 1,0054 \cdot 10^{-3};$$

$$k_2(T) = b_5 \cdot T^5 + b_4 \cdot T^4 + b_3 \cdot T^3 + b_2 \cdot T^2 + b_1 \cdot T + b_0,$$

де

$$b_5 = 1,4154 \cdot 10^{-2}, b_4 = -2,6097 \cdot 10^{-2}, b_3 = 1,0819 \cdot 10^{-2},$$

$$b_2 = 1,2844 \cdot 10^{-4}, b_1 = 1,0404 \cdot 10^{-2}, b_0 = 3,0925 \cdot 10^{-3}, T \in [0,1]$$

обезрозмірена величина.

Оскільки комплексні експериментальні дані щодо одночасної залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації солей та температури відсутні, то можна покласти

$$k(c, T) = \frac{1}{k_0} k_1(c) \cdot k_2(T),$$

де k_0 — коефіцієнт фільтрації для чистої води при температурі 20^0 С .

$$\lambda(c) = a_3^2 \cdot c^3 + a_2^2 \cdot c^2 + a_1^2 \cdot c + a_0^2,$$

де $a_3^2 = -1798,96$, $a_2^2 = 4314,732$, $a_1^2 = -2615,37$, $a_0^2 = 2545,743$;

$$\mu(c) = a_3^3 \cdot c^3 + a_2^3 \cdot c^2 + a_1^3 \cdot c + a_0^3,$$

де $a_3^3 = -1205,28$, $a_2^3 = 2880,321$, $a_1^3 = -1741,92$, $a_0^3 = 1696,324$;

$$E(c) = a_3^4 \cdot c^3 + a_2^4 \cdot c^2 + a_1^4 \cdot c + a_0^4,$$

де $a_3^4 = -0,000393$, $a_2^4 = 0,1878866$, $a_1^4 = -22,70202$, $a_0^4 = 4410,552$, $c \in [0,1]$ — обезрозмірена величина.

Час, протягом якого розглядався процес НДС, дорівнював 4 рокам.

Нижче наведено результати чисельних експериментів у вигляді графіків та табличних даних.

Таблиця 1

Значення зміщень при наявності РГВ для $t = 1440$ діб в умовах тепло-масопереносу ($u^1(x)$), в умовах масопереносу ($u^2(x)$), в умовах теплопереносу ($u^3(x)$) та при відсутності тепло-масопереносу ($u^4(x)$)

	$x, м$	$u^1(x),$ $\times 10^{-2}$	$u^2(x),$ $\times 10^{-2}$	$u^3(x),$ $\times 10^{-2}$	$u^4(x),$ $\times 10^{-2}$
Ґрунт в природному стані	10	0	0	0	0
	9	-0,203	-0,202	-0,142	-0,138
	8	-0,364	-0,362	-0,242	-0,234
	7	-0,481	-0,480	-0,298	-0,288
Ґрунт водонасичений у зваженому стані при фільтрації сольових розчинів	7	-0,481	-0,480	-0,298	-0,288
	6	-1,286	-1,282	-0,371	-0,356
	5	-1,815	-1,809	-0,405	-0,388
	4	-2,061	-2,055	-0,400	-0,383
	3	-2,020	-2,019	-0,356	-0,342
	2	-1,686	-1,689	-0,275	-0,265
	1	-1,032	-1,035	-0,156	-0,151
	0	0	0	0	0

Значення зміщень при наявності РГВ для $t = 1440$ діб в умовах тепло-масопереносу ($u^1(x)$), в умовах масопереносу ($u^2(x)$), в умовах теплопереносу ($u^3(x)$) та при відсутності тепло-масопереносу ($u^4(x)$).

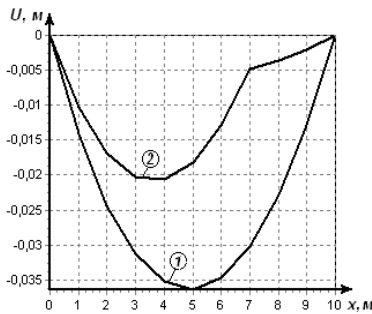


Рис. 2. Графіки розподілу зміщень в умовах тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів для $t = 1440$ діб:

- 1) без врахування РГВ;
- 2) з врахуванням РГВ

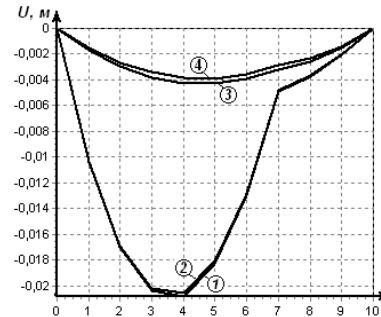


Рис. 3. Графіки розподілу зміщень з врахуванням РГВ для $t = 1440$ діб:

- 1) при наявності тепло-масопереносу;
- 2) при наявності масопереносу;
- 3) при наявності теплопереносу;
- 4) без тепло-масопереносу

Висновки. У роботі сформульовано постановку та розроблено відповідну математичну модель задачі НДС ґрунтового масиву з урахуванням впливу тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ. Для даної математичної моделі побудовано монотонні різницеві схеми. Отримано чисельний розв'язок поставленої крайової задачі методом скінченних різниць. Показано, що тепло-масоперенос значно змінює картину НДС в порівнянні ніж без впливу тепло-масопереносу. А саме, як видно з рис. 3, зміщення збільшуються при врахуванні тепло-масопереносу в порівнянні з відповідними величинами без врахування тепло-масопереносу. Однак, зміщення незначно збільшуються з врахуванням тепло-масопереносу по відношенню до відповідних величин при врахуванні лише масопереносу, а також зміщення дещо збільшуються з врахуванням теплопереносу по відношенню до відповідних величин без врахування теплопереносу (табл. 1). Крім того, як видно із рис. 2, зміщення в умовах тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ зменшуються у порівнянні з відповідними величинами, але при відсутності РГВ.

В загальному, як показали проведені дослідження, впливом тепло-масопереносу на НДС ґрунту нехтувати не можна, а отже і залежністю коефіцієнтів Ламе та модуля Юнга від концентрації сольових розчинів, а також залежністю коефіцієнта фільтрації від концентрації сольових розчинів та температури. Оскільки це може призвести до неправильних прогнозів, а також до непередбачуваних негативних наслідків як на етапі проектування, так і в процесі експлуатації гідроенергетичних об'єктів, а також споруд цивільного будівництва.

Список використаних джерел:

1. Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. — К. : Наукова думка, 1991. — 432 с.
2. Дейнека В. С. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения / В. С. Дейнека, И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий. — К. : Наукова думка, 1998. — 615 с.
3. Власюк А. П. Розв'язування одновимірної стаціонарної задачі НДС ґрунтових масивів в умовах масоперенесення / А. П. Власюк, Є. І. Катерина // Вісник Львів. ун-ту. Сер. Прикл. матем. та інформ. — 1999. — Вип. 1. — С. 50—55.
4. Власюк А. П. Про деякі нові математичні моделі підземної гідромеханіки / А. П. Власюк // Вісник РДТУ — Рівне. — Вип. 3 (5), Ч. 2. — 2000. — С. 57—62.
5. Кузло М. Т. Про деякі математичні моделі напружено-деформованого стану ґрунтових масивів в процесі руху вільної поверхні ґрунтових вод / М. Т. Кузло, І. А. Філатова // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природо-користув. — Рівне, 2005. — Вип. 2 (30). — С. 282—287.
6. Кузло М. Т. Дослідження впливу концентрації сольових розчинів на деформаційні характеристики ґрунтів / М. Т. Кузло, І. А. Філатова // Вісник

- Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. — Рівне, 2006. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 209—214.
7. Філатова І. А. Математичне моделювання напружено-деформованого стану ґрунтових масивів при наявності рівня ґрунтових вод / І. А. Філатова, М. Т. Кузло // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. — Рівне, 2006. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 203—208.
 8. Філатова І. А. Математичне моделювання напружено-деформованого стану багат шарового ґрунтового масиву при наявності рівня ґрунтових вод / І. А. Філатова // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. — Вип. 1. — 2008. — С. 161—165.
 9. Філатова І. А. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану шару ґрунту з врахуванням масопереносу при фільтрації сольових розчинів / І. А. Філатова // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. Рівне, 2009. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 332—339.
 10. Власюк А. П. Математичне моделювання напружено-деформованого стану багат шарового ґрунтового масиву в умовах теплопереносу при наявності рівня ґрунтових вод / А. П. Власюк, Н. А. Федорчук // Тез. доп. XII Міжнар. наук. конференції ім. акад. М. Кравчука. — К., 2008. — С. 73.
 11. Власюк А. П. Математичне моделювання впливу тепло-масопереносу на напружено-деформований стан багат шарового ґрунтового масиву при наявності рівня ґрунтових вод / А. П. Власюк, Н. А. Федорчук // Тез. доп. Міжнарод. наук. конференції «Прийняття рішень в умовах невизначеності». — К.; Рівне, 2008. — С. 73—75.
 12. Власюк А. П. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву в умовах тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів / А. П. Власюк, Н. А. Федорчук, О. І. Прохоров, О. В. Орловський // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. — Рівне, 2009. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 320—331.
 13. Коваленко А. Д. Термоупругость / А. Д. Коваленко. — К. : Вища школа, 1975. — 216 с.
 14. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. — М. : Наука, 1989. — 616 с.
 15. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах: [монографія] / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. — Рівне : Нац. ун-т водн. госп-ва та природокористув., 2008. — 416 с.

The mathematical model of the tensely deformed state of a soil array problem taking into account the salt and heat transfer at filtration of subsoil waters and at presence of a level of subsoil waters has been formulated. The numerical solution of the corresponding one-dimensional boundary-value problem has been found by the finite difference method. As an example, the tensely deformed state of a two-layered soil array problem has been investigated. Numerical experiments and their analyses have been carried out.

Key words: *tensely deformed state, level of subsoil waters, salt and heat transfer, finite difference method.*

Отримано 16.09.10