

surfaces of the observed bodies system and the environment there is a heat exchange on a Newton's law.

Method of determination of normal contact stress and temperature fields in the cylinder and the layer is offered.

Key words: *punch, layer, anisotropy materials, non-ideal contact, transversal-isotropic, thermo-elasticity.*

Отримано: 15.04.2011

УДК 62.50

С. А. Положаенко, д-р техн. наук, профессор

Одесский национальный политехнический институт, г. Одесса

СИНТЕЗ ЗАКОНОВ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИМИСЯ ВЫРАЖЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Предложен метод синтеза управления энергетическими объектами, переходные процессы в которых отличаются повышенной инерционностью. Рассмотрена вычислительная процедура определения коэффициентов регулятора системы управления.

Ключевые слова: *энергетический объект, закон управления, запаздывания по координатам пространства состояния и управлению, критерий оптимальности.*

Значительный класс энергетических объектов (механизмов, машин и установок) можно характеризовать как объекты с выраженным запаздыванием. К таким объектам, в частности, можно отнести ответственные судовые механизмы: рулевую машину, гидросистемы, энергетические установки (главный двигатель, дизель-генераторы, утиль-котел), лебедки, а также объекты нефтехимии, например, ректификационные перегонные колонны, дозаторы, смесители и целый ряд других объектов. Удельный вес и значимость данного класса объектов велик, поэтому важным вопросом является управление этими объектами.

Как указано, основной отличительной особенностью рассматриваемых объектов является их повышенная инерционность, которая проявляется в наличии запаздываний. При этом, с точки зрения теории управления, запаздывания следует рассматривать двух видов: запаздывания на переменные состояния и запаздывания на управление. Ввиду специфики конструкции (значительные геометрические размеры) или физики протекающих процессов (тепловые процессы в энергетических установках), данные объекты должны рассматриваться как объекты с распределенными параметрами. Негативными проявлениями влияния

запаздываний на процесс управления в данном случае, можно отметить затягивание переходного процесса, возможная потеря устойчивости и, как следствие, необходимое снижение коэффициента усиления системы управления. Последнее обстоятельство приводит также к увеличению статической ошибки регулирования. Принимая во внимание также, что для большинства из указанных выше судовых объектов управляющая величина имеет значительные энергетические уровни, то решение задачи эффективного управления для класса объектов с выраженным запаздыванием является актуальной задачей.

Целью предлагаемой работы рассматривается синтез конструктивных законов управления объектами с выраженными запаздываниями, учитывающими пространственно-распределенный характер протекающих в них процессов.

При синтезе стратегий управления используем стандартную векторно-матричную форму представления задач управления [1; 2], которая, в дискретной форме для объектов с распределенными параметрами, может быть представлена следующим образом

$$\psi_{m+\frac{1}{3}} = A \left[\overline{v - \psi} \right]_{m+\frac{l-1}{3}-\alpha_{di}} + G U_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}} + X F_{m+\frac{l-1}{3}}, \quad (1)$$

$$\psi_{y_m}^k = \varphi \psi_{m-\alpha_{di}}^k; k = \overline{1, K_1}, \quad (2)$$

$$\psi(0) = \psi_0; \psi_0 = \left[\psi_{0,0} \psi_{0,1} \dots \psi_{0,N} \right]^T; N = WR, \quad (3)$$

где ψ_m — вектор состояний, v_m — вектор пространства пробных функций, U_m — вектор управлений, $\psi_{y_m}^k$ — вектор выходных величин, F_m — вектор внешних возмущающих воздействий; A, G, X — матрицы коэффициентов модели исследуемого процесса, φ — матрица коэффициентов измерительной системы; α_{di} и β_{di} — соответственно величины запаздываний по состояниям и по управлению (для простоты дальнейших рассуждений будем исходить из предположения, что запаздывания α_{di} и β_{di} являются величинами постоянными во времени); W, R — максимальные значения пространственных координат, определяющих геометрию объекта (рассматривается двумерный случай); m, l — индексы для обозначения шагов дискретизации математической модели (ММ) по времени. Дробные значения шагов дискретизации для соответствующих переменных определяют выбранную сетку дискретизации по пространственным и временной координатам [3].

Эффективность решения задачи управления во многом определяется принятым критерием качества ее решения. Определим в виде критерия качества для решаемой задачи такой, который дает возможность учесть как степень приближения полученной траектории движения сис-

темы к желаемой, так и возможность определения стратегии изменения управляющего воздействия. Иными словами: критерий качества должен обладать аддитивными свойствами, т.е. одновременно давать оценку решения по пространству состояния и по управлению.

С точки зрения точности получаемого решения задачи управления близость получаемого и желаемого решения наилучшим образом можно определить на основе квадратичного критерия. Это обусловлено тем, что квадратичные критерии приводят к аналитическим решениям (т.е. дифференцируемы), обеспечивают монотонность управляющих воздействий по отношению к искомым функциям состояния (что особо важно исходя из физики решаемых задач) и формализуются в виде простых матричных выражений для определения настроек регуляторов.

Вышеизложенное позволяет сделать вывод о том, что как критерий качества следует выбрать из класса аддитивных квадратичных критериев, который в матричном виде представим следующим образом

$$J = \sum_{m=0}^M \left[\widehat{\psi}_{m+\frac{1}{3}}^T S \widehat{\psi}_{m+\frac{1}{3}} + U_{m+\frac{1}{3}}^T R U_{m+\frac{1}{3}} \right], \quad (4)$$

где $\widehat{\psi}_{m+\frac{1}{3}}$ — векторы, элементы которых представляют собой приращение функции состояния относительно некоторых номинальных значений (т.е. на изменение критерия влияют точки дискретизации, в которых предполагается изменение состояния); S — положительно определенная симметричная матрица, отражающая особенности учета состояний; R — положительно определенная матрица настройки коэффициентов регуляторов, представляющая собой “штраф” на управление.

Синтез законов управления будем реализовывать на основе принципа максимума. Данный выбор обусловлен тем, что принцип максимума дает однопроходные процедуры синтеза и тем самым обеспечивает минимум вычислительных затрат.

Следуя принципу максимума, составим функцию Гамильтона

$$H_{m+\frac{1}{3}} = \left[\widehat{\psi}_{m+\frac{1}{3}}^T S \widehat{\psi}_{m+\frac{1}{3}} + U_{m+\frac{1}{3}}^T R U_{m+\frac{1}{3}} \right] + p_{m+\frac{1}{3}}^T \left\{ A \left[\overline{v - \psi} \right]_{m+\frac{1}{3}-\alpha_{di}} + G U_{m+\frac{1}{3}-\beta_{di}} + X F_{m+\frac{1}{3}} \right\}. \quad (5)$$

Необходимым и достаточным условием минимизации (4) будет служить

$$\frac{\partial H_{m+\frac{1}{3}}}{\partial \widehat{\psi}_{m+\frac{1}{3}}} = p_{m+\frac{1}{3}} = S \widehat{\psi}_{m+\frac{1}{3}} + A^T p_{m+\frac{1}{3}}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial H_{m+\frac{1}{3}}}{\partial U_{m+\frac{1}{3}}} = 0 = R U_{m+\frac{1}{3}} + G^T p_{m+\frac{1}{3}}. \quad (7)$$

Из (7) получим

$$U_{m+\frac{l-1}{3}} = -R^{-1} G^T P_{m+\frac{l-1}{3}}. \quad (8)$$

Подставим (8) в (1)

$$\psi_{m+\frac{1}{3}} = A \left[\overline{v - \psi} \right]_{m+\frac{1}{3}-\alpha_{di}} - G R^{-1} G^T p_{m+\frac{l-1}{3}} + X F_{m+\frac{l-1}{3}}. \quad (9)$$

Введем линейное преобразование

$$P_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}} = \Lambda \widehat{\psi}_{m+\frac{l-1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}}, \quad (10)$$

где Λ — квадратная матрица размерности $(N \times N)$; $\lambda_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}}$ — вектор размерности $(N \times 1)$. Используя (10), запишем (9) в виде

$$\psi_{m+\frac{1}{3}} = A \left[\overline{v - \psi} \right]_{m+\frac{1}{3}-\alpha_{di}} - G R^{-1} G^T \left[\Lambda \widehat{\psi}_{m+\frac{l-1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} \right] + X F_{m+\frac{l-1}{3}}. \quad (11)$$

Преобразуем (6) с учетом (10)

$$S \psi_{m+\frac{1}{3}} + A \left[\Lambda \widehat{\psi}_{m+\frac{l-1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} \right] = \Lambda \psi_{m+\frac{1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}}. \quad (12)$$

Преобразовав (12), получим

$$\psi_{m+\frac{1}{3}} = T A \psi_{m+\frac{l-1}{3}} + T G R^{-1} G^T \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} + T X F_{m+\frac{l-1}{3}}, \quad (13)$$

где $T = \left[I + G R^{-1} G^T \Lambda^{-1} \right]$.

Подставляя (13) в (1) получим следующий результат

$$\begin{aligned} \Lambda \psi_{m+\frac{1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}} &= S \psi_{m+\frac{1}{3}} + A^T \Lambda T A \psi_{m+\frac{1}{3}} + \\ &+ A \Lambda T G R^{-1} G^T \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} + A^T \Lambda X F_{m+\frac{l-1}{3}} T - A^T \lambda_{m+\frac{l-1}{3}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Предположим, что выполняется равенство

$$\lambda_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}} = -A^T \left[\Lambda T G R^{-1} G^T \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} \right] + A^T \Lambda T X F_{m+\frac{l-1}{3}} = 0. \quad (15)$$

Тогда приходим к очевидному результату

$$\begin{aligned} \lambda_{m+\frac{l-1}{3}-\beta_{di}} &= A^T \left[\Lambda T G R^{-1} G^T \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} + \Lambda T X F_{m+\frac{l-1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} \right], \\ \lambda(0) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Система (16) определяет дискретное представление сопряженной задачи по отношению к модели динамики (1).

Учитывая (15) система (14) принимает вид

$$\Lambda \psi_{m+\frac{1}{3}} = S \psi_{m+\frac{1}{3}} + A^T \Lambda T A \psi_{m+\frac{1}{3}}. \quad (17)$$

Система (17) справедлива для всех $\psi_{m+\frac{1}{3}}$, следовательно

$$\begin{aligned} \Lambda &= S + A^T T A, \\ \Lambda(0) &= \varphi, \text{ т.к. } p(0) = 0, \lambda(0) = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

С учетом (10) перепишем (8)

$$U_{m+\frac{l-1}{3}} = -R^{-1} G^T \left[\Lambda \psi_{m+\frac{l}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} \right]. \quad (19)$$

Из системы (12), получаем

$$\Lambda \psi_{m+\frac{l}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} = A^T \left[\Lambda \psi_{m+\frac{l-1}{3}} - S \psi_{m+\frac{l-1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} - \beta_{di} \right]. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (19) запишем соотношения для закона управления с обратной связью

$$U_{m+\frac{l-1}{3}} = -R^{-1} G^T A^T \{[\Lambda - S]\} \psi_{m+\frac{l-1}{3}} - \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} - \beta_{di} \quad (21)$$

или

$$U_{m+\frac{l-1}{3}} = -K \varphi \psi_{m+\frac{l-1}{3}}^k + R^{-1} G^T A^{-T} \lambda_{m+\frac{l-1}{3}} - \beta_{di}, \quad (22)$$

где

$$K = R^{-1} G^T A^T \{[\Lambda - S]\} \text{ (или } K = \Theta \{[\Lambda - S]\}, \Theta = R^{-1} G^T A^T \text{)} \quad (23)$$

представляет собой оператор обратной связи по управлению.

Чтобы иметь возможность использовать законы управления вида (21) или (22), необходимо определить алгоритм расчета матрицы штрафа на управление R . Матрица R была указана как положительно определенная, а компоненты вектора не могут выйти по физическим соображениям за пределы ограничений U_{\max} и U_{\min} . Тогда, очевидно, что в качестве элементов диагональной матрицы R целесообразно выбрать следующие аддитивные величины

$$r_{i_{m+\frac{l-1}{3}}} = \max_r \begin{cases} r_v = U_{\max} - U_{m+\frac{l-1}{3}} \\ r_n = U_{m+\frac{l-1}{3}} - U_{\min} \end{cases}; \quad i = \overline{1, N} \quad (24)$$

или же нормированные значения

$$\rho_{i_{m+\frac{l-1}{3}}} = \max_{\rho} \begin{cases} \rho_v = \frac{U_{\max} - U_{m+\frac{l-1}{3}}}{|U_{\max} - U_{\min}|} \\ \rho_n = \frac{U_{m+\frac{l-1}{3}} - U_{\min}}{|U_{\max} - U_{\min}|} \end{cases}; \quad i = \overline{1, N}. \quad (25)$$

Подставив $U_{m+\frac{l-1}{3}}$ из (21), например в (25), получим (без учета возмущений)

$$|U_{\max} - U_{\min}| \rho - U_{m+\frac{l-1}{3}} = -G^T A^T \{[\Lambda - S]\} \psi_{m+\frac{l-1}{3}}.$$

Введя обозначения

$$\begin{aligned} |U_{\max} - U_{\min}| \rho - U_{m+\frac{l-1}{3}} &= \varepsilon, \\ -G^T A^T \{[\Lambda - S]\} \psi_{m+\frac{l-1}{3}} &= \gamma \end{aligned}$$

приходим к равенству

$$R \varepsilon = \gamma$$

откуда очевидно, что

$$R = \varepsilon^{-1} \gamma. \quad (26)$$

Таким образом, в работе решена задача синтеза законов управления пространственно-распределенными объектами с явно выраженными запаздываниями по компонентам векторов состояния и управления, к числу которых принадлежит значительная часть судовых энергетических установок. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании систем управления структурно-сложными объектами, обеспечивающими учет характера протекающих в них физических процессов.

Список использованной литературы:

1. Рей У. Методы управления технологическими процессами / У. Рей. — М. : Мир, 1983. — 367 с.
2. Сейдж Э. П., Уайт Ч. С. Оптимальное управление системами / Э. П. Сейдж, Ч. С. Уайт. — М. : Радио и связь, 1982. — 391 с.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем / А. А. Самарский. — М. : Наука, 1983. — 616 с.

The method of synthesis of control by the ship power plants transitional processes in which differ by the promoted inertia is offered. Calculable procedure of decision of coefficients of regulator of the control system is considered.

Key words: *energy facility, the law of administration, the delay in state-space coordinates and management, the optimality criterion.*

Отримано: 04.05.2011