

7. Богаенко В. О. Анализ компьютерных схем метода базисных матриц / В. О. Богаенко, В. И. Кудин, В. В. Скопецкий // Компьютерная математика. — 2009. — № 2. — С. 3–13.
8. Богаенко В. О. О свойствах параллельных вычислительных схем метода базисных матриц / В. О. Богаенко, В. И. Кудин // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки : зб. наук. праць. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2009. — Вип. 2. — С. 3–14.
9. Penrose R. A generalized inverse for matrices / R. Penrose // Proc. of the Cambridge Philosophical Society 51. — 1955. — P. 406–413.

Computational schemes for solving general rectangular (underdetermined) linear systems using basis matrix method has been analyzed in the paper. Computing experiments results which show BMM efficiency have been presented.

**Key words:** *linear algebraic systems analysis, underdetermined linear systems, basis matrix method.*

Отримано: 17.02.2012

УДК [519.876.5:530.182]:553.98

**А. Я. Бомба**, д-р техн. наук, професор,

**А. М. Сінчук**, аспірант,

**С. В. Ярошак**, викладач

Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне

### **КОМПЛЕКСНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ СИСТЕМИ «СВЕРДЛОВИНИ-ТРИЩИНИ» ПРИ ВИТІСНЕННІ ОДНІЄЇ РІДИНИ ІНШОЮ У ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ПЛАСТІ**

Розроблено комплексний підхід до математичного моделювання поведінки системи «свердловини-тріщини» при витісненні однієї рідини іншою. При цьому, на основі ідей методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу, запропоновано числовий алгоритм ідентифікації притоку пластової рідини до свердловини за умови збурення фільтраційної течії тріщиною гідравлічного розриву пласта скінченної проникності. На конкретному прикладі проаналізовано ефективність гідророзриву та вплив характеристичних параметрів тріщини на роботу експлуатаційної та нагнітальної свердловин.

**Ключові слова:** *тріщина гідророзриву, квазіконформне відображення, лінія розділу, крайові задачі, гідродинамічна сітка.*

Аналіз стану видобутку нафти і газу на різних родовищах свідчить, що однією із основних причин пониження об'ємів відбору вуглеводнів — погіршення колекторських властивостей середовища у привибійних зонах у процесі розкриття пласта і його розробки [1; 2].

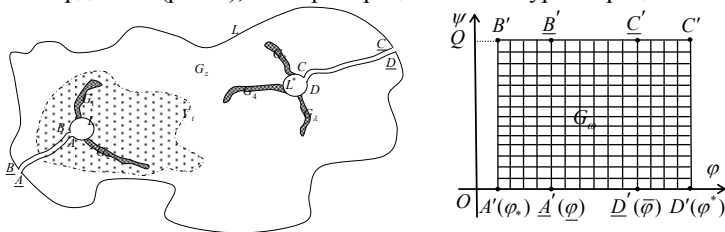
Сучасні технології впливу на привибійну зону пласта, з метою покращення фільтраційних властивостей, ґрунтуються на використанні різ-

них методів інтенсифікації [1]: механічні, хімічні, гідродинамічні. Одні з них розроблені досить повно, інші виникли порівняно нещодавно і знаходяться на стадії промислового освоєння. Проте варто відмітити, що деякі з них переживають своє «переродження» в зв'язку з використанням нових підходів до розробки родовищ нафти і газу [3].

Так, при розробці родовища з важко видобувними запасами та високим загальним фільтраційним опором, доцільно використовувати гідравлічний розрив пласта (ГРП — механічний метод) [4], в наслідок якого розширюється область впливу свердловин і формується зв'язок із системою існуючих тріщин (не розкритих цією свердловиною) та зонами підвищеної проникності. Проте проведення процедури гідравлічного розриву може призвести і до небажаних ефектів: у випадку неповного аналізу динаміки відбору вуглеводів, який, зазвичай, проводиться тільки на оброблених свердловинах і не враховує показники роботи всієї пластової системи та загального розміщення існуючих свердловин, призводить до передчасного обводнення продукції експлуатаційних свердловин.

У цій роботі розроблено комплексний підхід до математичного моделювання поведінки системи «свердловини-тріщини» при витісненні однієї рідини іншою. При цьому, на основі ідей методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу [5—7] запропоновано числовий алгоритм ідентифікації притоку пластової рідини до свердловини за умови збурення фільтраційної течії тріщиною ГРП скінченної проникності. Він дозволяє врахувати взаємне розміщення свердловин на продуктивній площі, оригінальний дизайн тріщин, конкретний розподіл неоднорідності пласта тощо. На конкретному прикладі проаналізовано ефективність гідророзриву та вплив характеристичних параметрів тріщини на роботу експлуатаційної та нагнітальної свердловин.

Розглянемо задачу комплексного дослідження поведінки системи «свердловини-тріщини» при витісненні однієї рідини іншою у горизонтальному, неоднорідному пласті  $G_z$  ( $z = x + iy$ ), обмеженому непроникним зовнішнім контуром  $L$ , контурами нагнітальної  $L_*$  та експлуатаційної  $L^*$  свердловин (рис. 1), коли фільтраційне поле збурене тріщиною ГРП.



**Рис. 1.** Фізична область в пласті  $G_z$  за умови існування тріщин ГРП та відповідна область комплексного квазіпотенціалу

З метою зручності викладок окремих фрагментів запропонованої методології, розглянемо на початку простіший випадок, коли рідини не відрізняються за фізичними та механічними властивостями, тобто вони є «різнокольоровими» і між ними існує чітка границя розділу  $\Gamma_l$  [5; 8].

Для математичної постановки задачі фільтрації рідин у пористому середовищі запишемо рівняння нерозривності та рівняння руху у тріщинах ГРП  $\bigcup_{\lambda} G_{\lambda}, \lambda = 1, 2, 3, \dots$ , а також в частині пласта без тріщин  $G_z^0 = G_z \setminus \bigcup_{\lambda} G_{\lambda}, \lambda = 1, 2, 3, \dots$  наступним чином [6—9]:

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad \vec{v} = \frac{k}{\mu} \operatorname{grad} \varphi, \quad (x, y) \in G_z^0 \cup \bigcup_{\lambda} G_{\lambda}, \lambda = 1, 2, 3, \dots,$$

за умов  $\varphi|_{L_*} = \varphi_*$ ,  $\varphi|_{L^*} = \varphi^*$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial n}|_{L} = 0$  на свердловинах і зовнішньому контурі пласта (див. рис. 1) та умов неперервності потоку і тиску (квазіпотенціалу) при переході через границю тріщин ГРП  $\partial G_{\lambda}$ . Тут  $\varphi$  — квазіпотенціал швидкості фільтрації  $\vec{v} = (v_x(x, y), v_y(x, y))$ ,  $k$  — коефіцієнт фільтрації, причому

$$k(x, y) = \begin{cases} k_{\lambda}, & (x, y) \in G_{\lambda}, \\ k_*(x, y), & (x, y) \in G_z \setminus \bigcup_{\lambda} G_{\lambda}, \lambda = 1, 2, 3, \dots, \end{cases}$$

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} \varphi_{\lambda}(x, y), & (x, y) \in G_{\lambda}, \\ \varphi_0(x, y), & (x, y) \in G_z \setminus \bigcup_{\lambda} G_{\lambda}, \lambda = 1, 2, 3, \dots, \end{cases}$$

де  $G_{\lambda}$  — ділянка пласта, що відповідає тріщині з індексом  $\lambda$ ;  $k_{\lambda} = \text{const}$  — коефіцієнт фільтрації в тріщині,  $k_*(x, y)$  — коефіцієнт фільтрації в пласті без тріщин.

Аналогічно, як у [5—7], ввівши функцію течії  $\psi = \psi(x, y)$ , комплексно спряжену до  $\varphi$  та здійснивши умовні розрізи  $\Gamma_*$ ,  $\Gamma^*$  області  $G_z$  вздовж ліній розділу течії, що визначаються точками «призупинки» потоку  $\underline{A} = \underline{B} = (x_0^*, y_0^*) \in L$ ,  $\underline{C} = \underline{D} = (x_*^0, y_*^0) \in L$  та точками  $\overline{A} = \overline{B} = (x_*, y_*) \in L_*$ ,  $\overline{C} = \overline{D} = (x^*, y^*) \in L^*$ , задача на побудову гідродинамічної сітки, відшукання фільтраційної витрати та інших характерних фільтраційних параметрів зводимо до задачі квазіконформного відображення  $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$  [10], утвореної при цьому однозв'язної

області  $\tilde{G}_z = G_z / (\Gamma_* \cup \Gamma^*)$  на відповідну прямокутну область комплексного квазіпотенціалу  $G_\omega = \{\omega: \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$ :

$$k(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad k(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (x, y) \in \tilde{G}_z,$$

$$\varphi|_{L_*} = \varphi_*, \quad \varphi|_{L^*} = \varphi^*, \quad \psi|_{AD} = 0, \quad \psi|_{BC} = Q, \quad (1)$$

$$\varphi_\lambda = \varphi_0|_{\partial G_\lambda}, \quad (\nu_\lambda)_n = (\nu_0)_n|_{\partial G_\lambda}, \quad \nu(x_0^*, y_0^*) = 0, \quad \nu(x_*^0, y_*^0) = 0,$$

де  $\nu(x, y) = \sqrt{\nu_x^2(x, y) + \nu_y^2(x, y)}$ ,  $Q = \oint_L -\nu_y dx + \nu_x dy$  — невідома витрата.

Границя  $\Gamma_t$ , положення якої в початковий момент часу  $t = t_0$  є відомим  $s(x, y, t_0) = \tilde{s}(x, y) \equiv 0$  (зокрема, можна прийняти  $\Gamma_{t=t_0} = L_*$ ), визначається наступним рівнянням з відповідними умовами:

$$\sigma \frac{\partial s}{\partial t} + \bar{\nu} \cdot \text{grad} s = 0, \quad s|_{L_*} = 1, \quad s(x, y, t)|_{t=t_0} = 0. \quad (2)$$

У зв'язку із складністю геометрії області  $\tilde{G}_z$  та тривіальністю відповідної області  $G_\omega$ , більш доцільним є перехід до оберненого квазіконформного відображення  $G_\omega \rightarrow \tilde{G}_z$ , що спрощує та в деякій мірі автоматизує побудову гідродинамічної сітки.

Обернена до (1) крайова задача на квазіконформне відображення  $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$  області  $G_\omega$  на  $\tilde{G}_z$  та рівняння для дійсної  $x = x(\varphi, \psi)$  і уявної  $y = y(\varphi, \psi)$  частин (виконання яких вимагатимемо і на розрізах для врахування їх «роздвоєння» при переході від області  $G_z$  до  $G_\omega$ ) характеристичної функції течії будуть записані у вигляді:

$$k \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad k \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad (\varphi, \psi) \in G_\omega, \quad (3)$$

$$f_*(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, \quad f^*(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, \quad 0 \leq \psi \leq Q, \quad (4)$$

$$f(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, \quad f(x(\varphi, Q), y(\varphi, Q)) = 0, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*,$$

$$x(\varphi, 0) = x(\varphi, Q), \quad y(\varphi, 0) = y(\varphi, Q), \quad \varphi_* < \varphi \leq \underline{\varphi}, \quad \bar{\varphi} \leq \varphi < \varphi^*, \quad (5)$$

$$\nu(x(\underline{\varphi}, \tilde{\psi}), y(\underline{\varphi}, \tilde{\psi})) = 0, \quad \nu(x(\bar{\varphi}, \tilde{\psi}), y(\bar{\varphi}, \tilde{\psi})) = 0, \quad \tilde{\psi} = \{0, Q\},$$

$$[\varphi]_{\partial G_\lambda} = 0, \quad \left[ \frac{k}{J} \sqrt{\left( \frac{\partial y}{\partial \psi} \right)^2 + \left( \frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2} \cos(\bar{\nu}, \bar{n}) \right]_{\partial G_\lambda} = 0, \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left( k \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{k} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left( k \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{k} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad (7)$$

де  $\underline{\varphi}$ ,  $\bar{\varphi}$  — значення квазіпотенціалу в шуканих точках «призупинки» (відповідно «розходження» та «сходження» течії),  $f_*$ ,  $f^*$ ,  $f$  — функції, що визначають контури області  $G_z$ :  $L_*$ ,  $L^*$ ,  $L$  відповідно,  $[\bullet]_{\partial G_\lambda}$  — стрибок відповідної функції на  $\partial G_\lambda$ .

Запис рівнянь контурів області  $G_z$  може бути представлено як у неявній так і у параметричній формі, що є зручнішим у деяких випадках. Тому, будемо в подальшому користуватися як неявним так і параметричним представленням контурів:  $L_* = \{z : x = x_*(\tau), y = y_*(\tau), \alpha_* \leq \tau \leq \beta_*\} = \{z : f_*(x, y) = 0\}$ ,  $L^* = \{z : x = x^*(\tau), y = y^*(\tau), \alpha^* \leq \tau \leq \beta^*\} = \{z : f^*(x, y) = 0\}$ ,  $L = \{z : x = x_0(\tau), y = y_0(\tau), \alpha_0 \leq \tau \leq \beta_0\} = \{z : f(x, y) = 0\}$ .

Використавши відповідні формули переходу [7]

$$J = x_\varphi y_\psi - x_\psi y_\varphi, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{y_\psi}{J} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{y_\varphi}{J} \frac{\partial}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = -\frac{x_\psi}{J} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{x_\varphi}{J} \frac{\partial}{\partial \psi},$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \varphi},$$

умови (3) і формули для обчислення компонент швидкості  $v_x = \frac{k(x, y)}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial y}{\partial \psi}$ ,  $v_y = -\frac{k(x, y)}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial x}{\partial \psi}$ , задачу (2) перепишемо так:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{v^2}{\sigma k} \frac{\partial s}{\partial \varphi}, \quad (8)$$

$$s(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi), t) = 1, \quad s(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi), t_0) = 0, \quad (9)$$

$$0 \leq \psi \leq Q, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*,$$

де отримане диференціальне рівняння в частинних похідних є фактично просторово-одновимірним, адже змінна  $\psi$  тут фігурує як параметр.

Для (8), запишемо відповідне звичайне диференціальне рівняння

$$\frac{dt}{\sigma k} = \frac{d\varphi}{v^2}, \quad \text{інтегруючи яке знайдемо час}$$

$$t = \Phi(\varphi, \bar{\psi}_0) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{\varphi_*}^{\varphi} \sigma k v^{-2}(x(\tilde{\varphi}, \bar{\psi}_0), y(\tilde{\varphi}, \bar{\psi}_0)) d\tilde{\varphi} \quad (10)$$

проходження частинкою рідини шляху від точки  $(\varphi_*, \bar{\psi}_0)$  до біжучої точки  $(\varphi, \bar{\psi}_0)$  вздовж лінії течії  $\psi(x, y) = \bar{\psi}_0$ , де  $\varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*$ ,  $\sigma$  — пористість ґрунту.

Використовуючи (10), знаходимо час початку та повного обводнення продукції експлуатаційної свердловини відповідно  $\Phi(\varphi^*, \underline{\psi}) = \min_{\psi \in [0, Q]} \Phi(\varphi^*, \psi)$ ,  $\Phi(\varphi^*, \bar{\psi}) = \max_{\psi \in [0, Q]} \Phi(\varphi^*, \psi)$ .

Для запису різницевого аналогу задачі (3—9) здійснимо побудову сітки у області  $G_\omega$ , вузли  $(\varphi_i, \psi_j)$  якої визначаються наступним чином:

$$\varphi_i = \begin{cases} \varphi_* + i\Delta\varphi_l, \text{ при } \Delta\varphi_l = \frac{\varphi - \varphi_*}{n_1 + 1}, i = \overline{0, n_1}, l = 1, \\ \varphi + (i - n_1 - 1)\Delta\varphi_l, \text{ при } \Delta\varphi_l = \frac{\bar{\varphi} - \varphi}{n_2 - 1}, i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}, l = 2, \\ \bar{\varphi} + (i - n_1 - n_2)\Delta\varphi_l, \text{ при } \Delta\varphi_l = \frac{\varphi^* - \bar{\varphi}}{n_3 + 1}, i = \overline{n_1 + n_2 + 1, n}, l = 3, \end{cases} \quad (11)$$

$$\psi_j = j\Delta\psi, \quad \Delta\psi = Q/m, \quad j = \overline{0, m},$$

де  $n = n_1 + n_2 + n_3 + 1$ ;  $n_1, n_2, n_3, m \in N$  — параметри розбиття області комплексного квазіпотенціалу,  $\Delta\varphi_l, \Delta\psi$  — кроки сітки.

У зв'язку із загальністю запису коефіцієнта фільтрації (у відповідних рівняннях), що є функцією від координат точки і може бути як неперервною так кусково-неперервною, наприклад, при переході через межу двох середовищ з різними його значеннями, рівняння (7) у середині сіткової області  $G_\omega$  та на розрізах  $\Gamma_*$ ,  $\Gamma^*$  апроксимуємо використовуючи метод скінченних об'ємів [11]. Метод скінченних об'ємів забезпечує виконання різницевого аналогу законів збереження та консервативності відповідної різницевої схеми:

$$\begin{cases} \gamma_l^2 \left( k_{i,j+1/2} (x_{i,j+1} - x_{i,j}) - k_{i,j-1/2} (x_{i,j} - x_{i,j-1}) \right) + \\ + \frac{x_{i+1,j} - x_{i,j}}{k_{i+1/2,j}} - \frac{x_{i,j} - x_{i,j-1}}{k_{i-1/2,j}} = 0, \\ \gamma_l^2 \left( k_{i,j+1/2} (y_{i,j+1} - y_{i,j}) - k_{i,j-1/2} (y_{i,j} - y_{i,j-1}) \right) + \\ + \frac{y_{i+1,j} - y_{i,j}}{k_{i+1/2,j}} - \frac{y_{i,j} - y_{i,j-1}}{k_{i-1/2,j}} = 0, \end{cases} \quad (12)$$

де

$$k_{i,j\pm 1/2} = k \left( \frac{x_{i,j\pm 1} + x_{i,j}}{2}, \frac{y_{i,j\pm 1} + y_{i,j}}{2} \right),$$

$$k_{i\pm 1/2,j} = k \left( \frac{x_{i\pm 1,j} + x_{i,j}}{2}, \frac{y_{i\pm 1,j} + y_{i,j}}{2} \right), \quad x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j),$$

$$y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j), \quad \gamma_l = \frac{\Delta \varphi_l}{\Delta \psi}$$

квазіконформні інваріанти.

Крайові умови та умови періодичності з додатковими умовами зв'язку граничних та приграничних вузлів апроксимуємо таким чином [5—7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} f^*(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, \quad f^*(x_{n,j}, y_{n,j}) = 0, \quad j = \overline{0, m}, \\ f(x_{i,0}, y_{i,0}) = 0, \quad f(x_{i,m}, y_{i,m}) = 0, \quad i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}, \\ x_{i,0} = x_{i,m}, \quad y_{i,0} = y_{i,m}, \quad i = \overline{0, n_1 + 1}, \\ x_{i,0} = x_{i,m}, \quad y_{i,0} = y_{i,m}, \quad i = \overline{n_1 + n_2, n}; \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (4x_{1,j} - 3x_{0,j} - x_{2,j})(x_{0,j+1} - x_{0,j-1}) + (4y_{1,j} - 3y_{0,j} - y_{2,j}) \times \\ \times (y_{0,j+1} - y_{0,j-1}) = 0, \\ (3x_{n,j} + x_{n-2,j} - 4x_{n-1,j})(x_{n,j+1} - x_{n,j-1}) + (3y_{n,j} + y_{n-2,j} - 4y_{n-1,j}) \times \\ \times (y_{n,j+1} - y_{n,j-1}) = 0, \quad j = \overline{0, m-1}, \\ (4x_{i,1} - 3x_{i,0} - x_{i,2})(x_{i+1,0} - x_{i-1,0}) + (4y_{i,1} - 3y_{i,0} - y_{i,2}) \times \\ \times (y_{i+1,0} - y_{i-1,0}) = 0, \\ (3x_{i,m} + x_{i,m-2} - 4x_{i,m-1})(x_{i+1,m} - x_{i-1,m}) + (3y_{i,m} + y_{i,m-2} - 4y_{i,m-1}) \times \\ \times (y_{i+1,m} - y_{i-1,m}) = 0, \quad i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}. \end{array} \right. \quad (14)$$

Невідому повну витрату  $Q$  та значення квазіпотенціалу  $\underline{\varphi}$  та  $\overline{\varphi}$  в точках «призупинки» потоку шукаємо в процесі ітераційного розрахунку за формулами:

$$Q = m\Delta\psi, \quad \underline{\varphi} = \frac{\varphi_* + \tilde{\alpha}\varphi^*}{1 + \tilde{\alpha}}, \quad \overline{\varphi} = \frac{\varphi^* + \tilde{\beta}\varphi_*}{1 + \tilde{\beta}},$$

де

$$\tilde{\alpha} = \frac{\gamma_1(n_1 + 1)}{\gamma_2(n_2 - 1) + \gamma_3(n_3 + 1)}, \quad \tilde{\beta} = \frac{\gamma_3(n_3 + 1)}{\gamma_2(n_2 - 1) + \gamma_1(n_1 + 1)},$$

$$\Delta\psi = \frac{\varphi^* - \varphi_*}{\gamma_1(n_1 + 1) + \gamma_2(n_2 - 1) + \gamma_3(n_3 + 1)}.$$

Величини квазіконформних інваріантів  $\gamma_l$  одержуємо на підставі умови «квазіконформної подібності в малому» відповідних елементарних чотирикутників двох областей наступним чином:

$$\gamma_1 = \frac{1}{m(n_1+1)} \sum_{i,j=0}^{n_1, m-1} \gamma_{i,j}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{m(n_2-1)} \sum_{i,j=n_1+1,0}^{n_1+n_2-1, m-1} \gamma_{i,j}, \quad (15)$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{m(n-n_1-n_2)} \sum_{i,j=n_1+n_2,0}^{n-1, m-1} \gamma_{i,j},$$

де

$$\gamma_{i,j} = \frac{\alpha_{i,j} + \alpha_{i,j+1}}{k_{i+1/2, j+1/2} \cdot (\beta_{i,j} + \beta_{i+1, j})}, \quad \alpha_{i,j} = \sqrt{(x_{i+1, j} - x_{i, j})^2 + (y_{i+1, j} - y_{i, j})^2},$$

$$\beta_{i,j} = \sqrt{(x_{i, j+1} - x_{i, j})^2 + (y_{i, j+1} - y_{i, j})^2},$$

$$k_{i+1/2, j+1/2} = k \left( \frac{x_{i,j} + x_{i+1, j} + x_{i, j+1} + x_{i+1, j+1}}{4}, \frac{y_{i,j} + y_{i+1, j} + y_{i, j+1} + y_{i+1, j+1}}{4} \right).$$

Формули для знаходження поля швидкостей апроксимуємо наступним чином:

$$(v_x, v_y)_{i,j} = \frac{k_{i,j}}{2\Delta\psi J_{i,j}} (y_{i,j+1} - y_{i,j-1}, x_{i,j-1} - x_{i,j+1}), \quad i = \overline{1, n_1}, \quad l = 1,$$

$$J_{i,j} = \frac{(x_{i+1, j} - x_{i-1, j})(y_{i, j+1} - y_{i, j-1}) - (x_{i, j+1} - x_{i, j-1})(y_{i+1, j} - y_{i-1, j})}{4\Delta\psi\Delta\varphi_l},$$

$$i = \overline{n_1+2, n_1+n_2-1}, \quad l = 2, \quad i = \overline{n_1+n_2+1, n-1}, \quad l = 3, \quad j = \overline{1, m-1};$$

$$(v_x, v_y)_{i,0} = (v_x, v_y)_{i,m} = \frac{k_{i,m}}{2\Delta\psi J_{i,m}} (y_{i,1} - y_{i, m-1}, x_{i, m-1} - x_{i,1}),$$

$$J_{i,m} = \frac{(x_{i+1, m} - x_{i-1, m})(y_{i,1} - y_{i, m-1}) - (x_{i,1} - x_{i, m-1})(y_{i+1, m} - y_{i-1, m})}{4\Delta\psi\Delta\varphi_l},$$

$$i = \overline{1, n_1}, \quad l = 1, \quad i = \overline{n_1+n_2+1, n-1}, \quad l = 3;$$

$$(v_x, v_y)_{0,j} = \frac{k_{0,j}}{2\Delta\psi J_{0,j}} (y_{0, j+1} - y_{0, j-1}, x_{0, j-1} - x_{0, j+1}), \quad l = 1, \quad j = \overline{1, m-1},$$

$$J_{0,j} = \frac{(x_{1, j} - x_{0, j})(y_{0, j+1} - y_{0, j-1}) - (x_{0, j+1} - x_{0, j-1})(y_{1, j} - y_{0, j})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_l},$$

$$(v_x, v_y)_{n,j} = \frac{k_{n,j}}{2\Delta\psi J_{n,j}} (y_{n, j+1} - y_{n, j-1}, x_{n, j-1} - x_{n, j+1}), \quad l = 3, \quad j = \overline{1, m-1},$$



$$J_{n,j} = \frac{(x_{n,j} - x_{n-1,j})(y_{n,j+1} - y_{n,j-1}) - (x_{n,j+1} - x_{n,j-1})(y_{n,j} - y_{n-1,j})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_1},$$

$$(\nu_x, \nu_y)_{i,m} = \frac{k_{i,m}}{\Delta\psi J_{i,m}} (y_{i,m} - y_{i,m-1}, x_{i,m-1} - x_{i,m}), \quad l = 2,$$

$$J_{i,m} = \frac{(x_{i+1,m} - x_{i-1,m})(y_{i,m} - y_{i,m-1}) - (x_{i,m} - x_{i,m-1})(y_{i+1,m} - y_{i-1,m})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_1},$$

$$(\nu_x, \nu_y)_{i,0} = \frac{k_{i,0}}{\Delta\psi J_{i,0}} (y_{i,1} - y_{i,0}, x_{i,0} - x_{i,1}), \quad i = \overline{n_1 + 2, n_1 + n_2 - 1},$$

$$J_{i,0} = \frac{(x_{i+1,0} - x_{i-1,0})(y_{i,1} - y_{i,0}) - (x_{i,1} - x_{i,0})(y_{i+1,0} - y_{i-1,0})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_1};$$

$$(\nu_x, \nu_y)_{n_1+1,j} = \frac{k_{n_1+1,j}}{2\Delta\psi J_{n_1+1,j}} (y_{n_1+1,j+1} - y_{n_1+1,j-1}, x_{n_1+1,j-1} - x_{n_1+1,j+1}),$$

$$j = \overline{1, m-1},$$

$$J_{n_1+1,j} = \frac{(x_{n_1+2,j} - x_{n_1+1,j})(y_{n_1+1,j+1} - y_{n_1+1,j-1}) - (x_{n_1+1,j+1} - x_{n_1+1,j-1})(y_{n_1+2,j} - y_{n_1+1,j})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_2};$$

$$(\nu_x, \nu_y)_{n_1+n_2,j} = \frac{k_{n_1+n_2,j}}{2\Delta\psi J_{n_1+n_2,j}} (y_{n_1+n_2,j+1} - y_{n_1+n_2,j-1}, x_{n_1+n_2,j-1} - x_{n_1+n_2,j+1}),$$

$$J_{n_1+n_2,j} = \frac{(x_{n_1+n_2,j} - x_{n_1+n_2-1,j})(y_{n_1+n_2,j+1} - y_{n_1+n_2,j-1}) - (x_{n_1+n_2,j+1} - x_{n_1+n_2,j-1})(y_{n_1+n_2,j} - y_{n_1+n_2-1,j})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_2}, \quad j = \overline{1, m-1};$$

$$(\nu_x, \nu_y)_{0,0} = (\nu_x, \nu_y)_{0,m} = \frac{k_{0,0}}{2\Delta\psi J_{0,0}} (y_{0,1} - y_{0,m-1}, x_{0,m-1} - x_{0,1}),$$

$$J_{0,0} = \frac{(x_{1,0} - x_{0,0})(y_{0,1} - y_{0,m-1}) - (x_{0,1} - x_{0,m-1})(y_{1,0} - y_{0,0})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_1},$$

$$(\nu_x, \nu_y)_{n,0} = (\nu_x, \nu_y)_{n,m} = \frac{k_{n,0}}{2\Delta\psi J_{n,0}} (y_{n,1} - y_{n,m-1}, x_{n,m-1} - x_{n,1}),$$

$$J_{n,0} = \frac{(x_{n,0} - x_{n-1,0})(y_{n,1} - y_{n,m-1}) - (x_{n,1} - x_{n,m-1})(y_{n,0} - y_{n-1,0})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_3};$$

$$\begin{aligned}
 (v_x, v_y)_{n_1+n_2,0} &= (v_x, v_y)_{n_1+n_2,m} = \frac{k_{n_1+n_2,0}}{2\Delta\psi J_{n_1+n_2,0}} \times \\
 &\times (y_{n_1+n_2,1} - y_{n_1+n_2,m-1}, x_{n_1+n_2,m-1} - x_{n_1+n_2,1}), \\
 J_{n_1+n_2,0} &= \frac{(x_{n_1+n_2,0} - x_{n_1+n_2-1,0})(y_{n_1+n_2,1} - y_{n_1+n_2,m-1})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_2} - \\
 &- \frac{(x_{n_1+n_2,1} - x_{n_1+n_2,m-1})(y_{n_1+n_2,0} - y_{n_1+n_2-1,0})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_2}, \\
 (v_x, v_y)_{n_1+1,0} &= (v_x, v_y)_{n_1+1,m} = \frac{k_{n_1+1,0}}{2\Delta\psi J_{n_1+1,0}} \times \\
 &\times (y_{n_1+1,1} - y_{n_1+1,m-1}, x_{n_1+1,m-1} - x_{n_1+1,1}), \\
 J_{n_1+1,0} &= \frac{(x_{n_1+2,0} - x_{n_1+1,0})(y_{n_1+1,1} - y_{n_1+1,m-1})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_2} - \\
 &- \frac{(x_{n_1+1,1} - x_{n_1+1,m-1})(y_{n_1+2,0} - y_{n_1+1,0})}{2\Delta\psi\Delta\varphi_2}.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Згідно з (10) маємо формулу для наближеного розрахунку часу проходження частинкою шляху вздовж  $j$ -тої лінії течії від  $i_*$ -ї до  $i^*$ -ї екві-

потенціалей:  $t_{j(i_*, i^*)} = \sum_{\tilde{i}=i_*}^{i^*} \frac{\sigma k_{\tilde{i},j} \Delta\varphi}{v^2(x(\varphi_{\tilde{i}}, \psi_j), y(\varphi_{\tilde{i}}, \psi_j))}$ ,  $j = \overline{0, m}$ ,  $(i_*, i^*) = \overline{0, n}$ .

Маючи різницеву задачу для ітераційного відшукування гідродинамічної сітки, коли відома тільки геометрія області фільтрації (контури границі та умови на них), слід задати «якісне» початкове наближення розміщення її вузлів, як на границі так і в середині області, тому, що швидкість збіжності ітераційного процесу сильно залежить від нього.

Задання початкового наближення розміщення точок на контурах області не викликає труднощів, особливо, коли контури задані параметрично. Для побудови початкового наближення координат внутрішніх вузлів, можна використати один із алгебраїчних чи варіаційних методів побудови сіток, наприклад метод трансфінитної інтерполяції [12]. Проте, використання такого роду методів для геометрично складних областей, досить часто призводить до небажаних результатів, наприклад, в деяких місцях лінії сітки можуть перетинати самі себе. Для уникнення цього ефекту та покращення побудованої сітки, доцільно ввести корегуючі поправки на взаємне розміщення вузлів або ж здійснити їх поправку вручну.

Таким чином, алгоритм наближення розв'язку оберненої диференціальної задачі (3)—(7) різницевою задачею у загальному випадку, як і в роботах [5—7], побудуємо шляхом поетапної параметризації величини  $\gamma_1$ , граничних та внутрішніх вузлів сітки з використанням ідей блочної ітерації [10], для аналітичного обгрунтування його збіжності.

На першому кроці алгоритму задаємо геометричну конфігурацію фізичної області  $G_z$ , що обмежена контурами  $L$ ,  $L_*$ ,  $L^*$ , кількість вузлів розбиття відповідної області комплексного квазіпотенціалу  $G_\omega$  (параметри  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  та  $m$ ) та параметри необхідної точності роботи алгоритму  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , рівень квазіконформності  $\delta_*$  відображення. Потім задаємо початкові наближення шуканих координат граничних вузлів, так щоб виконувалися умови (13), та координат внутрішніх вузлів гідродинамічної сітки і, використовуючи (15), знаходимо початкове наближення квазіконформних інваріантів  $\gamma_l^{(0)}$  та невідомих величин

$$\underline{\varphi}^{(0)} = \frac{\varphi_* + \tilde{\alpha}\varphi^*}{1 + \tilde{\alpha}}, \quad \bar{\varphi}^{(0)} = \frac{\varphi^* + \tilde{\beta}\varphi_*}{1 + \tilde{\beta}},$$

$$Q^{(0)} = \frac{(\varphi^* - \varphi_*)m}{\gamma_1^{(0)}(n_1 + 1) + \gamma_2^{(0)}(n_2 - 1) + \gamma_3^{(0)}(n_3 + 1)},$$

де  $\tilde{\alpha} = \frac{\gamma_1^{(0)}(n_1 + 1)}{\gamma_2^{(0)}(n_2 - 1) + \gamma_3^{(0)}(n_3 + 1)}$ ,  $\tilde{\beta} = \frac{\gamma_3^{(0)}(n_3 + 1)}{\gamma_2^{(0)}(n_2 - 1) + \gamma_1^{(0)}(n_1 + 1)}$ .

Проводимо уточнення координат внутрішніх вузлів  $(x_{i,j}, y_{i,j})$  за формулами, отриманими шляхом розв'язання (12) відносно  $x_{i,j}$  та  $y_{i,j}$  (з метою прискорення швидкості збіжності всього процесу і економії машинного часу використовуємо лише перший ітераційний крок, при цьому враховуємо періодичність шуканих функцій). Підправляємо граничні вузли (за умови фіксації навколишніх граничних та приграничних), використовуючи різницеві аналоги умов типу Коші—Рімана (14). Використовуючи значення квазіконформних інваріантів (15), знаходимо нове наближення величин  $Q$ ,  $\underline{\varphi}$ ,  $\bar{\varphi}$ , якщо їх зміна за останню проведену ітерацію більша за  $\varepsilon_1$ , то повертаємося до уточнення вузлів. Визначаємо

величину  $S = \max_{i,j} \sqrt{(x_{i,j}^{(k)} - x_{i,j}^{(k-1)})^2 + (y_{i,j}^{(k)} - y_{i,j}^{(k-1)})^2}$  зміщення вузлів на границі за проведену  $k$ -ту загальну ітерацію, якщо вона більша за  $\varepsilon_2$ , то переходимо до уточнення вузлів. У протилежному випадку оцінюємо ступінь квазіконформності  $\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}$  отриманого відобра-

ження області комплексного квазіпотенціалу на фізичну область із розрізами вздовж ліній течії, де  $\delta_1, \delta_2$  — нев'язки апроксимацій рівнянь (3):

$$\delta_1 = \max_{i,j=1}^{n-1,m-1} |(x_{i+1,j} - x_{i-1,j}) - \gamma_1 k_{i,j} (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})|,$$

$$\delta_2 = \max_{i,j=1}^{n-1,m-1} |(y_{i+1,j} - y_{i-1,j}) - \gamma_1 k_{i,j} (x_{i,j+1} - x_{i,j-1})|,$$

$$l = \begin{cases} 1, & \text{при } i = \overline{1, n_1}, \\ 2, & \text{при } i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2}, \\ 3, & \text{при } i = \overline{n_1 + n_2 + 1, n - 1}. \end{cases}$$

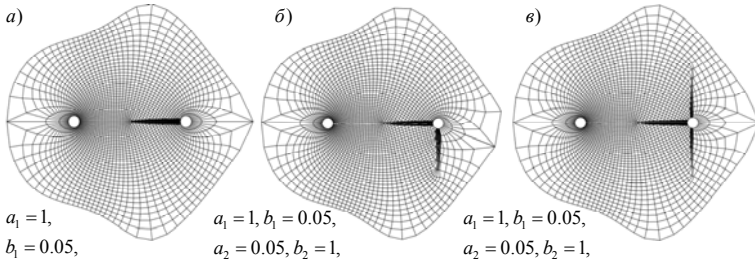
Якщо  $\delta \geq \delta_*$ , то змінюємо кількість вузлів розбиття області  $G_\omega$  та повторюємо кроки алгоритму, інакше задача розв'язана із необхідною точністю. У випадку конформного відображення співвідношення між параметрами  $n_1, n_2, n_3, m$  намагаємося вибирати так, щоб, поперше, виконувалися умови рівності усіх трьох конформних інваріантів і, по-друге,  $\gamma_1 \approx \gamma_2 \approx \gamma_3 \approx 1$ , що з геометричної точки зору є умовою близькості сітки до квадратної.

Проведемо числові розрахунки для пласта обмеженого контурами свердловин  $L_* = \begin{cases} x_*(t) = 0.1 \cos(t) + \tilde{x}_*, \\ y_*(t) = 0.1 \sin(t) + \tilde{y}_*, \end{cases}$   $L^* = \begin{cases} x^*(t) = 0.1 \cos(t) + \tilde{x}^*, \\ y^*(t) = 0.1 \sin(t) + \tilde{y}^*, \end{cases}$  та не-

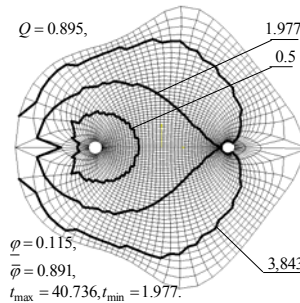
проникним контуром  $L_* = \begin{cases} x_0(t) = 2(\cos(t) + 0.1 \cos(3t)), \\ y_0(t) = 2(\sin(t) - 0.1 \sin(4t)), \end{cases}$  при  $0 \leq t < 2\pi$ ,

$$\varphi_* = 0, \varphi^* = 1, k(x, y) = \begin{cases} k_\lambda, & (x, y) \in G_\lambda = \left\{ (x, y) : \left( \frac{x - x_\lambda^*}{a_\lambda} \right)^2 + \left( \frac{y - y_\lambda^*}{b_\lambda} \right)^2 \leq 1 \right\}, \\ k_*, & (x, y) \in G_z \setminus \bigcup_{\lambda} G_\lambda, \lambda = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

$\sigma = 0.5$ ,  $\varepsilon = 10^{-5}$ ,  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times m = 2 \times 40 \times 20 \times 70$ , де  $k_\lambda = 10$ ,  $k_* = 1$ ,  $a_\lambda$  і  $b_\lambda$  — півосі еліпсів, що моделюють тріщини гідророзриву,  $(\tilde{x}_*, \tilde{y}_*)$ ,  $(\tilde{x}^*, \tilde{y}^*)$  — координати центрів нагнітальної та експлуатаційної свердловини відповідно,  $(x_\lambda^*, y_\lambda^*)$  — координати центру тріщини ГРП з індексом  $\lambda$ . На рисунку 2 зображено гідродинамічні сітки при різних положеннях тріщин (частини тріщини) утворених в наслідок проведення процедури ГРП на експлуатаційній свердловині.



**Рис. 2.** Гідродинамічні сітки для пласта з тріщинами ГРП



**Рис. 3.** Гідродинамічна сітка на лінії розподілу у випадку пласта без тріщин ГРП

Для розміщення свердловин та тріщин зображеного на рис. 2 проведемо порівняння зміни положення границі розділу рідин у випадку, коли існують тріщини ГРП з випадком пласта без тріщин (в різні моменти часу розробки пласта) та встановимо час прориву витісняючої рідини до експлуатаційної свердловини, що дозволить в свою чергу передбачити напрямки обводнення і провести відповідні дії щодо уникнення пов'язаних з цим небажаних ефектів [13]. В першу чергу дослідимо випадок, коли в пласті відсутні тріщини гідророзриву (див. рис. 1), як можна помітити в зв'язку з симетрією області пласта та його однорідністю фронт витіснення теж є симетричним (див. рис. 3).

Провівши збурення фільтраційного потоку частиною тріщини ГРП (частина еліпса симетрична відносно меншої його осі) в напрямку нагнітальної свердловини (див. рис. 4а) було помічено, що час прориву витісняючої рідини до експлуатаційної свердловини зменшився, а фільтраційна витрата збільшилася в зв'язку з пониженням загального фільтраційного опору пласта в його привибійній ділянці, проте симетрія фронту витіснення не зникла, що є наслідком вибору дизайну тріщини, яка має ту ж вісь симетрії, що і пласт. У випадку відсутності симетрії тріщини ГРП, порушується і симетрія фронту витіснення, що призводить до передчасного обводнення продукції експлуатаційної свердловини та нерівномірного «вимиву» нафти з пласта. Для демонстрації випадку пору-

шення симетрії просування фронту витіснення введемо в розгляд ще одну тріщину (частина еліпса симетрична відносно меншої його осі) вісь симетрії якої ортогональна до осі симетрії пласта (див. рис. 4б), як можна помітити уже у цьому випадку із зміною симетрії гідродинамічної сітки змінюється і симетрія фронту витіснення. При такому виборі розміщення тріщин відбувається зміщення точки «розходження» течії, що призводить до нерівномірності обводнення експлуатаційної свердловини та збільшення фільтраційної витрати, щоб уникнути виникнення ефекту «нерівномірності» зі збереженням значення витрати доцільно провести процедуру ГРП таким чином, щоб загальна площа тріщини залишилася без зміни, тобто тріщини в обох випадках повинні приймати однаковий об'єм рідини в одиницю часу. Для утворення такого ефекту використаємо іншу тріщину — частина еліпса симетрична відносно більшої його осі (див. рис. 4в).

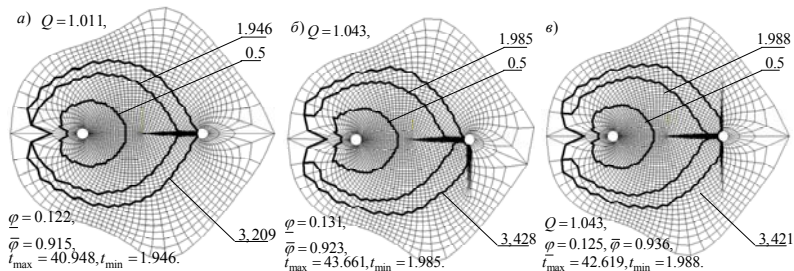


Рис. 4. Положення границі розділу рідин в пласті при наявності тріщин ГРП

**Висновки.** У роботі розроблено комплексний підхід до математичного моделювання поведінки системи «свердловини-тріщини» при витісненні однієї рідини іншою. При цьому, на основі ідей методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу, запропоновано числовий алгоритм ідентифікації притоку пластової рідини до свердловини за умови збурення фільтраційної течії тріщиною ГРП скінченної проникності, що дозволяє врахувати взаємне розміщення свердловин на продуктивній площі, оригінальний дизайн тріщин, конкретний розподіл неоднорідності пласта тощо. На конкретному прикладі проаналізовано ефективність гідророзриву та вплив характеристичних параметрів тріщини на роботу експлуатаційної та нагнітальної свердловин.

При проведенні числових експериментів, було підтверджено, що у випадку збільшення коефіцієнта проникності тріщини по відношенню до значення проникності пласта, зі збереженням її розмірів і орієнтації, просування границі розділу значно пришвидшується і це, в свою чергу, призводить до швидкого обводнення продукції експлуатаційної свердловини та неповного «вимиву» нафти з пласта, що є небажаним, тому виникає потреба введення критерію поведінки свердловини

ни з тріщиною за умови оптимальності швидкостей обводненості свердловини та просування границі розділу, що і планується зробити в майбутньому, також в перспективі є дослідження впливу проведення процедури ГРП у випадку анізотропного пласта.

### Список використаних джерел:

1. Иванов С. И. Интенсификация притока нефти и газа к скважинам / С. И. Иванов. — М. : ООО «Недра-Бизнесцентр», 2006. — 565 с.
2. Барсегян Р. М. Методы решения задач теории фильтрации в неоднородных средах / Р. М. Барсегян. — Ереван : Изд-во Ереван. ун-та, 1977. — 303 с.
3. Дейк Л. П. Практический инжиниринг резервуаров / Л. П. Дейк. — М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. — 668 с.
4. Каневская Р. Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта / Р. Д. Каневская. — М. : ООО "Недра-Бизнесцентр", 1999. — 212 с.
5. Бомба А. Я. Метод конформних відображень математичного моделювання процесів витіснення у нафтогазових пластах: прогнозування динаміки руху лінії розділу різнокольорових рідин / А. Я. Бомба, С. В. Ярошак // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. — Рівне : РДГУ, 2009. — Вип. 6 (15). — С. 20–35.
6. Бомба А. Я. Один метод математичного моделювання процесів витіснення / А. Я. Бомба, С. В. Ярошак // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: технічні науки. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — Вип. 3. — С. 3–13.
7. Бомба А. Я. Системний аналіз та керування процесами двофазної фільтрації / А. Я. Бомба, С. В. Ярошак // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2011. — Т. 54, № 2. — С. 51–61.
8. Данилов В. Л. Гидродинамические расчеты взаимного вытеснения жидкостей в пористой среде / В. Л. Данилов, Р. М. Кац. — М. : Недра, 1980. — 264 с.
9. Басниев К. С. Нефтегазовая гидромеханика / К. С. Басниев, Н. М. Дмитриев, Г. Д. Розенберг. — М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2005. — 544 с.
10. Бомба А. Я. Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки / А. Я. Бомба, В. М. Булавацький, В. В. Скопечкий. — К. : Наук. думка, 2007. — 308 с.
11. Versteeg Н. К. An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method / Н. К. Versteeg, W. Malalasekera. — Longman Scientific & Technical New York, 1995. — 267 p.
12. Андерсон Д. Вычислительная гидродинамика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер. — 1990. — Т. 1. — 384 с.
13. Газизов А. Ш. Повышение эффективности разработки нефтяных месторождений на основе ограничения движения вод в пластах / А. Ш. Газизов, А. А. Газизов. — М. : ООО «Недра-Бизнесцентр», 1999. — 285 с.

A comprehensive approach to mathematical modeling of system behavior "well-cracks" in the displacement of one fluid by another. Thus, based on ideas and methods of quasiconformal mappings gradual fixation characteristics

of the environment and the process proposed numerical algorithm for identifying reservoir fluids to flow well when the perturbation flow filtration hydraulic fracturing crack finitereservoir permeability. In the particular example analyzed of hydraulic crack effectiveness and impact of the characteristic parameters of cracks on the work of operating and injection wells.

**Key words:** *hydraulic crack, quasiconformal mappings, separation line, boundary problems, hydrodynamic mesh.*

Отримано: 12.03.2012

УДК 004.942

**А. Ф. Верлань\***, д-р техн. наук, професор,  
**Л. О. Митько\***, канд. фіз.-мат. наук,  
**О. А. Дячук\*\***, канд. техн. наук,  
**В. А. Федорчук\*\*\***, д-р техн. наук

\*Інститут проблем моделювання в енергетиці  
ім. Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ,

\*\* Державна установа «Інститут економіки  
та прогнозування НАН України», м. Київ,

\*\*\* Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський

## **МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ МОДЕЛЬНОЇ ПІДТРИМКИ ВИПРОБУВАЛЬНИХ СТЕНДІВ СИЛОВИХ УСТАНОВОК**

У статті зображені науково-практичні результати по створенню методів і засобів модельної підтримки процесів функціонування сучасних і перспективних випробувальних стендів силових установок енергетичного і транспортного призначення.

**Ключові слова:** *випробувальні стенди, силові установки, модельна підтримка.*

**Вступ.** В енергетичних і транспортних системах різного призначення знаходять широке застосування силові установки. В усіх країнах з розвиненими машинобудівним та енергетичним комплексами не припиняються роботи з розробки нових зразків та модернізації існуючих силових установок з метою підвищення їх ефективності та надійності. Особливо активні дослідження та розробки здійснюються в галузях енергетичного та авіаційного турбінобудування, транспортного моторобудування та ін. [1; 2].

У сучасній енергетиці, а також на транспортних засобах (авіація, морські та річкові судна, нафто- та газотранспортні трубопровідні системи тощо), які потребують застосування двигунів великої потужності, особливо, при наявності обмежень на їх масогабаритні параме-