

УДК 627.324.2/3:532.72:532.546

**І. А. Філатова**, викладачНаціональний університет водного господарства  
та природокористування, м. Рівне**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-  
ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОГО  
ҐРУНТОВОГО МАСИВУ В УМОВАХ МАСОПЕРЕНОСУ  
ТА НАЯВНОСТІ РІВНЯ ҐРУНТОВИХ ВОД**

Проведено математичне моделювання напружено-деформованого стану багатошарового ґрунтового масиву в умовах масопереносу при фільтрації сольових розчинів. В результаті розв'язку відповідної крайової задачі отримано зміщення, напруження, деформації та величину осідання ґрунтового масиву. Як приклад, досліджено задачу напружено-деформованого стану двохшарового ґрунтового масиву. Проведено чисельні експерименти для конкретних даних.

**Ключові слова:** *напружено-деформований стан, рівень ґрунтових вод, масоперенос, метод скінченних різниць.*

**1. Вступ**

Для різних споруд (гідротехнічних, енергетичних, промислових, цивільних та ін.) великого значення набуває знання НДС їх ґрунтових основ. Важливий вплив на НДС, несучу здатність ґрунтових основ даних споруд має наявність рівня ґрунтових вод (РҐВ) в ґрунтових масивах. Останній позначається на стійкості та надійності даних споруд. Це посилюється ще й зміною положення РҐВ, яке призводить до зміни НДС ґрунтових основ особливо в околі РҐВ. Внаслідок цього зростають фільтраційні деформації в ґрунтових основах даних споруд, що може призвести до негативних явищ, які відбуваються в основах даних споруд, зокрема до утворення значних тріщин в ґрунтових масивах.

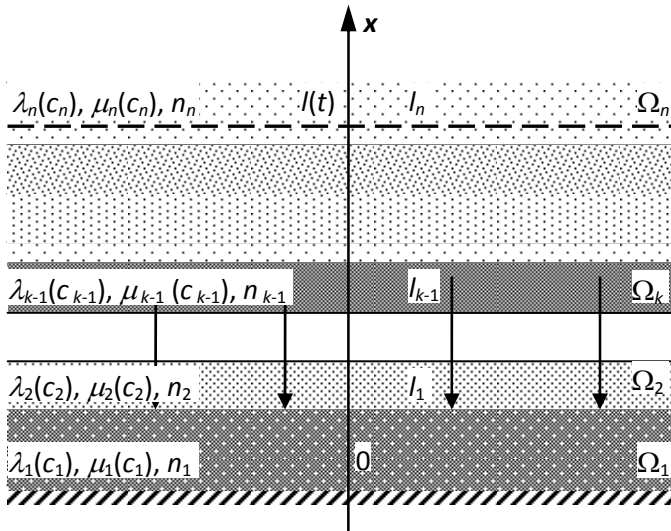
Вивченню НДС при наявності вільної поверхні ґрунтових вод в ґрунтових масивах присвячені роботи [1—4]. У вищенаведених роботах не вивчався вплив масопереносу на НДС ґрунтових масивів при наявності РҐВ. В роботі [5] побудовано деякі математичні моделі напружено-деформованого стану ґрунтових масивів у процесі руху вільної поверхні ґрунтових вод, а в [6] досліджено вплив концентрації сольових розчинів на деформаційні характеристики ґрунтів. В результаті математичної обробки, отримано залежності параметрів Ламе та модуля Юнга від концентрації сольових розчинів. В [7; 8] проведено математичне моделювання напружено-деформованого стану ґрунтових масивів при наявності рівня ґрунтових вод без врахуван-

ня залежності параметрів Ламе від концентрації сольових розчинів, а в [9] проведено математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану шару ґрунту з врахуванням масопереносу при фільтрації сольових розчинів при врахуванні таких залежностей. В [10] досліджено вплив тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів на напружено-деформований стан ґрунтового масиву.

При прогнозуванні довговічності експлуатації різних об'єктів, визначення їх стійкості та надійності необхідно знати напружено-деформований стан їх основ. Тому важливої уваги заслуговує задача визначення напружено-деформованого стану ґрунтових масивів з урахуванням наявності рівня ґрунтових вод та масопереносу при фільтрації сольових розчинів в них [6—8].

## 2. Постановка задачі

Нехай дано масив ґрунту, що розміщений на скельній основі і складається з  $n$  горизонтальних шарів, в одному з яких присутня вільна поверхня — рівень ґрунтових вод (РГВ). Шари ґрунту вважаються пружно-деформованими в межах лінійної теорії пружності [1—2], на які діє лише сила тяжіння, а у випадку змоченого ґрунту враховується ще й архімедова та фільтраційна сили.



*Рис.1. Ґрунтовий багатошаровий масив в умовах масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ*

Кожен з шарів ґрунту характеризується різними коефіцієнтами Ламе  $\lambda_i(c_i), \mu_i(c_i), i = 1, n$ , які залежать від концентрації сольового

розчину, пористостями,  $i = \overline{1, n}$ , коефіцієнтами фільтрації  $K_i(c_i)$  та питомими вагами ґрунтів  $\gamma_i, i = \overline{1, n}$ .

Нехай вільна поверхня РГВ знаходиться на рівні  $l_k$  в  $k$ -му шарі ґрунту. Тоді шари ґрунту, розміщені вище  $l_k$ , знаходяться в природному стані, а нижче  $l_k$  — в зваженому стані (при повній вологоємності). Вільна поверхня РГВ вважається нерухомою.

Нехай на нижній межі ґрунту  $x = 0$  задано п'єзометричний напір  $\tilde{H}_1$  та концентрація розчинених у воді солей  $\tilde{C}_1(t)$  (або  $\frac{\partial c(0, t)}{\partial x} = 0$ ), а на глибині  $l_k$  — відповідно  $\tilde{H}_2$  ( $\tilde{H}_2 = l_k$ ) та  $\tilde{C}_2(t)$ , причому  $\tilde{H}_2 > \tilde{H}_1, \tilde{C}_2 > \tilde{C}_1$ . Шари ґрунту, які розміщені нижче РГВ, насичені сольовим розчином з початковою концентрацією  $\tilde{C}_0^i(x), i = \overline{1, k}$ . В результаті різниці напорів відбувається перенесення сольових розчинів фільтраційним потокам з вільної поверхні зі швидкостями  $v_i, i = \overline{1, k}$  в кожному шарі.

Потрібно розрахувати НДС в шарах ґрунту, які знаходяться в природному стані та в шарах ґрунту нижче РГВ, які знаходяться в зваженому стані, при умові, що відсутнє зміщення нижньої та верхньої меж ґрунту або лише нижньої межі ґрунту (скельної основи) з врахуванням впливу масопереносу при фільтрації сольових розчинів з вільної поверхні ґрунтових вод (РГВ).

### 3. Математична модель задачі

На основі вищесказаного, НДС в шарах ґрунту, що знаходяться в природному стані та тих, що знаходяться в зваженому стані (нижче РГВ), у стаціонарному одновимірному випадку описується рівнянням рівноваги в межах лінійної теорії пружності [1,3,4]

$$(\lambda_i(c(x)) + 2\mu_i(c(x))) \frac{d^2 u_i}{dx^2} + \frac{d(\lambda_i(c(x)) + 2\mu_i(c(x)))}{dx} \frac{du_i}{dx} = X_i, i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

де  $x \in \bigcup_{i=1}^n (l_{i-1}, l_i)$ , причому  $l_0 = 0, l_n = l$ .

Тут  $u_i, i = \overline{1, n}$  — зміщення вздовж осі ОХ в шарах, що знаходяться відповідно в зваженому  $\left( x \in \bigcup_{i=1}^k (l_{i-1}, l_i) \right)$  та в природному

$\left( x \in \bigcup_{i=k+1}^n (l_{i-1}, l_i) \right)$  стані;  $X_i, i = \overline{1, n}$  — масові сили, що визначаються

наступним чином:

$$X_i = \begin{cases} \gamma_{зв.i} + \frac{\partial p_i}{\partial x}, & i = \overline{1, k}, \\ \gamma_{np.i}, & i = \overline{k+1, n}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $\gamma_{зв.i}, \gamma_{np.i}$  — питомі ваги ґрунтів в зваженому та природному стані, причому

$$\gamma_{зв.i} = \gamma_{нас.i} - \gamma_p, i = \overline{1, k}, \quad (3)$$

$\gamma_{нас.i}, i = \overline{1, k}$  — питомі ваги ґрунтів в насиченому стані, які обчислюються за формулою

$$\gamma_{нас.i} = \gamma_{\Gamma.i} + n_i \cdot \gamma_p, i = \overline{1, k}, \quad (4)$$

де  $\gamma_{\Gamma.i}, i = \overline{1, k}$  — питомі ваги ґрунтів в сухому стані,  $\gamma_p$  — питома вага рідини,  $\gamma_{np.i}$  — питомі ваги ґрунтів в природному стані, причому

$$\gamma_{np.i} = \rho_{np.i} \cdot g, i = \overline{1, k}, \quad (5)$$

де  $\rho_{np.i}, i = \overline{k+1, n}$  — густини ґрунтів, що знаходяться у природному стані,  $g$  — прискорення вільного падіння,  $h_i, i = \overline{1, k}$  — п'езометричні напори в кожному із шарів ґрунту, що знаходяться у зваженому стані.

$$p_i = \gamma_p (h_i - x), i = \overline{1, k}, i = \overline{1, k}$$

Підставляючи значення (4) в (3), отримаємо

$$\gamma_{зв.i} = \gamma_{\Gamma.i} - (1 - n_i) \gamma_p, i = \overline{1, k}.$$

Крайові умови для зміщень мають вигляд

$$u_1(0) = 0, \quad (6)$$

$$u_n(l) = 0 \text{ або } \frac{du_n(l)}{dx} = 0. \quad (7)$$

Умови спряження для зміщень на лініях контакту шарів ґрунту записуються так:

$$u_i(l_i) = u_{i+1}(l_i), i = \overline{1, n-1}, \quad (8)$$

$$(E_i(c_i)) \frac{du_i(l_i)}{dx} = (E_{i+1}(c_{i+1})) \frac{du_{i+1}(l_i)}{dx}, i = \overline{1, n-1}. \quad (9)$$

Задача фільтрації підземних вод прийме вигляд

$$v_i(c_i) = -k_i(c_i) \frac{dh_i}{dx}, \quad \frac{dv_i}{dx} = 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad (10)$$

$$h_1(0) = \tilde{H}_1, \quad h_k(l_k) = \tilde{H}_k, \quad i = \overline{1, k-1}, \quad (11)$$

$$h_i(l_i) = h_{i+1}(l_i), \quad (12)$$

$$k_i(c_i) \frac{dh_i(l_i)}{dx} = k_{i+1}(c_{i+1}) \frac{dh_{i+1}(l_i)}{dx}, \quad i = \overline{1, k-1}. \quad (13)$$

Тут:  $k_i(c_i(x))$  — коефіцієнти фільтрації в кожному шарі ґрунту, які залежать від концентрації сольового розчину.

Задача масопереносу прийме наступний вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_i(c_i) \frac{\partial c_i}{\partial x} \right) - \bar{v}_i(c_i) \frac{\partial c_i}{\partial x} - \gamma_i(c_i - C^*) = n_i \frac{\partial c_i}{\partial t}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (14)$$

де  $\bar{v}_i(c_i) = \begin{cases} v_i(c_i), & i = \overline{1, k}, \\ 0, & i = \overline{k+1, n}, \end{cases}$  з такими крайовими умовами та умовами

спряження для концентрації

$$c_i(x, 0) = \tilde{C}_0^{(i)}(x), \quad x \in \cup(l_i, l_{i+1}), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (15)$$

$$c_1(0, t) = \tilde{C}_1(t) \quad \text{або} \quad \frac{\partial c_1(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

$$c_n(l, t) = \tilde{C}_2(t) \quad \text{або} \quad \frac{\partial c_2(l, t)}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

$$c_i(l_i) = c_{i+1}(l_i), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (18)$$

$$D_i(c_i) \frac{\partial c_i(l_i, t)}{\partial x} - \bar{v}_i(c_i) c_i(l_i, t) = D_{i+1}(c_{i+1}) \frac{\partial c_{i+1}(l_i, t)}{\partial x} - \bar{v}_{i+1}(c_{i+1}) c_{i+1}(l_i, t), \quad i = \overline{1, k-1}. \quad (19)$$

Тут:  $\bar{v}_i(c_i), i = \overline{1, n}$  — швидкість фільтрації сольового розчину в кожному шарі,  $\tilde{C}_0^{(i)}(x), i = \overline{1, n}$  — розподіл концентрації в шарах ґрунту в початковий момент часу,  $\tilde{C}_1(t)$  — концентрація розчинених речовин на межі  $x = 0$ ,  $\tilde{C}_2(t)$  — концентрація розчинених речовин на поверхні ґрунту,  $C^*$  — концентрація граничного насичення,  $t$  — час,  $D_i(c_i) = D_{\mu i} + \bar{\lambda}_i | \bar{v}_i(c_i) |$ ,  $i = \overline{1, n}$  — коефіцієнти конвективної дифузії, де  $D_{\mu i}$  — коефіцієнти молекулярної дифузії,  $\bar{\lambda}_i, i = \overline{1, n}$  — параметри гідродинамічної дисперсії в кожному з шарів ґрунту.

Отже, НДС поставленої вище задачі описується математичною моделлю (1)—(19).

У випадку переміщень верхньої межі ґрунту враховуємо, що  $l \leq \bar{l}_0$ ,  $l(t) - \bar{l}_0 = u_n(l(t))$ ,  $l(0) = \bar{l}_0$ , де  $l_0$  — початкова товщина ґрунтового масиву.

#### 4. Чисельний розв'язок задачі

Для чисельного розв'язування поставленої задачі покріємо область  $\bar{Q} = [0; l] \times [0; T]$  рівномірною сіткою  $\bar{Q}^{(m_1, n_1)} = [0; n h_1] \times [0; m \tau]$  з кроками  $h_1$  та  $\tau$  відповідно по змінній  $x$  та часу  $t$ ,  $n$  — кількість кроків по просторовій змінній,  $m$  — кількість кроків по часу.

Для дискретизації рівнянь (1), (10) та (14), використовуємо монотонну різницеву схему [11]. В результаті отримаємо скінченно-різницеві аналоги даних диференціальних рівнянь

$$\left( \lambda_i^{(k)}(c_i^{(k)}) + 2\mu_i^{(k)}(c_i^{(k)}) \right) \frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{h_1^2} + \left( \frac{\lambda_{i+1}^{(k)}(c_{i+1}^{(k)}) - \lambda_{i-1}^{(k)}(c_{i-1}^{(k)})}{2h_1} + \frac{2(\mu_{i+1}^{(k)}(c_{i+1}^{(k)}) - \mu_{i-1}^{(k)}(c_{i-1}^{(k)}))}{2h_1} \right) \times \quad (20)$$

$$\times \left( \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h_1} \right) = X_i^{(k)},$$

$$\frac{\eta_i^{(k)}}{h_1} \left( d_{i+1}^{(k)} \frac{c_{i+1}^{(k+1)} - c_i^{(k+1)}}{h_1} - d_i^{(k)} \frac{c_i^{(k+1)} - c_{i-1}^{(k+1)}}{h_1} \right) + \frac{(v^+)_i^{(k)}}{D_i^{(k)}(c_i^{(k)})} d_{i+1}^{(k)} \frac{c_{i+1}^{(k+1)} - c_i^{(k+1)}}{h_1} + \quad (21)$$

$$\frac{(v^-)_i^{(k)}}{D_i^{(k)}(c_i^{(k)})} d_i^{(k)} \frac{c_i^{(k+1)} - c_{i-1}^{(k+1)}}{h_1} - \gamma_i(c_i^{(k+1)} - C_*) =$$

$$= n_i \frac{c_i^{(k+1)} - c_i^{(k)}}{\tau},$$

$$i = \overline{1, N-1}, \quad k = \overline{0, m-1}$$

та швидкості фільтрації

$$v_i^{(k)} = -k_i^{(k)}(c_i^{(k)}) \frac{H_{i+1} - H_{i-1}}{2h_1}, \quad (22)$$

де  $h_1$  — крок сітки,  $H_i, i = \overline{1, N}$  різницеve значення напорів.

З рівняння нерозривності фільтрації (10) маємо

$$\frac{dv_i}{dx} = \frac{d\left(k_i(c_i) \frac{dh_i}{dx}\right)}{dx} = 0.$$

Звідки отримаємо

$$k_i(c_i) \frac{d^2 h_i}{dx^2} + \frac{d(k_i(c_i))}{dx} \frac{dh_i}{dx} = 0, i = \overline{1, k-1}. \quad (23)$$

Для дискретизації рівняння (23) використаємо монотонну різницеву схему О. А. Самарського [11]. В результаті отримаємо скінченно-рóżницевий аналог даного диференціального рівняння

$$\begin{aligned} \chi_i^{(j)} \frac{h_{i-1} - 2h_i + h_{i+1}}{h_1^2} + (r^+)_i^{(j)} \frac{h_{i+1} - h_i}{h_1} + \\ + (r^-)_i^{(j)} \frac{h_i - h_{i-1}}{h_1} = 0, i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, m}, \end{aligned} \quad (24)$$

де

$$a_i^{(j)} = \frac{1}{2} \left( k_i^{(j)}(c_i^{(j)}) + k_{i-1}^{(j)}(c_{i-1}^{(j)}) \right), d_i^{(j)} = \frac{1}{2} \left( D_i^{(j)}(c_i^{(j)}) + D_{i-1}^{(j)}(c_{i-1}^{(j)}) \right),$$

$$\eta_i^{(j)} = \frac{1}{1 + \frac{h_1 |v_i^{(j)}|}{2D_i^{(j)}(c_i^{(j)})}} = 1 - \frac{h_1 |v_i^{(j)}|}{2D_i^{(j)}(c_i^{(j)})} + O(h_1^2),$$

$$\bar{\eta}_i^{(j)} = \frac{1}{1 + \frac{h_1 \rho c_\rho |v_i^{(j)}|}{2(\lambda_T)_i^{(j)}}} = 1 - \frac{h_1 \rho c_\rho |v_i^{(j)}|}{2(\lambda_T)_i^{(j)}} + O(h_1^2),$$

$$\chi_i^{(j)} = \frac{1}{1 + 0,5h_1 |r_i^{(j)}|}, r_i^{(j)} = \frac{1}{k_i^{(j)}(c_i^{(j)})} \cdot \frac{k_{i+1}^{(j)}(c_{i+1}^{(j)}) - k_{i-1}^{(j)}(c_{i-1}^{(j)})}{2h_1},$$

$$(r^+)_i^{(j)} = \frac{-r_i^{(j)} + |r_i^{(j)}|}{2} \geq 0, (r^-)_i^{(j)} = \frac{-r_i^{(j)} - |r_i^{(j)}|}{2} \leq 0,$$

$$(v^+)_i^{(j)} = \frac{-v_i^{(j)} + |v_i^{(j)}|}{2} \geq 0, (v^-)_i^{(j)} = \frac{-v_i^{(j)} - |v_i^{(j)}|}{2} \leq 0.$$

Умови спряження (8), (9), (12), (13), (18), (19) апроксимуються наступним чином:

$$u_{s, n_s} = u_{s+1, n_s}, \quad (25)$$

$$\left(E_s^{(j+1)}\right)\left(u_{s, n_s} - u_{s, n_s-1}\right) = \left(E_{s+1}^{(j+1)}\right)\left(u_{s+1, n_s+1} - u_{s+1, n_s}\right), \quad (26)$$

$$c_{s, n_s}^{(j+1)} = c_{s+1, n_s}^{(j+1)},$$

$$\begin{aligned} D_s^{(j+1)}\left(c_{s, n_s}^{(j+1)} - c_{s, n_s-1}^{(j+1)}\right) - \bar{v}_s^{(j+1)}c_{s, n_s}^{(j+1)} = \\ = D_{s+1}^{(j+1)}\left(c_{s+1, n_s+1}^{(j+1)} - c_{s+1, n_s}^{(j+1)}\right) - \bar{v}_{s+1}^{(j+1)}c_{s+1, n_s+1}^{(j+1)}, \end{aligned} \quad (27)$$

де  $s = \overline{1, n}$ ,  $n$  — кількість шарів.

Для знаходжень значень зміщень, концентрації солей, температури та напору використовувався метод прогонки [15].

Як відомо (див. напр., [1, с. 13]), деформації та напруження з врахуванням неізотермічного режиму в одновимірному випадку в кожному шарі обчислюються за формулами

$$\varepsilon = \frac{du}{dx}, \quad \sigma = E(c) \left(\frac{du}{dx}\right), \quad x \in (0, l).$$

Відповідно їх скінченно-різницеві аналоги матимуть вигляд

$$\varepsilon_j = \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2h_1}, \quad \sigma_j = E_j(c_j^{(k)}) \left(\frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2h_1}\right), \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{0, m}. \quad (28)$$

## 5. Результати чисельних експериментів

Як приклад, розглянуто одновимірну задачу НДС в ґрунтовому масиві товщиною  $l = 10$  м з урахуванням впливу масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ. Вільна поверхня  $l_1$  РГВ знаходиться на глибині 7 м. Значення вхідних даних брались наступними:

$$\begin{aligned} n_p = 0,2, \quad D = 0,002 \frac{\text{м}^2}{\text{доба}}, \quad \gamma_p = 1 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \quad \gamma_{3\text{г}} = 1,3 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \\ \gamma_{np} = 1,7 \cdot 10^4 \frac{\text{Па}}{\text{м}}, \quad \lambda_2 = 1,7 \cdot 10^7 \text{ Па}, \quad \mu_2 = 1,15 \cdot 10^7 \text{ Па}, \quad E_2 = 3 \cdot 10^7 \text{ Па}, \\ \rho = 1100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad c_\rho = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}^\circ\text{град}}, \quad \gamma_1 = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ доба}^{-1}. \end{aligned}$$

На нижній та верхній межах ґрунтового масиву для концентрації сольового розчину, температури та напору задано граничні умови



першого роду, а саме:  $\tilde{C}_1(t) = 8 \frac{\Gamma}{\text{літр}}$ ,  $\tilde{C}_2(t) = 350 \frac{\Gamma}{\text{літр}}$ ,  $\tilde{H}_1 = 0$  м,  
 $\tilde{H}_2 = 1$  м. За початковий розподіл концентрації солей взято  
 $\tilde{C}_0(x) = 8 \frac{\Gamma}{\text{літр}}$ .

Час, протягом якого розглядався процес НДС, дорівнював 4 рокам.

Прийнято наступні залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації соляного розчину та температури, коефіцієнтів Ламе і модуля Юнга від концентрації соляного розчину [6, с. 16]:

$$k_1(c) = a_5^1 \cdot c^5 + a_4^1 \cdot c^4 + a_3^1 \cdot c^3 + a_2^1 \cdot c^2 + a_1^1 \cdot c + a_0^1,$$

де  $a_5^1 = 5,9404 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_4^1 = -1,6703 \cdot 10^{-1}$ ,  $a_3^1 = 1,7051 \cdot 10^{-1}$ ,  
 $a_2^1 = -7,4311 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_1^1 = 1,0563 \cdot 10^{-2}$ ,  $a_0^1 = 1,0054 \cdot 10^{-3}$ ;

$$\lambda(c) = a_3^2 \cdot c^3 + a_2^2 \cdot c^2 + a_1^2 \cdot c + a_0^2,$$

де  $a_3^2 = -1798,96$ ,  $a_2^2 = 4314,732$ ,  $a_1^2 = -2615,37$ ,  $a_0^2 = 2545,743$ ;

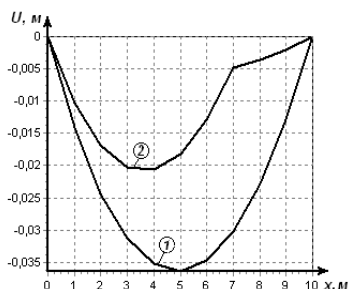
$$\mu(c) = a_3^3 \cdot c^3 + a_2^3 \cdot c^2 + a_1^3 \cdot c + a_0^3,$$

де  $a_3^3 = -1205,28$ ,  $a_2^3 = 2880,321$ ,  $a_1^3 = -1741,92$ ,  $a_0^3 = 1696,324$ ;

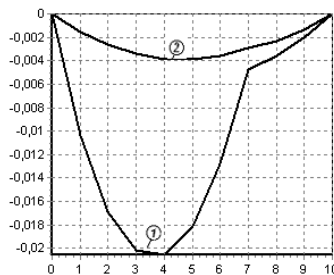
$$E(c) = a_3^4 \cdot c^3 + a_2^4 \cdot c^2 + a_1^4 \cdot c + a_0^4,$$

де  $a_3^4 = -0,000393$ ,  $a_2^4 = 0,1878866$ ,  $a_1^4 = -22,70202$ ,  $a_0^4 = 4410,552$ ,  
 $c \in [0,1]$  — безрозмірна величина.

Нижче наведено результати чисельних експериментів у вигляді графіків.



**Рис.2.** Графіки розподілу зміщень в умовах масопереносу при фільтрації соляних розчинів для  $t=1440$  діб:  
 1) без врахування РГВ;  
 2) з врахуванням РГВ



**Рис.3.** Графіки розподілу зміщень з врахуванням РГВ для  $t=1440$  діб:  
 1) при наявності масопереносу;  
 2) без масопереносу

## 6. Висновки

У роботі проведено математичне моделювання НДС багатошарового масиву ґрунту в умовах масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ. Отримано чисельні розв'язки відповідних крайових задач при відсутності зміщень нижньої межі та наявності (відсутності) зміщення верхньої межі ґрунту, на основі яких проведено чисельні розрахунки. Виконана програмна реалізація даної задачі та проведено чисельні експерименти з дослідження впливу масопереносу на НДС ґрунтового масиву при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ. Показано, що масоперенос при фільтрації сольових розчинів значно змінює картину НДС в порівнянні, ніж без впливу масопереносу (рис. 3). Крім того, як видно із рис. 2, зміщення в умовах масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ зменшуються у порівнянні з відповідними величинами, але при відсутності РГВ. В результаті чисельних експериментів можна зробити висновок, що зміщення, напруження та деформації в умовах масопереносу при фільтрації сольових розчинів та наявності РГВ незначно змінюються з часом.

В загальному, як показали проведені дослідження, впливом масопереносу на НДС ґрунту нехтувати не можна, а отже і залежністю коефіцієнтів Ламе, модуля Юнга та коефіцієнта фільтрації від концентрації сольових розчинів.

Отримані розв'язки дають можливість виконати оцінку напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при наявності в ньому рівня ґрунтових вод. Вони можуть бути використані для оцінки стану ґрунтових основ гідротехнічних та енергетичних споруд.

### Список використаних джерел:

1. Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. — К. : Наук. думка, 1991. — 432 с.
2. Дейнека В. С. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения / В. С. Дейнека, И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий. — К. : Наук. думка, 1998. — 615 с.
3. Власюк А. П. Розв'язування одновимірної стаціонарної задачі НДС ґрунтових масивів в умовах масоперенесення / А. П. Власюк, Є. І. Катерина // Вісник Львів. ун-ту. Сер. Прикл. матем. та інформ. — 1999. — Вип. 1. — С. 50—55.
4. Власюк А. П. Про деякі нові математичні моделі підземної гідромеханіки / А. П. Власюк // Вісник РДТУ — Рівне, 2000. — Вип. 3 (5), Ч. 2. — С. 57—62.
5. Кузло М. Т. Про деякі математичні моделі напружено-деформованого стану ґрунтових масивів в процесі руху вільної поверхні ґрунтових вод /

- М. Т. Кузло, І. А. Філатова // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природо-користув. — Рівне, 2005. — Вип. 2 (30). — С. 282—287.
6. Кузло М. Т. Дослідження впливу концентрації сольових розчинів на де-формаційні характеристики ґрунтів / М. Т. Кузло, І. А. Філатова // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. — Рівне, 2006. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 209—214.
  7. Філатова І. А. Математичне моделювання напружено-деформованого стану ґрунтових масивів при наявності рівня ґрунтових вод / І. А. Філатова, М. Т. Кузло // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природо-користув. — Рівне, 2006. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 203—208.
  8. Філатова І. А. Математичне моделювання напружено-деформованого стану багат шарового ґрунтового масиву при наявності рівня ґрунтових вод / І. А. Філатова // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. — 2008. — Вип. 1. — С. 161—165.
  9. Філатова І. А. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану шару ґрунту з врахуванням масопереносу при фільтрації сольових розчинів / І. А. Філатова // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. — Рівне, 2009. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 332—339.
  10. Власюк А. П. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву в умовах тепло-масопереносу при фільтрації сольових розчинів / А. П. Власюк, Н. А. Федорчук, О. І. Прохоров // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. — Рівне, 2009. — Вип. 4 (36), Ч. 2. — С. 320—331.
  11. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. — М : Наука, 1989. — 616 с.

Mathematical modeling tensely deformed condition of a multispherical soil file is lead at presence of a level of subsoil waters. As a result of the decision of a respective regional problem have received moving, a pressure, deformations and size of subsidence of a soil file. As an example, the tensely deformed state of a two-layered soil array problem has been investigated. It is lead numerical experiments for concrete data.

**Key words:** *tensely deformed state, level of subsoil waters, salt transfer, finite difference method.*

Отримано 17.10.2010