науки : зб. наук. праць. — Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільський національний університет, 2008. — Вип. 1. — С. 19–26.

The questions of the study of integral dynamic models by applying the quadrature formula of open type. Described by algorithms for solving linear and nonlinear Volterra integral equations and their systems.

Key words: *integral models of dynamic systems, the method of quadrature, algorithms for solving integral equations*

Отримано: 21.03.2012

УДК 517.977.11;517.977.32

В. К. Толстых, д-р физ.-мат. наук

Донецкий национальный университет, г. Донецк

УПРАВЛЯЕМОСТЬ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ

Рассматривается новое понятие управляемости для систем с распределёнными параметрами. Оно формулируется как корректность по А. Н. Тихонову обратного отображения пространства состояний в пространство управлений. Предложен метод реализации такой управляемости посредством экстремальных методов оптимизации с регуляризацией. Рассмотрен пример реализации управляемости по заданному целевому функционалу для квазилинейной гиперболической системы.

Ключевые слова: *управляемость, СРП, регуляризация.*

Введение. Отсутствие единого подхода в теории оптимизации породило большое разнообразие понятий управляемости [1—8 и др.]. При рассмотрении управляемости интересуются принципиальной возможностью перевода управляемой системы из одного заданного множества состояний в другое заданное множество состояний (множество достижимости), как правило, за конечное время.

На сегодняшний день не выработано единого понятия и подхода к анализу управляемости для произвольных систем с распределёнными параметрами (СРП). Преобладают попытки обобщения результатов управляемости, полученных для систем с сосредоточенными параметрами. При этом управляемость трактуется как возможность перевода системы из начального в заданное терминальное состояние при помощи допустимых управлений.

Такое понятие управляемости для широкого круга задач оптимизации СРП оказывается бесполезным, поскольку управляемость по терминальному состоянию не гарантирует управляемости по пространственно локализованным условиям, накладываемым на состояние СРП в целевом функционале типа

$$J(u) = \int_{S'} I(v,u) dS' , \tag{1}$$

где $v(\tau) \in V(\Sigma)$ — состояние СРП, $u(\tau) \in U(S)$ — управление, $\tau \in \Sigma$ — пространственно-временная переменная в области Σ функционирования СРП, V и U — пространства состояний и управлений. Отметим, что $S \subset \Sigma$ и $S' \subset \Sigma$, при этом, как правило, $S \neq S' \neq \Sigma$.

Запишем СРП в общем операторном виде:

$$A(\tau, v, u) v(\tau) = 0 \text{ на } \Sigma . \tag{2}$$

Традиционные понятия управляемости для (2) не связаны с конкретным видом критерия оптимизации (1), т.е. они не связаны ни с функцией *I*, ни с пространственно-временным множеством S'.

Наиболее исследованы вопросы управляемости только для линейных СРП [1; 8]. Здесь различают точную и приблизительную управляемость в зависимости от возможности точно попасть в некоторое состояние СРП или в некоторую ε-окрестность заданного состояния. Исследование линейных СРП посредством представления решения в виде разложений в ряды по собственным функциям (проблема моментов) позволяет получать более тонкие свойства управляемости [1].

В [9] предлагается новая точка зрения на проблему управляемости СРП. Она основана на теории некорректных задач и связывает управляемость СРП с целевым функционалом вида (1), а не просто с состоянием системы на заранее заданном пространственно-временном множестве.

Концепция управляемости. Задачи оптимального управления являются обратными задачами. В частном случае, когда мы имеем оптимальное состояние системы и ищем соответствующее оптимальное управление (задачи синтеза оптимального управления), мы решаем традиционную задачу об обратном отображении пространства состояний V в пространство управлений U:

$$V \to U. \tag{3}$$

Заметим, что прямая задача характеризуется отображением $U \to V$.

В общем случае, оптимальное состояние СРП заранее неизвестно. Оно определяется совместно с оптимальным управлением u_*, возможно заданным на некотором допустимом множестве U_{ad}. В этом случае отображение (3) носит более сложный характер:

$$V \xrightarrow{\min J} u_* \in U_{ad} \subseteq U. \tag{4}$$

т.е. отображение носит условный характер – "при условии $\min J$" и, возможно, при условии $u_* \in U_{ad}$.

Известно [10], что обратные задачи некорректны, т.е. не при любых значениях состояния (условиях, накладываемых на состояние) могут корректно отыскиваться управления. Для решения некорректных задач используют различные методы регуляризации [11—13]. Они обеспечивают сужение пространства решений U до компакта Y, где может быть найдено единственное и устойчивое решение. В нашем случае, для управляемости СРП, необходимо, чтобы пересечение множеств Y и U_{ad} было не пустым.

В работе [9] предлагается трактовка управляемости как корректности по А. Н. Тихонову обратной задачи условного отображения. Такое отождествление управляемости с указанной корректностью позволяет унифицировать схему выявления условий, гарантирующих, либо напротив, указывающих на принципиальную невозможность определения оптимального управления той или иной СРП по заданному целевому функционалу. Подытожим сказанное следующим определением и вспомогательным утверждением в виде леммы для построения анализа управляемости.

Определение. Управляемость — это корректность по А. Н. Тихонову условного обратного отображения (4).

Лемма. СРП управляема относительно целевого функционала J, если обратная задача об отображении элементов пространства состояний СРП V в элемент допустимого множества управлений U_{ad}, при условии $J \to \min$, корректна в смысле А. Н. Тихонова, т.е. СРП управляема если $Y \cap U_{ad} \neq \varnothing$.

Данная Лемма позволяет исследовать проблемы управляемости для произвольных СРП относительно любых целевых функционалов. Лемма довольно просто реализуется методами оптимизации, обладающими регуляризирующими свойствами. Наличие регуляризации снимает проблему непосредственного поиска компакта Y.

Регуляризация для управляемости. Будем использовать для оптимизации СРП следующие прямые экстремальные алгоритмы, обладающие регуляризацией [9; 13]:

$$u^{k+1}(\tau) = u^k(\tau) + b^k p(\tau, u^k), \ \tau \in S, \ k = 0,1..., \tag{5}$$

где функция $p(\tau, u^k)$ — направление минимизации, $b^k > 0$ — шаг метода. Степень регуляризации на каждой итерации k определяется параметром b^k. Чем меньше значение b^k, тем сильнее регуляризируется решение. При $p = -\nabla J$ алгоритм (5) — градиентный метод.

Если начальное приближение $u^0 \in Y$, то все очередные приближения алгоритма (5), включая оптимальное u_*, будут принадлежать компакту Y, при условии, что b^k реализуют $J \to \min$.

Таким образом, согласно Лемме, проблема управляемости для алгоритмов типа (5) вырождается в задачу контроля корректности направления минимизации (градиента).

Анализ управляемости. Например, пусть $p = -\nabla J$. Градиент функционала (1) может быть найден через задачу, сопряжённую с СРП (2):

$$A_v^* f + I_v\big|_{S'} = 0 \in V^*(\Sigma)\,, \tag{6}$$

$$\nabla J = A_u^* f + I_u\big|_{S'} = 0 \in U^*(S)\,, \tag{7}$$

где $f(\tau)$ — сопряженное состояние, A_v^* и A_u^* — линейные сопряженные операторы, полученные в результате варьирования (2) по v и u соответственно, I_v и I_u — линейные функционалы, полученные соответствующим варьированием целевого функционала (1).

Мы видим, что корректность ∇J зависит от классической корректности линейной задачи (6) в сопряженном пространстве состояний V^*. Кроме того, корректность ∇J на множестве S зависит от существования на этом множестве нетривиального, т.е. не тождественно нулевого на S решения f сопряженной задачи для произвольных значений управления. Как видно из (6), наличие нетривиального решения определяется свободным членом $I_v\big|_{S'}$, т.е. зависит от вида функции I и множества S'.

Итак, если сопряженный оператор A_v^* обеспечивает корректное решение (6), а для оптимизации используется алгоритм (5), то проблема управляемости сводится к анализу зависимости функции I целевого функционала (1) от своих аргументов v, u и множества S'.

Пример. Рассмотрим задачу оптимального управления работой насосной станции (НС) на открытом канале [14]. Здесь нестационарное течение воды описывается одномерной квазилинейной гиперболической системой уравнений Сен-Венана:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial Q}{\partial t} + 2w\frac{\partial Q}{\partial x} + B\left(c^2 - w^2\right)\frac{\partial Z}{\partial x} + F_{fr} - g\omega i = 0, \\ &\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B}\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{1}{B}q = 0, \quad t, x \in \Sigma = [t_a, t_b] \times [x_0, x_1], \end{aligned} \tag{8}$$

где $Q(t,x)$ и $Z(t,x)$ — расход и уровень воды в канале, $B(x,Z)$ — ширина потока, $q(x,Z)$ — боковой приток, $w = Q/\omega$ — скорость потока, $\omega(x,Z)$ — площадь потока, $c = \sqrt{g\omega/B}$ — скорость возмущений, трение $F_{fr} = gQ|Q|/\omega RC^2$, $C(x,Z) = \frac{1}{n}R^{2,5n^{1/2} - 0,13 - 0.75R^{1/2}(n^{1/2} - 0,1)}$, $n(x)$ — коэффициент трения, $R(x,Z)$ — гидравлический радиус, $i(x)$ — уклон дна.

Управление $u(t)$ подачей воды в канале осуществляется НС на левой границе канала (верхний створ) через условие $Q = u$ на $S = [t_a, t_b] \times x_0$. Потребитель $Q = Q_1$ работает на правой границе (нижний створ) $S' = [t_a, t_b] \times x_1$.

Начальное состояние потока считается известным:

$$Z(t,x) = Z_a(x), \quad Q(t,x) = Q_a(x) \text{ на } S_a = t_a \times [x_0, x_1].$$

На рис. 1 серая полоса xt-диаграммы показывает область влияния НС на состояние потока в нижнем створе канала. Здесь $\xi_+ = dx/dt = w + c$ — характеристика гиперболической системы (8).

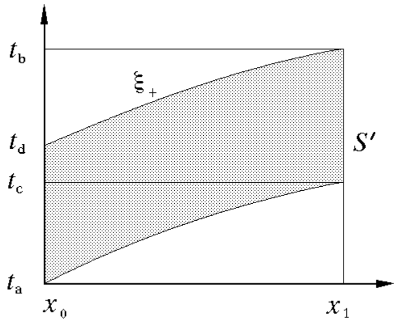

Рис. 1. *Область влияния насосной станции на состояние потока воды в канале*

Целью управления является удержание номинального уровня воды Z_1 в нижнем створе канала, где работает потребитель Q_1, т.е. необходимо минимизировать функционал:

$$J(u) = \int_{S'} (Z - Z_1)^2 \, dt . \tag{9}$$

Будем минимизировать данный функционал градиентным методом по алгоритму (5). Здесь градиент

$$\nabla J = -f_2/B, \quad t, x \in S \tag{10}$$

определяется через решение сопряжённой системы

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f_1}{\partial t} + 2w\frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{1}{B}\frac{\partial f_2}{\partial x} - f_1\left(\frac{2w}{\omega}(B-1)\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\partial F_{fr}}{\partial Q}\right) = 0, \\ &\frac{\partial f_2}{\partial t} - B(c^2 - w^2)\frac{\partial f_1}{\partial x} + f_1\left(\frac{2w}{\omega}(1-B)\frac{\partial Q}{\partial x} - gBi + \frac{\partial F_{fr}}{\partial Z}\right) = 0. \end{aligned} \tag{11}$$

с граничными и начальными условиями:

$$f_1 = 0 \text{ на } S, \; B(c^2 - w^2) f_1 + 2(Z - Z_1) = 0 \text{ на } S',$$

$$f_1 = f_2 = 0 \text{ на } S_b = t_b \times [x_0, x_1] .$$

Сопряжённая задача (11) — это линейная гиперболическая система с теми же характеристиками ξ, что и исходная задача (8). Сопряжённая задача решается в обратном по времени направлении с нулевым начальным условием в момент времени t_b. Для докритических течений ($w < c$) обе задачи имеют классически корректные решения (см., например, [15]).

Источник возмущений сопряжённой задачи $I_v = 2(Z - Z_1)$ находится на правой границе канала в области S′ (см. рис. 1). Возмущения, с учётом обратного времени, распространяются вдоль характеристик $\xi_+ = -(w + c)$ на левую границу канала. Очевидно, что нетривиальное решение сопряжённой задачи на левой границе канала существует не на всём множестве S, а на некотором подмножестве $s \subset S$ при достаточно большом времени управления t_b. Из рис. 1 видно, что необходимо

$$t_b > t_c \text{, где } t_c = \int\limits_{x_0, t_a}^{x_1} (\xi_+)^{-1} dx \qquad (12)$$

это время распространения возмущений от НС до потребителя. Интервал (t_a, t_d) на рис. 1 — это время влияния НС на состояние потока у потребителя в нижнем створе канала.

Таким образом, система Сен-Венана (8) управляема по целевому функционалу (9) при условии (12) посредством работы НС на

$$s = (t_a, t_d) \times x_0 \text{, где } t_d = t_b + \int\limits_{x_1, t_b}^{x_0} (\xi_+)^{-1} dx \, . \qquad (13)$$

Исследование оптимальных режимов управления проводилось на гипотетическом канале с шириной русла $B = 30$ м, длиной $[x_0, x_1]$ = 20 км, уклоном i = 0,00015, коэффициентом n = 0,0245, $q = 0$. В начальный момент времени течение считалось стационарным, с глубиной 3,6 м в верхнем створе канала и расходом $Q_a(x)$ = 107 м^3/с. Расход воды потребителя $Q_1(t)$ = 130 м^3/с. В соответствии с условием управляемости (12), при $t_c \approx$ 40 мин, было задано t_b = 105 мин.

На рис. 2 представлено оптимальное управление $u_*(t)$ НС, полученное по методу (5) за 20 итераций из начального приближение $u^0(t)$ = 130 м^3/с. При этом обеспечивалось уменьшение целевого функционала (9) в 37 раз, т.е. система (8) по функционалу (9) действительно была управляема. Область управления (13) для НС — это первые 70 мин, что иллюстрирует рис. 2. Далее НС не может повлиять на значение функционала (9), поэтому управление практически не сместилось от своего начального значения 130 м^3/с.

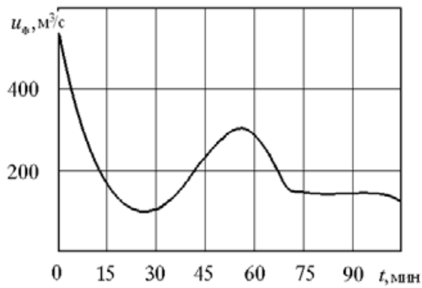

Рис. 2. Оптимальный режим работы насосной станции

Выводы. Таким образом, рассмотренная концепция управляемости может применяться к любым СРП и целевым функционалам. Управляемость легко реализуется посредством использования экстремальных алгоритмов оптимизации.

Список использованной литературы:

1. Авдонин С. А. Управляемость систем с распределенными параметрами и семейства экспонент / С. А. Авдонин, С. А Иванов. — К. : УМК ВО, 1989. — 244 с.
2. Бургмайер П. Об управляемости систем с распределенными параметрами, описываемыми системами Гурса-Дарбу *m*-того порядка / П. Бургмайер // Дифференциальные уравнения. — 1989. — Т. 25, № 11. — С. 1947–1956.
3. Бутковский А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. — М. : Наука, 1975. — 568 с.
4. Егоров А. И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами / А. И. Егоров. — М. : Наука, 1978. — 464 с.
5. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями в частных производных / Ж.-Л. Лионс. — М. : Мир, 1972. — 114 с.
6. Минюк С. А. Об управляемости и наблюдаемости линейных систем в частных производных первого порядка / С. А. Минюк, К. К. Искра // Докл. АН БССР, 1988. — Т. 32, № 4. — С. 300–302.
7. Рей У. Методы управления технологическими процессами / У. Рей. — М. : Мир, 1983. — 368 с.
8. Russel D. L. Controllability and stability theory for linear partial differential equations: recent progress and open questions / D. L. Russel // SIAM Review, 1978. — Vol. 20. — P. 639–739.
9. Толстых В. К. Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами / В. К. Толстых. — Донецк : Юго-восток, 1997. —178 с.
10. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — М. : Наука, 1986. — 288 с.
11. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач / Ф. П. Васильев. — М. : Наука, 1981. — 400 с.
12. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — М. : Наука, 1986. — 288 с.
13. Толстых В. К. О применении градиентного метода к задачам оптимизации систем с распределенными параметрами / В. К. Толстых // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. — 1986. — Т. 26, № 1. — С. 137–140.

14. Атанов Г. А. О задаче идентификации параметров открытых русел / Г. А. Атанов, С. Т. Воронин, В. К. Толстых // Водные ресурсы. — 1986. — № 4. — С. 69–78.
15. Рождественский Б. Л. Системы квазилинейных уравнений / Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко. — М. : Наука, 1978. — 688 с.

We consider a new notion of controllability for distributed parameter systems. It is formulated as the correctness in sense of A. Tikhonov for inverse reflection of the state space into the space of controls. An algorithm is proposed for implementing such controllability by optimization methods with regularization. There are considered an example of implementation of controllability for a quasilinear hyperbolic system relative to a given objective functional.

Key words: *controllability, DPS, regularization.*

Отримано: 16.02.2012

UDC 519.6

O. Ustun*, Ph. D.,
M. Yilmaz,** Ph. D.,
P. Ali Zada*** (Corr.)**,** Dr. of Tech Sc.,
V. Fedorchuk**,** Dr. of Tech Sc.

*Istanbul Technical University, Istanbul, Turkey,
**University of Illinois at Urbana-Champaign, IL, USA,
***OKAN University, Istanbul, Turkey,
****Kamyanets-Podilskiy national university of Ivan Ohienko, Kamyanets-Podilskiy, Ukraine

SEARCH FOR ADAPTIVE METHODS IMMUNIZING FROM HIGH-NOISE, APPLICATION ON OIL INDUSTRY POWER COMPLEXES CONTROL TELEMETRY MODEL

Here in the paper, an analog signal processing implementation was searched for the detection the most efficient adaptive noise cancellation filters among dozens of recognized ones for telemetry control systems of oil industry electrical submersible pump under severe noisily conditions.

Key words: *signal, noise, adaptive methods, oil industry, submersible pump, communication-telemetry channels.*

1. INTRODUCTION

More than thousand switchboards of Electrosubmersible Pump (ESP) under different trademarks are running on the oil fields of Russia and CIS (USSR), representing a wide spectrum of varied equipment, which are working on the problems of the oil production and its optimization. Not only simple devices of ESP motor control, but complicated electronic complex for

