

УДК 519.85

О. Р. Мічуга, аспірант

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ ХІМІЧНИХ РОЗЧИНІВ ТА НЕІЗОТЕРМІЧНИХ УМОВ НА ПРОЦЕСИ КОНСОЛІДАЦІЇ ГРУНТІВ В ДВОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

Побудовано математичну модель двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням впливу багатоконпонентних сольових розчинів і неізотермічних умов. Запропоновано кінематичну граничну умову на рухомій верхній межі масиву ґрунту з урахуванням розчинення і кристалізації солей. Чисельний розв'язок відповідної крайової задачі знайдено методом радіальних базисних функцій. Наведено результати чисельних екскрементів.

Ключові слова: *фільтраційна консолідація, засолений ґрунт, хімічна суфозія, просідання.*

Вступ. Однією із задач класичної механіки ґрунтів є задача фільтраційної консолідації водонасиченого ґрунту. Вона полягає у визначенні динаміки зміни надлишкових напорів в поровій рідині пористого середовища. Причиною виникнення цих надлишкових напорів є прикладені навантаження на ґрунтове середовище у вигляді цивільних та промислових споруд, або власна вага ґрунту у випадку будівництва гідротехнічних об'єктів. Сам процес розсіювання надлишкових напорів в ґрунті призводить до зближення частинок ґрунту і, в результаті, до ущільнення ґрунтової основи під впливом прикладеного навантаження. Такі процеси математично досить повно описані в роботі [7, с. 299—326]. Крім того, в роботах [2; 4, с. 11—73] класичні математичні моделі фільтраційної консолідації доповнені та вдосконалені шляхом урахування впливу тепло-солепереносу.

Однак, в цих роботах в якості порової рідини розглядався однокомпонентний сольовий розчин. Насправді ж, в природних умовах, поровий розчин є багатоконпонентним. Прикладом може бути загіпсований ґрунт, в пори якого починає надходити інший сольовий розчин в результаті аварії на хімічному підприємстві, або як результат неконтрольованого витoku. Загіпсовані ґрунти досить часто використовуються в якості основ для будівництва. Моделювання поведінки таких ґрунтів має свої особливості. Основна — це необхідність урахування розчинення гіпсу (хімічної суфозії) в процесі будівництва та експлуатації споруд на цих ґрунтах [12].

Мета та наукова новизна даної статті полягає у побудові математичної моделі консолідації засолених ґрунтів з урахуванням взаємовпливу на масообмінні процеси концентрацій різних солей та температури, а також чисельне розв'язання відповідної крайової задачі. Елементи таких досліджень наведено в роботах [9—11]. Також із вищезазначеного напрямку потрібно відзначити роботу [1].

Математична модель процесу фільтраційної консолідації. Математична модель двовимірної задачі консолідації ґрунту в області Ω під впливом миттєво прикладеного незмінного у часі зовнішнього навантаження з урахуванням впливу багатоконпонентного сольового розчину та неізотермічних умов на основі робіт [4; 5] може бути описана наступною крайовою задачею:

$$\frac{(1+e)(1+\xi)}{2\gamma a} \times \nabla \cdot \left[\left(K(c, N, T) \nabla h - \sum_{s=1}^S \nu_s \nabla c_s - \nu_T \nabla T \right) + \right. \quad (1)$$

$$\left. + \sum_{s=1}^S \frac{\varepsilon(1+e)(1+\xi)}{2\gamma \rho_s a} \left(n \frac{\partial c_s}{\partial t} - e \frac{\partial N_s}{\partial t} \right) \right] = \frac{\partial h}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot (D_s \nabla c_s) + \nabla \cdot (D_{T_s} \nabla T) - (u, \nabla c_s) = n \frac{\partial c_s}{\partial t} + \frac{\partial N_s}{\partial t}, \quad s = \overline{1, S}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial t} = -\gamma_s \left(C_s^{(\max)}(c, T) - c_s \right) N_s^{\alpha_s}, \quad s = \overline{1, S}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \rho c_p (u, \nabla T) = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (4)$$

$$u - ev = -K(c, N, T) \nabla h + \sum_{s=1}^S \nu_s \nabla c_s + \nu_T \nabla T, \quad (5)$$

$$h(X, 0) = H_0(X), \quad c_s(X, 0) = C_s^{(0)}(X), \quad (6)$$

$$N_s(X, 0) = N_s^{(0)}(X), \quad s = \overline{1, S}, \quad T(X, 0) = T_0(X), \quad X \in \overline{\Omega},$$

$$h(X, t) \Big|_{\Gamma_1^{(h)}} = H_1(X, t), \quad X \in \Gamma_1^{(h)}, \quad (u, n) \Big|_{\Gamma_2^{(h)}} = 0, \quad X \in \Gamma_2^{(h)},$$

$$c_s(X, t) \Big|_{\Gamma_1^{(c)}} = C_1^{(s)}(X, t), \quad X \in \Gamma_1^{(c)}, \quad (q_s, n) \Big|_{\Gamma_2^{(c)}} = 0, \quad X \in \Gamma_2^{(c)}, \quad s = \overline{1, S},$$

$$T(X, t) \Big|_{\Gamma_1^{(T)}} = T_1(X, t), \quad X \in \Gamma_1^{(T)}, \quad (q_T, n) \Big|_{\Gamma_2^{(T)}} = 0, \quad X \in \Gamma_2^{(T)}, \quad (7)$$

де $H_0(X)$, $C_s^{(0)}(X)$, $N_s^{(0)}(X)$, $s = \overline{1, S}$, $T_0(X)$, $H_1(X, t)$, $T_1(X, t)$ — задані функції. Тут використані наступні позначення: e — коефіцієнт пористості; γ — питома вага сольового розчину; a — коефіцієнт стисливості ґрунту; ξ — коефіцієнт бічного тиску ґрунту; $K(c, N, T)$ —

коефіцієнт фільтрації, що залежить від концентрації солей в рідкій та твердій фазах та температури; $u_s = \{u_{sij}\}$, $s = \overline{1, S}$, $u_T = \{u_{Tij}\}$, $i, j = 1, 2$ — коефіцієнти (тензори) хімічного та термічного осмосів; N_s , $s = \overline{1, S}$ — концентрації солей в твердій фазі; ρ_s , $s = \overline{1, S}$ — густини солей в твердій фазі; n — пористість ґрунту; $D_s = \{D_{sij}\}$, $s = \overline{1, S}$, $i, j = 1, 2$ — коефіцієнти (тензори) дифузії; γ_s , $s = \overline{1, S}$ — коефіцієнти швидкості масообміну; α_s , $s = \overline{1, S}$ — показники степенів, які визначаються експериментальним шляхом і залежать від характеру засоленості породи [3]; $D_{Ts} = \{D_{Ts}^{(ij)}\}$, $s = \overline{1, S}$, $i, j = 1, 2$ — коефіцієнти (тензори) термічної дифузії; $C_s^{(\max)}$, $s = \overline{1, S}$ — концентрації граничного насичення, які залежать від температури та концентрації інших солей в рідкій фазі [8, с. 50]; $\lambda = \{\lambda_{ij}\}$, $i, j = 1, 2$ — коефіцієнт (тензор) теплопровідності вологого ґрунту; c - густина порового сольового розчину; C_ρ — питома теплоємність порового сольового розчину; C_T — об'ємна теплоємність ґрунту; $u = (u_1; u_2)$ — вектор швидкості фільтрації; $v = (v_1; v_2)$ — вектор швидкості руху твердих частинок ґрунту; $q_s = u \cdot c_s - D_s \nabla c_s$, $s = \overline{1, S}$; $q_T = \rho c_p u \cdot \nabla T - \lambda \nabla T$. Також $\Gamma_1^{(h)} \cup \Gamma_2^{(h)} = \Gamma$ — межа області Ω . Причому $\Gamma_1^{(h)} \cap \Gamma_2^{(h)} = \emptyset$. Аналогічні позначення використані для інших невідомих функцій.

У процесі консолідації тверді частинки ґрунту зближаються. Як результат — верхня межа ґрунту просідає і область консолідації змінюється з часом. Крім того, зміна області консолідації може відбуватись і за рахунок хімічної суфозії. Тому крайова задача (1)—(7) має бути доповнена кінематичною граничною умовою на рухомій верхній межі. Дану умову виведемо в тривимірному випадку, припустивши, що ґрунт може просідати лише за рахунок вертикальних зміщень. Нехай верхня межа ґрунту описується рівнянням $x = l(y, z, t)$, де x — вертикальна координата. Якщо зафіксувати деяку точку $X = (x, y, z)$, то згідно наших припущень в процесі консолідації з часом буде змінюватись лише її координата x . Тому для скорочення запису рівняння верхньої межі ґрунту будемо записувати у формі $x = l(t)$. Нехай в момент часу t висота ґрунту становила $l(t)$, а в момент часу $(t + \Delta t)$ висота ґрунту стала $l(t + \Delta t)$. Тоді $\Delta l = l(t + \Delta t) - l(t)$ (рис. 1).

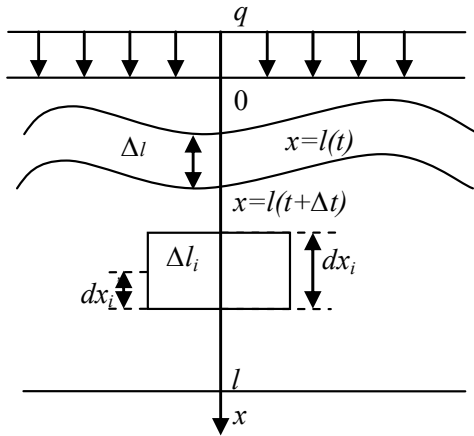


Рис. 1. Просідання верхньої межі ґрунту

Виділимо в ґрунті елементарний паралелепіпед зі сторонами dx_i , dy_i , dz_i . Просідання можливе лише за рахунок зміни об'єму пор. Припустимо, що за час Δt виділений фрагмент просів до величини dx'_i (у вертикальному напрямку). Тоді величина просідань $\Delta l_i = dx_i - dx'_i$.

Нехай таких виділених фрагментів є k . Тоді $\Delta l = \sum_{i=1}^k (dx_i - dx'_i)$.

При наших припущеннях відносна об'ємна деформація ґрунту визначається, як $\varepsilon_i = \frac{\Delta V_i}{V_i} = \frac{dx_i - dx'_i}{dx_i}$. Звідси $\Delta l = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i dx_i$.

Тверді частинки у виділеному фрагменті ґрунту є двох типів: 1) тверді частинки самого ґрунту; 2) кристалики солей (або гіпсу). Об'єм твердих частинок у виділеному фрагменті ґрунту до і після деформації залишається незмінним, а об'єм кристаликів солей змінюється за рахунок масообмінних процесів. Нехай $V^{(g)}$ — об'єм твердих частинок ґрунту у виділеному фрагменті; $V_s^{(c)}$, $s = \overline{1, S}$ — об'єми твердих сольових частинок відповідно у виділеному фрагменті; $V^{(n)}$ — об'єм всіх твердих частинок, $V^{(n)} = V^{(g)} + \sum_{s=1}^S V_s^{(c)}$; $V^{(n)}$ — об'єм пор у виділеному фрагменті.

Враховуючи, що об'єм твердих частинок у виділеному фрагменті V_i середовища залишається незмінним, отримаємо

$$l(t + \Delta t) - l(t) = - \sum_{i=1}^k \left(\frac{\frac{\partial e_i(t)}{\partial t} + \sum_{s=1}^S \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial N_{s_i}(t)}{\partial t} (1 + e_i(t))^2}{\left(1 - \sum_{s=1}^S \frac{1}{\rho_s} N_{s_i}(t + \Delta t)(1 + e_i(t + \Delta t))\right)(1 + e_i(t + \Delta t))} \right) \Delta t.$$

Перейшовши до границі при $\Delta t \rightarrow 0$, $k \rightarrow +\infty$ отримаємо кінематичну рухливу умову на рухомій межі

$$\frac{\partial l(t)}{\partial t} = - \int_{l(t)}^l \left(\frac{\frac{\partial e(t)}{\partial t} + (1 + e)^2 \sum_{s=1}^S \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial N_s(t)}{\partial t}}{\left(1 - \sum_{s=1}^S \frac{1}{\rho_s} N_s(t)(1 + e)\right)(1 + e)} \right) dx.$$

Враховуючи принцип гідроємності Герсванова [7, с. 309], основну розрахункову модель Флоріна [7, с. 316], миттєвість прикладених навантажень та найпростішу компресійну залежність $e = -a \frac{\theta}{1 + \xi} + b$, з

вищенаведеної умови отримаємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(t)}{\partial t} = & - \int_{l(t)}^l \frac{1}{\left(1 - \sum_{s=1}^S \frac{1}{\rho_s} N_s(t)(1 + e)\right)(1 + e)} \times \\ & \times \left(\frac{2\gamma a}{1 + \xi} \frac{\partial h}{\partial t} - (1 + e)^2 \sum_{s=1}^S \frac{\gamma_s}{\rho_s} (C_s^{(\max)} - c_s) N_s^{\alpha_s} \right) dx. \end{aligned}$$

Тут θ — сума головних напружень в скелеті ґрунту. Виведену умову запишемо у вигляді

$$\frac{\partial l(t)}{\partial t} = - \int_{l(t)}^l F(c, N, h) dx. \quad (8)$$

Чисельне розв'язання крайової задачі. Чисельне розв'язання крайової задачі (1)—(8) здійснене методом радіальних базисних функцій [5, с. 37—60]. Покриємо область Ω вузловими точками

$X_j = \left(x_j^{(X)}, y_j^{(X)} \right)$, $j = \overline{1, m}$. Наближені значення невідомих функцій

крайової задачі (1)—(8) шукаємо у вигляді

$$h(X, t) \approx \sum_{j=1}^m h_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_H), \quad c_s(X, t) \approx \sum_{j=1}^m c_{sj}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_s), \quad (9)$$

$$N_s(X, t) \approx \sum_{j=1}^m N_{sj}(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_{N_s}), \quad s = \overline{1, S}, \quad T(X, t) \approx \sum_{j=1}^m T_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_T),$$

де $\varepsilon_h, \varepsilon_s, \varepsilon_{N_s}, \varepsilon_T, s = \overline{1, S}$, — параметри форми; $\varphi_j(r_j, \varepsilon)$ — радіальні базисні функції; $h_j(t), c_{sj}(t), N_{sj}(t), T_j(t), s = \overline{1, S}$, — невідомі коефіцієнти, які залежать від часу; $r_j = \sqrt{\left(x - x_j^{(X)}\right)^2 + \left(y - y_j^{(X)}\right)^2}$, $j = \overline{1, m}$.

Покриємо замикання області $\overline{\Omega}$ колокаційними точками $Y_i = \left(x_i^{(Y)}, y_i^{(Y)}\right)$, $i = \overline{1, M}$. Введемо множини $\varpi = \{i : Y_i \in \Omega\}$, $\gamma_1^{(h)} = \{i : Y_i \in \Gamma_1^{(h)}\}$, $\gamma_2^{(h)} = \{i : Y_i \in \Gamma_2^{(h)}\}$. Аналогічно визначаємо множини номерів граничних колокаційних точок для інших невідомих функцій. Введемо позначення $r_{ij} = \sqrt{\left(x_i^{(Y)} - x_j^{(X)}\right)^2 + \left(y_i^{(Y)} - y_j^{(X)}\right)^2}$, $j = \overline{1, m}$, $i = \overline{1, M}$, $m \geq M$.

Підставляючи (9) в рівняння (1)—(4), початкові умови (6) та граничні умови (7), використовуючи метод колокації в точці, отримуємо задачу Коші для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно векторів невідомих $H(t) = \{h_j(t)\}_{j=1}^m$, $C_s(t) = \{C_{sj}(t)\}_{j=1}^m$, $N_s(t) = \{N_{sj}(t)\}_{j=1}^m$, $s = \overline{1, S}$, $T(t) = \{T_j(t)\}_{j=1}^m$:

$$M^{(1)} \frac{dH(t)}{dt} + L^{(1)}(C_s(t), N_s(t), T(t))H(t) = \tag{10}$$

$$= K_s^{(1)} \frac{dN_s(t)}{dt} + A_s^{(1)} \frac{dC_s(t)}{dt} + A_s^{(1)} C_s(t) + E^{(1)} T(t) + F^{(1)},$$

$$M_s^{(2)} \frac{dC_s(t)}{dt} + L_s^{(2)}(C_s(t), N_s(t), T(t))C_s(t) = \tag{11}$$

$$= K_s^{(2)} \frac{dN_s(t)}{dt} + E^{(2)} T(t) + F^{(2)}, s = \overline{1, S}$$

$$M_s^{(3)} \frac{dN_s(t)}{dt} = L_s^{(3)}(C_s(t), N_s(t), T(t)), s = \overline{1, S}, \tag{12}$$

$$M^{(4)} \frac{dT(t)}{dt} + L^{(4)}(C_s(t), N_s(t), T(t))T(t) = F^{(4)}, \tag{13}$$

$$\tilde{M}^{(1)} H_0(t) = \tilde{F}^{(1)}, \tilde{M}_s^{(2)} C_s^{(0)}(t) = \tilde{F}^{(2)}, \tag{14}$$

$$\tilde{M}_s^{(3)} N_s^{(0)}(t) = \tilde{F}^{(3)}, s = \overline{1, S}, \tilde{M}^{(4)} T_0(t) = \tilde{F}^{(4)},$$

де

$$\begin{aligned}
M_s^{(k)} &= \left\{ m_{sij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \tilde{M}_s^{(k)} = \left\{ \tilde{m}_{sij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad L_s^{(k)} = \left\{ l_{sij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad k = 2, 3; \\
M^{(k)} &= \left\{ m_{ij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \tilde{M}^{(k)} = \left\{ \tilde{m}_{ij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad L^{(k)} = \left\{ l_{sij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad k = 1, 4; \\
K_s^{(k)} &= \left\{ k_{sij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad k = 1, 2; \quad A_s^{(1)} = \left\{ a_{sij}^{(1)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad A_s^{(0)} = \left\{ a_{sij}^{(0)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \\
E^{(1)} &= \left\{ e_{ij}^{(1)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad E^{(2)} = \left\{ e_{ij}^{(2)} \right\}_{i=1, j=1}^{M, m}, \quad \tilde{F}^{(k)} = \left\{ \tilde{f}_j^{(k)} \right\}_{j=1}^m, \\
F^{(k)} &= \left\{ f_j^{(k)} \right\}_{j=1}^m, \quad k = \overline{1, 4}, \quad s = \overline{1, S}.
\end{aligned}$$

Елементи матриць задачі Коші (10)—(14) визначаються однотипно, але досить громіздко. Так для рівняння теплопровідності (4) маємо

$$\begin{aligned}
m_{ij}^{(4)} &= -c_T \varphi_j(r_j, \varepsilon_T), \quad i = \overline{\omega}; \\
l_{sij}^{(4)} &= \begin{cases} \nabla \left(\lambda \nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T) \right) - \rho c_\rho u \nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), & i = \overline{\omega}; \\ \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), & i \in \gamma_1^{(T)}; \\ \left(\nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), n \right), & i \in \gamma_2^{(T)}; \end{cases} \\
f_j^{(4)} &= \begin{cases} T_1(t), & i \in \gamma_1^{(T)}; \\ 0, & i \in \gamma_2^{(T)}. \end{cases}
\end{aligned}$$

Для знаходження чисельного розв'язку задачі Коші (10)—(14) дискретизуємо часовий відрізок рівномірно з кроком τ . Для дискретизації рівнянь (10), (11), (13) по часу використано повністю неявну лінеаризовану різницеву схему [5, с. 173; 13, с. 273]. Оскільки рівняння (12) є нелінійними, то для їх лінеаризації використано метод Ньютона [13, с. 262].

$$\begin{aligned}
M_s^{(3)} \frac{N_s^{(k+1)} - N_s^{(k)}}{\tau} &= \alpha_s L_s^{(3)} \left(C_s^{(k)}, N_s^{\alpha_s - 1}(t_k) \right) \times \\
&\times \left(N_s^{(k+1)} - N_s^{(k)} \right) + L_s^{(3)} \left(C_s^{(k)}, N_s^{\alpha_s}(t_k) \right), \quad s = \overline{1, S}.
\end{aligned}$$

Отриману після дискретизації по часу систему лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР) розв'язано модифікованим методом Гауса, але перед цим попередньо використовувався метод найменших квадратів [14, с. 228].

Для перерахунку координат вузлових та коллокаційних точок використано кінематичну граничну умову (8):

$$\frac{x_j^{(k+1)} - x_j^{(k)}}{\tau} = - \int_{j^{(k)}}^l F(c^{(k+1)}, N^{(k+1)}, h^{(k+1)}) dx.$$

Результати чисельних експериментів. Розглянемо двовимірну задачу фільтраційної консолідації шару загіпсованого ґрунту товщиною 10 м та шириною 20 м. Ґрунт вважається однорідним та ізотропним за своїми характеристиками. З фундаменту споруди, який займає область шириною 10 м, в ґрунт починає надходити висококонцентрований розчин кам'яної солі. Нехай $c_1(X, t)$, $N_1(X, t)$ — концентрації звичайної кам'яної солі NaCl, яка починає надходити в ґрунт з фундаменту споруди; $c_2(X, t)$, $N_2(X, t)$ — концентрації гіпсу. Вхідні дані вибираємо наступними:

$$\begin{aligned} n &= 0.4, \quad e = 0.7, \quad \alpha_1 = 0.5, \quad \alpha_2 = 0.5, \quad a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}, \\ \rho_1 &= 2000 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_2 = 1900 \text{ кг/м}^3, \quad C_2^{(\max)} = 350 \text{ г/л}, \\ D_1 &= 0.002 \text{ м}^2/\text{доба}, \quad D_2 = 0.02 \text{ м}^2/\text{доба}, \quad \nu_1 = 2.8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \times \text{доба}, \\ \nu_2 &= 2.9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \times \text{доба}, \quad \nu_T = 2.8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^5/\text{кг} \times \text{доба}, \quad \gamma_2 = 0 \text{ доба}^{-1}, \\ \gamma_1 &= 6.5 \cdot 10^{-5} \text{ доба}^{-1}, \quad \gamma = 10^4 \text{ кг}/(\text{м}^2 \times \text{доба}^2), \quad q = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2, \\ c_T &= 2137 \text{ кДж/м}^3 \times \text{град}, \quad c_p = 4, 2 \text{ кДж/кг} \times \text{град}, \\ \lambda &= 108 \text{ кДж/м} \times \text{град} \times \text{доба}, \quad \lambda_1 = 0.5, \quad \lambda_2 = 0.5, \quad C_1^{(0)}(X) = 0.1 \text{ г/л}, \\ C_2^{(0)}(X) &= 10 \text{ г/л}, \quad T_0(X) = 4^\circ\text{С}. \end{aligned}$$

Граничні умови першого роду для шуканих функцій видно з рис. 2—5. Для початкового розподілу напорів використовувалась формула $H_0(X) = \Theta / 2\gamma$, де $\Theta = \frac{2q}{\pi} \left(\arctg \left(\frac{5-x}{y} \right) + \arctg \left(\frac{5+x}{y} \right) \right)$.

Коефіцієнт фільтрації чистої води покладался рівним $K_h = 0,001 \text{ м/доба}$. Для апроксимації залежності $K_h(C_2, N_2, T) = k_0(C_2, T) e^{-\gamma \frac{N_2}{C_1^{(\max)}}}$ [6] використовувався метод РБФ, де для наближення залежності $k_0(C_2, T)$ екстремальні дані взяті із монографії [5, с. 176]. Для апроксимації залежності $C_1^{(\max)}(C_2, T)$ використовувався метод РБФ з експериментальними даними, взятими з [8, с. 50]. Загіпсова-

ність ґрунту становить $m_g = 20\%$, а густина ґрунту $\rho_g = 2000 \text{ кг/м}^3$. Кількість вузлових точок покладалася рівною 484, а колокаційних — 841. Крок по часу $\tau = 10$ діб. Кількість часових проміжків 30. Параметри форми для невідомих функцій становили: $\varepsilon_H = 1,2$; $\varepsilon_{C_1} = 1,1$; $\varepsilon_{C_2} = 1,1$; $\varepsilon_{N_1} = 0,9$; $\varepsilon_{N_2} = 0,7$; $\varepsilon_T = 0,3$. результати чисельних експериментів наведено в табл. 1 та рис. 2—5 при $\tau = 300$ діб. Величина просідань в табл. 1 визначена в сантиметрах, в дужках вказано, скільки відсотків визначені просідання становлять від загальної величини просідань.

З таблиці 1 видно, що урахування залежності концентрації граничного насичення гіпсу призводить до збільшення величини просідання верхньої межі масиву ґрунту. Це можна пояснити тим, що гіпс розчиняється швидше при збільшенні концентрації солі в поровій рідині та при зростанні температури. Причому прогнози величини просідань при такій залежності зростають майже в три рази.

Таблиця 1

Просідання в результаті розчинення гіпсу

Координати	$y, \text{ м}$	0	0	0	0	0	0	0
	$x, \text{ м}$	2	6	8	11	13	15	19
$C_1^{(\max)} = C_1^{(\max)}(c_2, T)$	3,1 (97%)	6,9 (54%)	6,4 (43%)	6,4 (42%)	6,4 (43%)	6,9 (54%)	3,1 (97%)	
$C_1^{(\max)} = \text{const}$	2,4 (96%)	2,3 (25%)	2,3 (18%)	2,2 (17%)	2,3 (18%)	2,3 (25%)	2,4 (96%)	

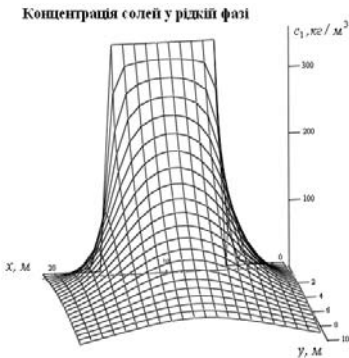


Рис. 2. Концентрація солей у рідкій фазі

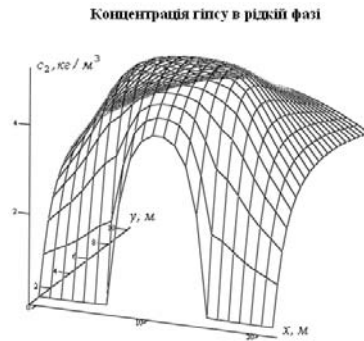


Рис. 3. Концентрація гіпсу у рідкій фазі.

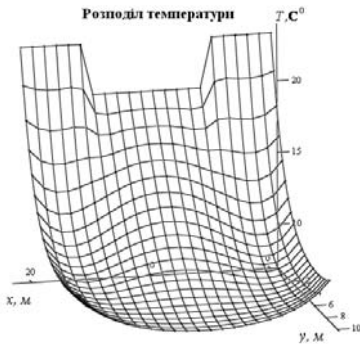


Рис. 5. Розподіл температури

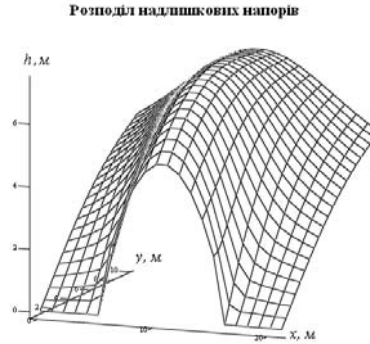


Рис. 6. Розподіл надлишкових напорів

Отже, урахування дії не чистої води, а сольового розчину може значно змінити прогнозні розрахунки просідання будівель на загіпсованих ґрунтах. Крім того, урахування залежності $C_1^{(\max)} = C_1^{(\max)}(C_2, T)$ значно впливає і на розподіл надлишкових напорів в загіпсованому ґрунті — напори розсіюються повільніше. Таке уповільнення складає близько 10%.

Висновки. В роботі досліджено вплив багатокомпонентних солевих розчинів та температури на розподіл надлишкових напорів та на просідання верхньої межі масиву ґрунту. При проведенні і аналізі чисельних експериментів виявлено, що неізотермічні умови та надходження в загіпсований ґрунт іншого хімічного розчину може значно змінити прогнозні розрахунки просідання ґрунту та розподіл надлишкових напорів в ньому. Подальші наші дослідження будуть стосуватися тривимірної задачі.

Список використаних джерел:

1. Богаєнко В. О. Моделювання впливу засоленості на динаміку геохімічних процесів / В. О. Богаєнко // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер. Фіз.-мат. науки. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — Вип. 3. — С. 3–12.
2. Булавацький В. М. Системний підхід до проблеми математичного моделювання процесу фільтраційної консолідації / В. М. Булавацький, В. В. Скопецький // Кібернетика та системний аналіз. — 2006. — № 6. — С. 71–79.
3. Веригин Н. Н. Конвективная дифузия и массообмен при фильтрации растворов в пористой среде / Н. Н. Веригин, В. С. Саркисян // Гидрогеол. исслед. водозаборн., водопонизительн. и дренаж. систем. — М., 1980. — С. 19–24.
4. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації солевих розчинів в неізотермічних умовах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. — Рівне : Вид-во НУВГП. — 2008. — 416 с.

5. Власюк А. П. Чисельне розв'язування задач консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах тепло-масопереносу методом радіальних базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. — Рівне : Вид-во НУВГП. — 2010. — 277 с.
6. Добронравов О. О. Моделювання фільтрації ґрунтових вод з урахуванням суфозії і кольматації / О. О. Добронравов, В. С. Кремез // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. — 2006. — Вип. 7. — С. 141–146.
7. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов / П. Л. Иванов. — М. : Высш. шк., 1991. — 447 с.
8. Лукнер Л. Моделирование миграции подземных вод / Л. Лукнер, В. М. Шестаков. — М. : Недра, 1986. — 208 с.
9. Мічута О. Р. Математичне моделювання впливу хімічної суфозії та температури на консолідацію засолених ґрунтів в тривимірному випадку / О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Тези XVII Всеукр. наук. конф. «Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики». — 2011. — С. 76.
10. Мічута О. Р. Про одну задачу фільтраційної консолідації засолених ґрунтів із врахуванням впливу хімічної суфозії в неізотермічних умовах / О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Тези XVII Міжнар. конф. «Прийняття рішень в умовах невизначеності». — 2011. — С. 138–140.
11. Мічута О. Р. Математичне моделювання впливу хімічної суфозії на фільтраційну консолідацію засолених ґрунтів в неізотермічних умовах в двовимірному випадку / О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер. фіз.-мат. науки. — 2011. — Вип. 4. — С. 169–175.
12. Петрухин В. П. Расчет суффозионных деформаций оснований в засоленных грунтах / В. П. Петрухин // Основания, фундаменты и механика грунтов. — 1995. — №5. — С. 11–13.
13. Самарский А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — М. : Научный мир. — 2003. — 316 с.
14. Шахно С. М. Чисельні методи лінійної алгебри / С. М. Шахно. — Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2007. — 243 с.

The two-dimensional mathematical model of soil filtration consolidation problem has been built taking into account multicomponent chemical salt solution and isothermal conditions. The numerical solutions of corresponding boundary-value problem have been found by the method of radial base functions. A kinematics boundary condition on the movable bound of array of soil is shown out. The series of numerical experiments and their analysis have been carried out.

Key words: *filtration consolidation, plastered soil, chemical suffosion, subsidence.*

Отримано: 21.02.2012