УДК 004.2

О. Є. Коваленко, канд. техн. наук

Інститут проблем математичних машин
і систем НАН України, м. Київ

ЗАСТОСУВАННЯ МОДАЛЬНОЇ ЛОГІКИ ПРИ ПРИЙНЯТТІ РІШЕНЬ НА МОДЕЛЯХ ЗНАНЬ

Створення систем ситуаційного управління та підтримки прийняття рішень на основі знань повинні враховувати модальні відношення між компонентами моделі знань та враховувати їх при визначенні альтернатив та системи переваг між ними. Особливості модальної логіки обумовлюють її використання в якості інструмента для представлення та обробки моделей знань. В роботі розглядаються варіанти використання модальностей в моделях знань та способи їх інтерпретації в процедурах побудови запитів до баз знань.

Ключові слова: *системи підтримки прийняття рішень, моделі знань, модальна логіка*

Вступ. Інтелектуалізовані системи підтримки прийняття рішень (СППР) та ситуаційні центри (СЦ) стають важливим елементом удосконалення управління на різних рівнях — корпоративному, регіональному, загальнодержавному [1; 2] та розвитку електронного суспільства. Складність процесу прийняття рішень характеризується необхідністю врахування впливу прийнятих рішень на суміжні сфери діяльності із використанням знань різного характеру. Тому розвиток і адаптація СППР для вирішення широкого кола задач аналізу, прогнозування, управління в економічній, політичній та соціальній сферах на основі знань є актуальною задачею.

Сутність процесу прийняття рішень полягає у здійсненні аргументованого вибору із множини можливих рішень або визначення неможливості прийняття рішень у заданих умовах.

У відповідності до одного з формулювань аксіоми вибору, для довільного сімейства непустих множин $\boldsymbol{X}$ існує функція вибору $\boldsymbol{f}$, визначена на $\boldsymbol{X}$. Функція вибору $\boldsymbol{f}$ є такою, що для кожної множини $\boldsymbol{s}$ із сімейства множин $\boldsymbol{X}$, функція $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s})$ є елементом з множини $\boldsymbol{s}$.

Множина можливих (допустимих) рішень може визначатись із використанням моделей знань. Модель, у контексті теорії моделей, є структурою із визначеними синтаксисом і семантикою. Моделі знань у вигляді баз знань (в т.ч. онтології) будуються із застосуванням синтаксису і семантики дескрипційних логік [3].

Аналіз сучасного стану досліджень і публікацій. Модальні логіки та їх розширення використовуються для формалізації тверджень живої мови. До модальних логік можна віднести наступні логіки.

© О. Є. Коваленко, 2012

Алетичні: оперують базовими модальностями (□ — необхідно, ◊ — можливо, Δ — ймовірно).

Деонтичні [5; 6; 7]: оперують модальностями обов'язково (O), дозволено (P), заборонено (F), або в розширеній нотоції:

- дозволено (permissible) (**PE**):

{обов'язково (obligatory) **(OB),** не обов'язково (optional) (**OP**)}

- несуттєво (omissible) (**OM**):

{не обов'язково (optional) (**OP**), заборонено (impermissible) (**IM**)}

Аксіологічні логіки [8] оперують з модальностями добре, нейтрально, погано.

Епістемічні логіки [9; 10] можуть описувати стан знань агентів у агентних системах. Знання (незнання) означає, що група агентів мають (не мають) певні знання. Припущення означає, що для групи агентів, що мають певні знання може бути справедливими певні твердження.

Темпоральні (часові) [11] з модальностями істинності тверджень у минулому (PP), сучасному (HP), майбутньому (FP, GP).

Використовуються також модальності просторові (там, тут, ніде), доксастичні (doxastic logic — визначають множину довірчих тверджень B: $\{b_1, b_2, \dots, b_n\}$), гібридні (використовують додаткові символи номіналів, які є істинними лише в одному з можливих світів семантики).

Для побудови модальних логічних виразів використовуються оператори заперечення (~), строгої імплікації (→) та константа протиріччя (⊥). Базова модальна логіка з системою аксіом **K** утворюється додаванням до пропозиційної логіки наступних тверджень:

1. Правило необхідності: Якщо A є теоремою у **K,** то $\Box A$
2. Аксіома розподілу: $\Box(A \to B) \to (\Box A \to \Box B)$.

Аксіоматична система базової модальної логіки є слабкою, тому для її підсилення вводяться додаткові аксіоми (вимоги), представлені в таблиці 1. Відповідна «підсилена» модальна логіка утворюється шляхом додавання потрібної множини аксіом **S** (таблиця 1) з обмежуючими умовами **F(S)** до базової модальної логіки **K**. Модальна логіка **K+S** вважається повною і строгою коли вона задовольняє умовам обмежень **F(S)**.

Таблиця 1

*Розширення модальної логіки **K*** [12]

Назва аксіоми	**Аксіома**	**Структура відношення**	**Зміст відношення R**
(*D*)	$\Box A \to \Diamond A$	$\exists u\ wRu$	Слідування
(*M*)	$\Box A \to A$	wRw	Рефлексія
(4)	$\Box A \to \Box\Box A$	$(wRv \& vRu) \Rightarrow wRu$	Транзитивність

Продовження таблиці 1

(B)	$A\to\Box\Diamond A$	$wRv \Rightarrow vRw$	Симетрія
(5)	$\Diamond A\to\Box\Diamond A$	$(wRv\&wRu) \Rightarrow vRu$	Евклідовість
(CD)	$\Diamond A\to\Box A$	$(wRv\&wRu) \Rightarrow v=u$	Унікальність
($\Box M$)	$\Box(\Box A\to A)$	$wRv \Rightarrow vRv$	Рефлексивний зсув
($C4$)	$\Box\Box A\to\Box A$	$wRv \Rightarrow \exists u(wRu\&uRv)$	Ущільнення
(C)	$\Diamond\Box A \to \Box\Diamond A$	$wRv\&wRx \Rightarrow \exists u(vRu\&xRu)$	Конвергенція

Вираз $\sim\Box\bot$ означатиме строгість та узгодженість аксіоматичної системи, в якій він був отриманий.

Діаграма рівня строгості різних аксіоматичних систем для модальних логік наведена на рис. 1.

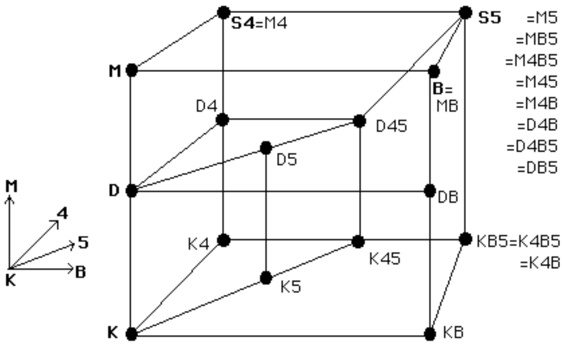

***Рис. 1.** Діаграма строгості модальних логік з розширеною аксіоматикою [12]*

Узагальнена аксіома (G) модальної логіки була сформульована у роботі [13]:

$$(G)\ \Diamond^h\Box^i A \to \Box^j\Diamond^k A.$$

Таким чином аксіому (B) отримуємо з аксіоми (G) шляхом присвоєння значення 0 параметрам h та i, і присвоєнням 1 параметрам j та k:

$$(B)\ A \to \Box\Diamond A = \Diamond^0\Box^0 A \to \Box^1\Diamond^1 A$$

Аксіому (4), отримуємо присвоюванням значення 0 параметрам h і k, значення 1 параметру i і значення 2 параметру j:

$$(4)\ \Box A \to\Box\Box A = \Diamond^0\Box^1 A \to \Box^2\Diamond^0 A$$

Узагальнене відношення в модальній логічній структурі, виходячм із узагальненої аксіоми (G) Леммона-Скотта буде мати вид:

$$wR^h v\ \& wR^j u \Rightarrow \exists x\ (vR^i x\& uR^k x)$$

Наприклад, для аксіоми (4) $h = 0$, $i = 1$, $j = 2$ і $k = 0$. Отже, враховуючи, що vR^0x означає $v=x$ отримаємо відношення:

$$(w=v\ \& wR^2u) \Rightarrow \exists x(vRx\ \& u=x).$$

Повторення розкривається за правилом:

$$vR^2u \Rightarrow vRu.$$

Далі за визначенням R^2, vR^2u iff $\exists x(vRx \,\& xRu)$, що приводить до виду:

$$\exists x(vRx \,\& xRu) \Rightarrow vRu,$$

і в логіці предикатів є еквівалентом відношення транзитивності аксіоми (4):

$$vRx \,\&\, xRu \Rightarrow vRu.$$

Постановка задачі. При прийнятті рішень з використанням моделей знань важлива адекватна інтерпретація змісту знань. Для визначення змісту знань на моделі предметної сфери використовується семантика Кріпке [14]. Семантика Кріпке найчастіше використовується для некласичних (в тому числі модальних) логік. Поняття істинності в семантиці Кріпке обмежується моделлю у певному світі, що відображається формулою $(M, s) \models \varphi$ і читається як — «φ істинне у стані світу s з моделлю M» або, в епістемічній логіці, «стану s моделі M задовольняє формула φ»). Модель Кріпке задається на шкалі Кріпке. Шкала Кріпке $\boldsymbol{F}$ з одним відношенням — пара (W, R), де W — множина можливих світів, $R \subset W \times W$ — відношення на W (множина стрілок або впорядкованих пар).

Модель Кріпке $\boldsymbol{M}$ — це пара $(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{V})$, де $\boldsymbol{V}$ — оцінка на шкалі, яка кожній змінній ставить у відповідність множину світів, в яких ця змінна вважається істиною. Істинне значення атомарного виразу $\boldsymbol{p}$ у світі $\boldsymbol{w}$ отримане шляхом означення $\boldsymbol{v} \in \boldsymbol{V}$ на шкалі $\boldsymbol{F}$ можна записати як $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{w})$.

Аналогічно до аксіоматичних теорій множин (Цермело—Френкеля, Ноймана — Бернайса — Геделя, Рассела — Вайтгеда, на основі NF-аксіоматики Квайна), які розширюють сферу застосування множин (порівняно з класичною теорією множин Кантора) усуваючи парадокси класичної теорії, некласичні (аксіоматичні) логіки розширюють застосування логічного аппарату (порівняно з класичною логікою) до тверджень із небінарною (багатозначною) семантикою.

Прийняття рішень з використанням модальної логіки. При колективному приянтті рішень, в процесі обговорення альтернатив і можливостей їх реалізації використовуються формулювання типу:

«рішення ***A*** *може* бути прийняте за *необхідної* умови ***B*** при *забороні* діяльності ***C***, яка може перешкодити або знизити ефективність впровадження рішення ***A***, та за умови наявності у виконавців відповідних *знань (переконань)* ***D*** в межах визначеної семантики».

Таке формулювання назвемо формулюванням нульового рівня.

Наведений приклад неформального опису умов вибору альтернативи може бути представлений у формалізованому вигляді, як суперпозиція виразів алетичної, деонтичної, епістемічної логік. Така формалізація забезпечує можливість подальшого представлення опису рішення у вигляді моделей знань з використанням ситаксису і семантики відповідних модальних логік. Назвемо таку формалізацію формалізацією першого рівня.

Для подальшої обробки з використанням програмних засобів автоматичного логічного виводу потрібна уніфікація опису логічної моделі прийняття рішення у синтаксисі і семантиці заданого механізму і машини логічного виводу. Така формалізація буде представляти собою формалізацію другого рівня.

Синтаксично близькими до модальних логік є дескрипційні логіки [4]. Дескрипційні логіки (description logics, описові логіки, термінологічні системи, логіки концептів) — це сімейство мов представлення знань, що дозволяють описувати поняття предметної області в недвозначному, формалізованому вигляді. Вони поєднують в собі, з одного боку, багаті виражальні можливості, а з іншого — хороші обчислювальні властивості, такі як розв'язність і відносно невисока обчислювальна складність основних логічних проблем, що обумовлює можливість їх практичного застосування. Таким чином, описові логіки представляють собою компроміс між виразністю і розв'язуваністю. Мови веб-онтологій OWL (Ontology Web Language) також засновані на дескрипційній логіці, що надає можливість створювати семантично-орієнтовані web-інтерфейси для систем колективного прийняття рішень.

Зв'язок між модальною і дескрипційною логікою було описано в роботі [15].

Базовою дескрипційною логікою є атрибутивна логіка із доповненням $\mathcal{ALC}$, яка може бути інтерпретована як модальна логіка $\boldsymbol{K_n}$, з $\boldsymbol{n}$ незалежними модальностями.

Якщо в $\mathcal{ALC}$ є атомарні концепти $\boldsymbol{A_1, \ldots, A_m}$ і атомарні ролі $\boldsymbol{R_1, \ldots, R_m}$, то:

- пропозиційні змінні $\boldsymbol{p_i}$ модальної логіки переходять в атомарні концепти $\boldsymbol{A_i}$;
- булеві кон'юнкція $\wedge$, диз'юнкція $\vee$, заперечення $\neg$ переходять в перетин $\prod$, об'єднання $\coprod$ і доповнення $\neg$ концептів;
- вираз $\Box_j$ переходить в $\forall\, \boldsymbol{R_j}$, а вираз $\Diamond_j$ переходить в $\exists\, \boldsymbol{R_j}$.

Наприклад, модальна формула $\Diamond_1\ (\boldsymbol{p_1} \wedge \Box_2\, \boldsymbol{p_2})$ переходить у концепт $\exists\, \boldsymbol{R_1}.(\, \boldsymbol{A_1} \prod \forall\, \boldsymbol{R_j}.\ \neg \boldsymbol{A_2}\,)$

Колективне прийняття рішень моделюється поведінкою групи агентів. Для групи агентів (учасників колективного прийняття рішень) визначається спеціальний вид знань — спільні знання:

$$E_G\varphi \Leftrightarrow \bigwedge_{i \in G} K_i\varphi,$$

де $\boldsymbol{G}$ — множина (група) агентів; K_i — модальний оператор змісту «агент i знає»; φ — формула у певній системі числення (наприклад логіці); $K_i\varphi$ — означає «агент i знає φ»; E_G — оператор означає «кожний у групі знає».

Відповідно до індукції:

$$E_G\, E_G^{n\text{-}1} \dots E_G^{0}\ \varphi = \varphi$$

де $n = 1, 2, \dots$

Загальне знання групи агентів визначається аксіомою:

$$C\varphi \Leftrightarrow \bigwedge_{i\in 1}^{n} E^n\varphi,$$

Учасники колективного прийняття рішень представляються відповідними агентами. Використовуючи власні моделі знань про свою сферу предметної діяльності кожен учасник формулює умови вибору альтернатив у вигляді тверджень нульового рівня формалізації. Далі ці твердження трансформуються агентами у твердження першого рівня формалізації відповідної модальної логіки. Потім здійснюється перетворення виразів модальної логіки у вирази другого рівня формалізації, який використовується машиною логічного виводу, що працює у складі системи колективного прийняття рішень.

Для реалізації описаного процедур колективного прийняття рішень з використанням модальних логік необхідно створити середовище агентів, орієнтованих на обробку запитів нульового рівня формалізації та забезпечення їх семантичними інтерфейсами. Реалізація агентів обробки запитів першого рівня пов'язана з необхідністю побудови синтаксичних аналізаторів та машин виводу для модальних логік.

Висновок. Таким чином, використання модальних логік при прийнятті рішень на моделях знань пов'язане із використанням синтаксичного перетворення подання знань із модальностями до уніфікованого виду моделі знань з використанням дескрипційної логіки і збереженням початкової семантики. Модальності в дискрипційній логіці перетворюються у ролі (атрибути концептів). Проблема коректної узгодженості аксіоматичних систем вирішується на основі так званого загально прийнятого знання групи агентів.

Список використаних джерел:

1. Морозов А. А. Ситуационные центры — основа управления организационными системами большой размерности / А. А. Морозов // Математические машины и системы. — 1997. — № 2. — С. 7–10.
2. Райков А. Ситуационная комната для поддержки корпоративных решений / А. Райков // Открытые системы. — 1999. — № 7–8. — С. 56–65.
3. Sebastian Rudolph. Foundations of Description Logics. In Reasoning Web: Semantic Technologies for the Web of Data, 7th International Summer School, volume 6848 of Lecture Notes in Computer Science / Rudolph Sebastian. — 2011. — P. 76–136.

4. Handbook of Modal Logic / edited by Patrick Blackburn, Johan Van Benthem and Frank Wolter. — Elsevier B.V., 2006.
5. von Wright, G. H. Deontic Logic. / G. H. von Wright. — Mind, 1951.
6. Hilpinen R. Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings / R. Hilpinen. — Dordrecht : D. Reidel, 1971.
7. Moretti A. "The Geometry of Standard Deontic Logic." Logica Universalis / A. Moretti. — 2009. — P. 19–57.
8. Ивин А. А. Основания логики оценок / А. А. Ивин. — М., 1972.
9. Hintikka J. Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions / J. Hintikka. — Ithaca ; NY : Cornell University Press, 1962.
10. Shoham Y. Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic and Logical Foundations / Y. Shoham, K. Leyton-Brown. — New York : Cambridge University Press, 2009.
11. Galton A. P. Temporal Logics and their Applications / A. P. Galton. — London : Academic Press, 1987.
12. Garson James. Modal Logic / James Garson // Stanford Encyclopedia of Philosophy, 2009. – http://plato.stanford.edu/entries/logic-modal/
13. Lemmon E. An Introduction to Modal Logic / E. Lemmon, D. Scott. — Oxford : Blackwell, 1977.
14. Kripke Saul. "Semantical Considerations on Modal Logic," Acta Philosophica Fennica / Saul Kripke. — 1963. — P. 83-94.
15. Schild K. A correspondence theory for terminological logics: Preliminary report / K. Schild // In Proc. of the 12th Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI'91). — 1991. — P. 466–471.

Creating of situational management and decision support systems based on knowledge must take into account the modality of knowledge models in determining the alternatives and the benefits of them. Features of modal logic determines its use as the tool for representation and processing of knowledge models. We consider variations of modalities in models of knowledge and methods of their interpretation in the procedures for querying the knowledge base.

Key words: *decision support systems, knowledge models, modal logics.*

Отримано: 22.02.2012