

УДК 621.34–501.72

**В. С. Коновал**, канд. техн. наук,

**В. І. Мороз**, д-р техн. наук

Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів

## **ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ Z-ПЕРЕТВОРЕННЯ**

У статті пропонується використання для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь, що описують динаміку електроенергетичних систем, рекурентних формул на основі z-перетворення.

**Ключові слова:** *електроенергетичні системи, комп'ютерне моделювання, z-перетворення.*

**Постановка проблеми.** Традиційний у моделюванні електроенергетичних систем підхід до розв'язування звичайних диференціальних рівнянь з використанням відомих числових методів і записом диференціальних рівнянь у нормальній формі Коші доволі часто зустрічається з проблемами зростання часу розрахунку і накопичення похибок, що спостерігається у випадку складних електроенергетичних систем. Використання класичних числових методів у таких випадках виявляється часто неефективним, навіть на задачах низького порядку [1; 2]. Прикладом практичного використання традиційних методів моделювання є програмний комплекс "Дакар" [3, 4], який на сьогоднішній день дає змогу розв'язувати такі електроенергетичні задачі:

- розрахунок та аналіз усталених режимів електричних мереж змінного струму напругою 0,4—750 кВ;
- розрахунок електромеханічних перехідних процесів з можливістю моделювання синхронних, асинхронних та асинхронізованих машин, статичних та динамічних характеристик навантаження (асинхронних двигунів), дій будь-яких пристроїв протиаварійної автоматики (ПА);
- аналіз статичної, динамічної та результуючої стійкостей режимів роботи електроенергетичних систем;
- аналіз довготривалих перехідних процесів (понад 100 с), пов'язаних зі зміною частоти в енергосистемі, діями ПА та реакцією теплосилового обладнання електростанцій (теплової автоматики);
- дослідження режимів роботи електричних мереж з об'єктами розподіленого генерування (вітроелектричні станції, сонячні станції та інше);
- аналіз несиметричних, неповнофазних режимів та розрахунок струмів коротких замикань;

- налагодження систем збудження, різних пристроїв протиаварійної автоматики, теплосилового обладнання (ТСО) з використанням модуля графічного аналізу.

В останні роки зросли вимоги до програмного забезпечення: значно більші розмірності схем, більша кількість об'єктів генерування у зв'язку з бурхливим розвитком "зеленої" енергетики, більші інтервали дослідження перехідних процесів тощо. Реалізація цих вимог, як вже згадувалося, все частіше впирається в певні обмеження традиційних підходів до моделювання. Виходом з цієї ситуації може бути перехід до інтегральних перетворень, які дають змогу отримати ефективніші рекурентні формули для розв'язування задач динаміки електроенергетичних систем.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Як показано в класичній роботі [5], застосування інтегральних підходів має суттєві переваги у розв'язанні задач динаміки електричних систем. Використання інтегральних перетворень (перетворення Лапласа, z-перетворення) дає змогу мінімізувати числові похибки та усунути проблеми числової стійкості для будь-якого кроку розв'язування [6; 7]. Саме тому використання z-перетворення є способом отримання максимально швидкодійних стійких рекурентних формул для розрахунку динаміки не лише лінійних, але й для досить широкого класу нелінійних технічних систем [7; 8].

Потрібно відзначити, що приклади розрахунків динаміки електроенергетичних систем з використанням рекурентних формул, які отримані на підставі інтегральних перетворень, у літературних джерелах практично не зустрічаються.

Задачею досліджень є отримання на основі інтегральних методів ефективних рекурентних рівнянь, які дають змогу описувати динамічні процеси в лінійних (або лінеаризованих на поточному кроці) електроенергетичних системах для використання в програмному комплексі "Дакар", та їхній аналіз.

**Теоретичні відомості.** Аналіз динамічних режимів електроенергетичних систем може бути виконаний як у миттєвих значеннях (у випадку потреби досліджень швидкоплинних комутаційних процесів), так і в діючих величинах, якщо виникає необхідність дослідження тривалих процесів у системах електропостачання, зокрема, під час дослідження стійкості енергосистем, особливо зі зростаючими в останні роки тенденціями використання відновлюваних джерел енергії (вітроелектростанцій, сонячні електростанції та інші). У другому випадку аналіз динамічних режимів може бути проведений з досить великим кроком розв'язування  $h$ , співмірним з періодом частоти напруги живлення (наприклад, 10 чи 20 мс). Вибір такого фіксованого кроку дає змогу, по-перше, отримати досить детальну інформацію про короточасні перехідні процеси, по-друге, застосувати простіші алгоритми розв'язування, які не потребують процедури автоматичного вибору кроку.

За наявності постійного кроку розв'язування є можливість вважати діюче значення напруги мережі за період незмінним, що дає змогу застосувати для побудови комп'ютерної моделі найпростіший спосіб дискретизації неперервної системи – перетворення вхідного сигналу системи (збурення) прямокутниками. У цьому разі спрощується процес знаходження вихідної координати системи (її реакції) на проміжку кроку розв'язування  $t \in (0; h)$ , що описується інтегралом згортки з ненульовими початковими умовами [9]:

$$y(t) = y_0(t) + \int_0^t x_h \cdot w(t - \tau, y) d\tau, \quad (1)$$

де  $y_0(t)$  — реакція системи на ненульові початкові умови  $y_0(0)$  у момент часу  $t = 0$ ;  $x_h$  — постійний вхідний сигнал або збурення на кроці розв'язування  $h$ ;  $w(t, y)$  — динамічна характеристика системи, яка задана її імпульсною перехідною функцією (реакцією системи на  $\delta$ -функцію).

Одним зі способів побудови рекурентної обчислювальної схеми для обчислення такого інтегралу є використання z-перетворення, що є інтегральним перетворенням і у випадку моделювання електроенергетичних систем дає суттєві переваги:

- стійкий розв'язок для будь-якого кроку;
- можливість отримання, як вже згадувалося, на основі дискретної передатної функції максимально простих швидкодійних рекурентних формул для моделювання;
- у лінійних системах для довільного вхідного сигналу (який не може бути описаний аналітично) точність відтворення вихідної координати визначається лише точністю апроксимації цього сигналу (наприклад, прямокутниками чи трапеціями).

Для побудови рекурентної схеми на основі z-перетворення для знаходження інтегралу згортки (1) на першому етапі знаходять дискретну передатну функцію об'єкта. Аналітичним методом її побудови є використання відображення нулів і полюсів передатної функції неперервного прототипу в одиничне коло — область стійкості для дискретних систем. Це здійснюється використанням відомого відображення:

$$\sum_{i=1}^n (s - p_i) \xrightarrow{\text{операція дискретизації}} \sum_{i=1}^n (z - P_i^*), \quad (2)$$

де  $p_i$  —  $i$ -ий корінь полінома чисельника/знаменника неперервної передатної функції досліджуваної системи;  $P_i^*$  —  $i$ -ий корінь чисельника/знаменника дискретної передатної функції досліджуваної системи, що визначається із залежності  $P_i^* = e^{p_i \cdot h}$ .

Оскільки для стійкої динамічної системи всі корені характеристичного рівняння лежать у лівій комплексній півплощині ( $p_i < 0$ ), то, відповідно до застосованого відображення (2), всі дискретні корені, згідно вказаної залежності, містяться в одиничному колі —  $|P_i^*| < 1$ . Таким чином, всі корені дискретизованого характеристичного рівняння, яке отримане на підставі аналітичного z-перетворення, лежать в одиничному колі, що є ознакою сильно стійкої формули.

**Експериментальні дослідження.** Дослідження особливостей використання в комплексі "Дакар" такого способу дискретизації зручно показати на найпростішій моделі — аперіодичній ланці, що є базовою в моделях електроенергетичних систем і для якої просто знаходяться аналітичні вирази для вихідних координат з метою перевірки. Такій ланці відповідає передатна функція  $\frac{1}{T \cdot s + 1}$  і диференціальне рівняння  $T \cdot y' + y = x$ , де  $y$  — вихідна координата,  $T$  — стала часу,  $x$  — вхідний сигнал.

Застосовуючи для дискретизації аналітичний метод відображення нулів і полюсів [6—8] згідно (2), дискретна передатна функція аперіодичної ланки, і, відповідно, моделююче рекурентне рівняння, матимуть вигляд:

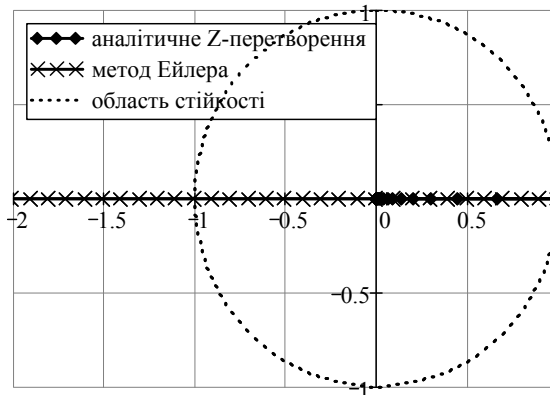
$$\frac{1}{T \cdot s + 1} \Rightarrow \frac{1 - e^{-\frac{h}{T}}}{z - e^{-\frac{h}{T}}} \Rightarrow y_{i+1} = y_i \cdot e^{-\frac{h}{T}} + \left(1 - e^{-\frac{h}{T}}\right) \cdot x_i. \quad (3)$$

Аналогічно, для числового методу Ейлера, який є базовим у комплексі "Дакар", моделююче рекурентне рівняння і дискретна передатна функція цифрової моделі аперіодичної ланки виглядатиме:

$$\left. \begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \frac{h}{T} \cdot y'_i; \\ \text{де } y' &= \frac{x - y}{T}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_{i+1} = y_i \cdot \left(1 - \frac{h}{T}\right) + \frac{h}{T} \cdot x_i \Rightarrow \frac{h/T}{z - \left(1 - \frac{h}{T}\right)}. \quad (4)$$

Враховуючи, що значення  $\frac{h}{T}$  і  $e^{-\frac{h}{T}}$  протягом часу розрахунку є незмінними, можна зауважити, що для реалізації обох рекурентних формул потрібно по одній операції множення, віднімання і додавання, що робить їх дуже економними з точки зору обчислювальних ресурсів. Досить "промовистим" є аналіз розміщення полюсів кожної з отриманих цифрових моделей (3, 4) залежно від кроку розв'язування (такий спосіб є традиційним у теорії автоматичного керування). По-

казаний на рис. 1 графік залежностей дискретних полюсів свідчить, що на відміну від цифрової моделі на основі методу Ейлера (як відомо, є стійкою для кроку лише в діапазоні  $h \in (0; 2T)$ ), застосування аналітичного z-перетворення (4) дає змогу забезпечити розміщення полюсів дискретної системи в області стійкості (в одиничному колі) для будь-якого кроку розв'язування —  $h \in (0; \infty)$ .



**Рис. 1.** Розміщення полюсів для двох цифрових моделей ланки першого порядку для різних значень співвідношення  $h/T$

Аналогічно здійснюють аналіз розміщення нулів/полюсів для цифрових моделей, які отримані іншими числовими методами. Як приклад, можна навести дискретну передатну функцію цифрової моделі аперіодичної ланки, що отримана на основі неявної формули Адамса третього порядку:

$$\left. \begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \frac{h}{12T} \cdot (5y'_{i+1} + 8y'_i - y'_{i-1}); \\ \text{де } y' &= \frac{x - y}{T}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{5 + 8z^{-1} - z^{-2}}{(5 + 12h/T) + (8 - 12h/T) \cdot z^{-1} - z^{-2}}.$$

Проведений аналіз показав, що використання числових інтеграторів вищих порядків (див. вираз (5)) вносить додаткові нулі/полюси, яких нема в аналоговому прототипі і які змінюють поведінку цифрової моделі відносно аналогового прототипу.

**Висновки.** Використання аналітичного z-перетворення дає можливість отримати прості моделюючі рекурентні рівняння, що легко реалізуються і є стійкими для будь-якого кроку розв'язування.

Застосування даного способу для розрахунку перехідних процесів у програмному комплексі "Дакар" дасть змогу позбутися проблем числової стійкості та накопичення похибок.

### Список використаних джерел:

1. Shampine L. The MATLAB ODE Suite. [Електронний ресурс] / L. Shampine, M. Reichelt. — 1997. — Режим доступу: [http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/otherdocs/ode\\_suite.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/otherdocs/ode_suite.pdf).
2. Мороз В. Особливості застосування числових методів у моделюванні сучасних електроприводів / В. Мороз // Теоретична електротехніка. — 2005. — Вип. 58. — С. 130–137.
3. ДАКАР — комплекс програм для дослідження режимів роботи інтелектуальних енергетичних систем / В. С. Коновал, А. Б. Козовий, О. І. Скрипник, Т. О. Товстяк // Праці Інституту електродинаміки НАН України. Спеціальний випуск. — К., 2011. — С. 56–64.
4. Діалоговий Автоматизований Комплекс Аналізу Режимів (ДАКАР). — Режим доступу: [www.dakar.eleks.com](http://www.dakar.eleks.com).
5. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы : справочное пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К. : Наукова думка, 1986. — 544 с.
6. Джури Э. Импульсные системы автоматического регулирования / Э. Джури. — М. : Физматгиз, 1963. — 456 с.
7. Jury E. I. Theory and Application of the Z-Transform Method / E. I. Jury. — New York : John Wiley & Sons, Inc. — 1964. — 327 p.
8. Смит Дж. М. Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей / Дж. М. Смит ; [пер. с англ. Н. П. Ильиной ; под. ред. О. А. Чембровского]. — М. : Машиностроение, 1980. — 271 с.
9. Лозинський О. Розрахунки перехідних процесів в електромеханічних системах з використанням інтегралу згортки з ненульовими початковими умовами / О. Лозинський, В. Мороз // Теоретична електротехніка. — 2007. — Вип. 59. — С. 119–130.

The article presents an overview of methods for solving ordinary differential equations that describe the dynamics of power systems using recurrent formulas based on Z-transform.

**Key words:** *power energy systems, computer simulation, z-transform.*

Отримано: 19.03.2012