18. Wan Eric. Adjoint LMS: An Alternative to Filtered-X LMS and Multiple Error LMS / Eric Wan // Proceedings of the International Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP). — 1997. — P. 1841–1845.
19. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing / S. Mallat. — Cambridge : Academic Press, 1999.
20. Yilmaz M. A wavelet study of sensorless control of brushless DC motor through rapid prototyping approach / M. Yilmaz, R. N. Tuncay, O. Ustun // IEEE International Conference on Mechatronics, ICM 2004.
21. Yilmaz M. Sensorless Control of Brushless DC Motor Based on Wavelet Theory, Electric Power Components & Systems, Taylor & Francis / M. Yilmaz, R. N. Tuncay, O. Ustun, T. P. Krein. — October 2009. — Vol. 37, № 10.

В предлагаемой статье для выполнения обработки аналогового сигнала погружаемых электрических насосов с высоким уровнем шумов был проведен поиск и найдены среди десятков известных наиболее эффективные адаптивные фильтры подавления помех для систем управления и телеметрии.

Ключевые слова: *сигнал, шум, адаптивные методы, нефтяная промышленность, погружные насосы, коммуникации телеметрических каналов.*

Отримано: 27.04.2011

УДК 519.216

М. Є. Фриз, канд. техн. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль

ВЛАСТИВОСТІ УМОВНИХ ЛІНІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТОХАСТИЧНИХ СИГНАЛІВ

Охарактеризовано умовний лінійний випадковий процес, зображуваний як стохастичний інтеграл від випадкової функції за процесом із незалежними приростами. Отримано вирази для моментних функцій процесу, показано умови, за яких він буде стаціонарним у широкому розумінні, а також періодично корельованим випадковим процесом.

Ключові слова: *лінійний, умовний, стохастичний інтеграл, характеристична функція, моментні функції, стаціонарний процес, період, періодично корельований процес.*

Постановка проблеми. Розробка та впровадження комп'ютеризованих інформаційних систем обробки стохастичних сигналів та полів є актуальною науково-технічною проблемою при вирішенні завдань технічної та медичної діагностики, автоматизованого керування та моніторингу, аналізу та прогнозу економічних показників і ресурсоспоживання (електро-, газо-, водоспоживання), комп'ютерного імітаційного моделювання досліджуваних сигналів та шумів та ін.

Одним із найважливіших етапів у даному контексті є побудова адекватних математичних моделей інформативних сигналів та завад, які б відображали фізичні механізми їх породження, були придатними для вирішення задач ідентифікації своїх характеристик за результатами спостережень (зокрема, мали ергодичні властивості) та побудови на їх основі комп'ютерних імітаційних моделей.

У теоретичних та прикладних задачах математичного, комп'ютерного моделювання та обробки випадкових сигналів дуже поширеними є лінійні моделі. Зокрема, властивості лінійних випадкових процесів [1—3] дозволяють використовувати їх для здійснення ймовірнісного аналізу розподілів досліджуваних сигналів методом характеристичних функцій, вивчати ймовірнісні властивості їх перетворень лінійними та нелінійними системами, знаходити моментні та кумулянтні функції будь-яких порядків. Лінійні випадкові послідовності (випадкові процеси з дискретним часом), зокрема, моделі авторегресії ковзної суми та їх часткові випадки, є досить простим та, водночас, ефективним інструментом в задачах ідентифікації параметрів випадкових сигналів та здійснення їх прогнозу. Конструктивний характер зображення лінійних випадкових процесів із неперервним та дискретним часом дає можливість враховувати у відповідних математичних моделях фізичний механізм породження досліджуваних сигналів та легко будувати їх імітаційні моделі. Важливо, що для стаціонарних лінійних випадкових процесів характерними є властивості перемішування та ергодичності [4—6], що дозволяє обґрунтовано здійснювати їх статистичний аналіз, використовуючи усереднення за часом.

Лінійний випадковий процес з неперервним часом означено в [1—3] як стохастичний інтеграл від невипадкової функції (ядра) за процесом із незалежними приростами (породжуючий процес). Дуже поширеною така модель є в тих прикладних областях, де досліджуваний сигнал можна зобразити у вигляді суми великого числа незалежних імпульсів, які виникають у пуассонівські моменти часу. При цьому "форма" імпульсів задається невипадковим ядром, а їх "амплітуди" — приростами породжуючого процесу. Однак, в багатьох задачах (завади в системах радіолокації, електрофізіологічні сигнали, процеси газо- та водоспоживання та ін.) ці імпульси є випадковими і, в загальному випадку, стохастично залежними функціями, що призводить до проблеми побудови математичних моделей типу лінійних процесів, але з випадковим ядром. Такі моделі будемо називати умовними лінійними випадковими процесами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Термін умовний (умовно) лінійний випадковий процес, очевидно, був введений Percy A. Pierre [7]. У [7] лінійний випадковий процес розглядається як сума стохастично незалежних відгуків фільтра на вхідний потік послідовності імпульсів, що виникають у пуассонівські моменти часу. Якщо ж моменти появи вхідних імпульсів не є пуассонівськими або ж відгуки фільтра є залежними, то відповідний процес у [7] називається умовно лінійним випадковим процесом. Автор [7] досліджував центральну граничну проблему для послідовності лінійних функціоналів від умовно лінійних процесів з неперервним та дискретним часом із прикладним застосуванням до задач математичного моделювання радіолокаційних завад. Породжуючим процесом в [7] є центрований однорідний процес із незалежними приростами й скінченним моментом четвертого порядку, що не завжди відповідає вимогам практичних застосувань.

У роботах [8—11] досліджено властивості умовних лінійних процесів із використанням методу характеристичних функцій в задачах математичного моделювання газо- та водоспоживання, світлових біосигналів (фотоплетизмосигналів) та радіолокаційних завад, враховано, зокрема, стохастичну періодичність досліджуваних сигналів. Однак, моделі [8—11] побудовані виходячи із припущення про стохастичну незалежність породжуючи їх імпульсів.

Постановка завдання. Завданням даної статті є означення та аналіз ймовірнісних властивостей умовних лінійних випадкових процесів (УЛВП). Для цього ми спочатку розглянемо відомі властивості лінійних випадкових процесів (узагальненням яких є УЛВП), подамо означення УЛВП з обґрунтуванням умов існування відповідного стохастичного інтеграла. Далі охарактеризуємо властивості математичного сподівання та кореляційної функції УЛВП, встановимо умови, за яких досліджуваний процес буде стаціонарним у широкому розумінні, а також періодично корельованим випадковим процесом.

Лінійні випадкові процеси. У роботах [1; 2] дійсний лінійний випадковий процес (ЛВП) $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$, заданий на деякому ймовірнісному просторі $\{\Omega, F, P\}$ означено так:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) d\eta(\tau), t \in (-\infty, \infty), \qquad (1)$$

де $h(\tau, t), \tau, t \in (-\infty, \infty)$ — дійсна *невипадкова* функція (ядро) така, що $\int_{-\infty}^{\infty} |h(\tau, t)| d\tau < \infty, \forall t$; $\eta(\tau), \tau \in (-\infty, \infty)$, $P(\eta(0) = 0) = 1$ — дійсний гільбертовий стохастично неперервний випадковий процес із незалежними приростами (породжуючий процес).

Породжуючий процес $\eta(\tau), \tau \in (-\infty, \infty)$ повністю задається своєю одновимірною безмежно подільною характеристичною функцією

$f_\eta(u;\tau) = Me^{iu\eta(\tau)}$, $u \in (-\infty,\infty)$, $i = \sqrt{-1}$, яка в формі А. М. Колмогорова має вигляд:

$$f_\eta(u;\tau) = \exp\left[iua(\tau) + \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{iux} - 1 - iux\right) \frac{d_x K(x;\tau)}{x^2}\right], \qquad (2)$$

де $a(\tau) = M\eta(\tau)$; $K(x;\tau), x \in (-\infty,\infty)$ — дійсна неспадна функція з обмеженою варіацією (пуассонівський спектр стрибків у формі А. М. Колмогорова), така що

$$K(-\infty;\tau) = 0, K(\infty;\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d_x K(x;\tau) = D\eta(\tau), \forall\, \tau .$$

ЛВП (1) також є безмежно подільним із одновимірною характеристичною функцією, яка має такий вигляд [1]:

$$f_\xi(u;t) = Me^{iu\xi(t)} =$$

$$= \exp\left[iu \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau,t)da(\tau) + \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{iuxh(\tau,t)} - 1 - iuxh(\tau,t)\right) \frac{d_x d_\tau K(x;\tau)}{x^2}\right]. \qquad (3)$$

Відповідно, m-вимірна характеристична функція лінійного випадкового процесу (1) зображається наступним чином:

$$f_\xi(u_1,u_2,...,u_m;t_1,t_2,...,t_m) = Me^{i\sum_{k=1}^{m} u_k \xi(t_k)} =$$

$$= \exp\left[i\sum_{k=1}^{m} u_k \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau,t_k)da(\tau) + \right. \qquad (4)$$

$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{ix\sum_{k=1}^{m} u_k h(\tau,t_k)} - 1 - ix\sum_{k=1}^{m} u_k h(\tau,t_k)\right) \frac{d_x d_\tau K(x;\tau)}{x^2}\right],$$

$$u_k,\, t_k \in (-\infty,\infty),\, k = \overline{1,m}.$$

На основі виразів (3) та (4) можна знайти кумулянтні функції лінійного випадкового процесу. Зокрема, математичне сподівання $M\xi(t)$ та кореляційна функція $R_\xi(t_1,t_2)$ ЛВП мають вигляд:

$$M\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau,t)da(\tau), \qquad (5)$$

$$R_\xi(t_1,t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau,t_1)h(\tau,t_2)db(\tau), \qquad (6)$$

де $b(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d_x K(x;\tau) = D\eta(\tau)$.

Якщо $\eta(\tau), \tau \in (-\infty, \infty)$ — однорідний процес з незалежними приростами (процес Леві), а ядро $h(\tau, t)$ задовольняє умові $h(\tau, t) = h(t - \tau)$, то лінійний випадковий процес (1) буде стаціонарним у вузькому розумінні. При цьому його математичне сподівання та кореляційна функція набувають такого вигляду:

$$M\xi(t) = a \int_{-\infty}^{\infty} h(s)ds = const, \;\; R_{\xi}(\tau) = b \int_{-\infty}^{\infty} h(s)h(s+\tau)ds, \tag{7}$$

де $a = M\eta(1), b = D\eta(1)$.

Важливе значення в прикладних задачах математичного моделювання мають також лінійні періодичні випадкові процеси [12]. А саме, якщо існує дійсне число (період) $T > 0$ таке, що для породжуючого процесу $\eta(\tau)$ виконуються умови $da(\tau) = da(\tau + T)$ і $d_x d_\tau K(x;\tau) = = d_x d_\tau K(x;\tau + T)$, а ядро $h(\tau, t)$ має властивість $h(\tau, t) = h(\tau + T, t + T)$, то ЛВП є періодичним (або циклостаціонарним [13]) випадковим процесом, будь-яка m-вимірна ($m = 1, 2, ...$) характеристична функція якого є T-періодичною за сукупністю своїх часових аргументів, тобто

$$f_{\xi}(u_1, u_2, ..., u_m; t_1, t_2, ..., t_m) = f_{\xi}(u_1, u_2, ..., u_m; t_1 + T, t_2 + T, ..., t_m + T).$$

Кумулянтні функції лінійного періодичного випадкового процесу також є періодичними за сукупністю своїх аргументів [12]. Зокрема, T-періодичними є математичне сподівання та кореляційна функція: $M\xi(t) = M\xi(t + T)$, $R_{\xi}(t_1, t_2) = R_{\xi}(t_1 + T, t_2 + T)$. Таким чином, лінійний періодичний процес є також періодично корельованим випадковим процесом (ПКВП).

Умовний лінійний випадковий процес. Умовним лінійним випадковим процесом $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$, заданим на деякому ймовірнісному просторі $\{\Omega, F, P\}$, будемо називати стохастичний інтеграл виду:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau), \tag{8}$$

де $\varphi(\tau, t), \tau, t \in (-\infty, \infty)$ — дійсна *випадкова* функція (ядро), $\eta(\tau), \tau \in (-\infty, \infty)$, $P(\eta(0) = 0) = 1$ — дійсний гільбертовий стохастично неперервний випадковий процес із незалежними приростами; $M\eta(\tau) = a(\tau) < \infty$ і $D\eta(\tau) = b(\tau) < \infty$, $\forall \tau$; випадкові функції $\varphi(\tau, t)$ і $\eta(\tau)$ є стохастично незалежними.

Для існування інтеграла (8) функція $\varphi(\tau, t)$ повинна задовольняти певні умови, які будуть наведені нижче.

Оскільки $\eta(\tau)=a(\tau)+\eta_0(\tau)$, де $\eta_0(\tau)$ — центрований (компенсований) процес із незалежними приростами, $M\eta_0(\tau)=0$, то (8) можна записати так:

$$\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)da(\tau)+\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\eta_0(\tau). \tag{9}$$

Позначимо в (9) $\xi_1(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)da(\tau)$, $\xi_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\eta_0(\tau)$, тобто $\xi(t)=\xi_1(t)+\xi_2(t)$. Оскільки $\varphi(\tau,t)$ та $\eta(\tau)$ — незалежні, то $M\xi_2(t)=\int_{-\infty}^{\infty}M\varphi(\tau,t)Md\eta_0(\tau)=0$ і

$$M\xi(t)=M\xi_1(t)=\int_{-\infty}^{\infty}M\varphi(\tau,t)da(\tau). \tag{10}$$

Із незалежності функцій $\varphi(\tau,t)$ і $\eta(\tau)$ та $M\eta_0(\tau)=0$ також випливає, що складові $\xi_1(t)$ та $\xi_2(t)$ є ортогональними, тобто $M\left(\xi_1(t_1)\xi_2(t_2)\right)=0$, $\forall t_1,t_2\in(-\infty,\infty)$.

Можна також показати, що початковий момент другого порядку УЛВП (8) $\forall t$ визначається таким виразом:

$$M\left(\xi(t)\right)^2=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}M\left(\varphi(\tau_1,t)\varphi(\tau_2,t)\right)da(\tau_1)da(\tau_2)+\int_{-\infty}^{\infty}M\varphi^2(\tau,t)db(\tau). \tag{11}$$

Стохастичний інтеграл (8) існує в розумінні збіжності в середньоквадратичній послідовності відповідних інтегральних сум тоді й тільки тоді, коли $M\left(\xi(t)\right)^2<\infty$, $\forall t$. Зауважимо, що у математичних роботах подібні інтеграли, як правило, розглядаються за умови $M\eta(\tau)=0$ [7; 14; 15].

Кореляційна функція УЛВП (8) дорівнює

$$\begin{aligned}R_\xi(t_1,t_2)&=M\left[\left(\xi(t_1)-M\xi(t_1)\right)\left(\xi(t_2)-M\xi(t_2)\right)\right]=\\&=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}M\left(\varphi_0(\tau_1,t_1)\varphi_0(\tau_2,t_2)\right)da(\tau_1)da(\tau_2)+\\&+\int_{-\infty}^{\infty}M\left(\varphi(\tau,t_1)\varphi(\tau,t_2)\right)db(\tau),\end{aligned} \tag{12}$$

де $\varphi_0(\tau,t)=\varphi(\tau,t)-M\varphi(\tau,t)$ — центроване ядро УЛВП.

З (12) випливає, що дисперсія УЛВП визначається виразом:

$$D\xi(t) = R_\xi(t,t) = D\xi_1(t) + D\xi_2(t) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} M\left(\varphi_0(\tau_1,t)\varphi_0(\tau_2,t)\right) da(\tau_1)da(\tau_2) + \int_{-\infty}^{\infty} M\varphi^2(\tau,t)db(\tau). \quad (13)$$

Вирази (11)—(13) стають набагато простішими, якщо породжуючий процес $\eta(\tau)$ є центрованим (компенсованим), тобто $M\eta(\tau)=0$. Однак, для задач прикладного математичного моделювання важливим є якраз випадок $M\eta(\tau)\neq 0$. Наприклад, якщо аналіз фізичної природи досліджуваного сигналу дозволяє зобразити його у вигляді суми стохастично залежних випадкових імпульсів, які виникають у пуассонівські моменти часу, то породжуючий процес $\eta(\tau)$ у зображенні (8) буде неоднорідним узагальненим пуассонівським процесом, для якого $M\eta(\tau)\neq 0$.

Слабо стаціонарні умовні лінійні випадкові процеси. Нехай $\eta(\tau), \tau\in(-\infty,\infty)$ — однорідний випадковий процес з незалежними приростами (процес Леві) з $M\eta(1)=a<\infty$ і $D\eta(1)=b<\infty$.

Позначимо: $\phi(\tau,t)=M\varphi(\tau,t)$ — математичне сподівання ядра УЛВП, $R_\varphi(\tau_1,\tau_2;t_1,t_2)=M\left(\varphi_0(\tau_1,t_1)\varphi_0(\tau_2,t_2)\right)$ — кореляційна функція ядра УЛВП.

Якщо в зображенні (8) $\eta(\tau)$ — гільбертовий процес Леві, а математичне сподівання та кореляційна функція ядра $\varphi(\tau,t)$ задовольняють умовам

$$\phi(\tau,t)=\phi(t-\tau)\,,\ R_\varphi(\tau_1,\tau_2;t_1,t_2)=R_\varphi(\tau_1,\tau_2;t_2-t_1)\,, \quad (14)$$

то УЛВП (8) є слабо стаціонарним випадковим процесом.

Дійсно, в даному випадку

$$M\xi(t)=a\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t-\tau)d\tau = a\int_{-\infty}^{\infty}\phi(s)ds = const\,. \quad (15)$$

Враховуючи $M\left(\varphi(\tau,t_1)\varphi(\tau,t_2)\right)=R_\varphi(\tau,\tau;t_1,t_2)+\phi(\tau,t_1)\phi(\tau,t_2)$, на основі (12) та (14) отримаємо:

$$R_\xi(t_1,t_2)=a^2\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R_\varphi(\tau_1,\tau_2;t_2-t_1)d\tau_1 d\tau_2 +$$

$$+b\int_{-\infty}^{\infty}R_\varphi(\tau,\tau;t_2-t_1)d\tau + b\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t_1-\tau)\varphi(t_2-\tau)d\tau = \quad (16)$$

$$= a^2\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R_\varphi(\tau_1,\tau_2;t_2-t_1)d\tau_1 d\tau_2 +$$

$$+b\left[\int_{-\infty}^{\infty} R_{\varphi}(\tau,\tau;t_2-t_1)d\tau+\int_{-\infty}^{\infty}\phi(s)\phi(t_2-t_1+s)ds\right].$$

Оскільки $M\xi(t)=const$ і $R_{\xi}(t_1,t_2)=R_{\xi}(t_2-t_1)$, то процес $\xi(t)$ є стаціонарним у широкому розумінні.

Періодично корельовані умовні лінійні випадкові процеси. Для багатьох стохастичних сигналів, математична модель яких може бути зображена у вигляді умовного лінійного процесу, характерною є також властивість ритмічності, яка може бути викликана різними факторами, наприклад, добовою, тижневою чи сезонною циклічністю, циклічністю серцевих скорочень (для біосигналів) [8—10; 12; 13] та ін. Найбільш загальною моделлю ритмічних сигналів є періодичний (циклостаціонарний) випадковий процес, скінченновимірні функції розподілу якого є періодичними за сукупністю своїх часових аргументів.

Конструктивні властивості ЛВП та УЛВП дозволяють врахувати у відповідних моделях причини ритмічних властивостей досліджуваних сигналів. У даній роботі ми розглянемо зв'язок УЛВП з періодично корельованими випадковими процесами, де враховується періодичність лише перших двох моментих функцій.

Нехай існує дійсне число (період) $T>0$ таке, що для породжуючого процесу $\eta(\tau)$ виконуються умови $da(\tau)=da(\tau+T)$ і $db(\tau)=db(\tau+T)$, а математичне сподівання та кореляційна функція ядра $\varphi(\tau,t)$ є періодичними за сукупністю своїх аргументів, тобто

$$\phi(\tau,t)=\phi(\tau+T,t+T)\,,$$

$$R_{\varphi}(\tau_1,\tau_2;t_1,t_2)=R_{\varphi}(\tau_1+T,\tau_2+T;t_1+T,t_2+T)\,, \tag{17}$$

тоді УЛВП (8) є періодично корельованим випадковим процесом.

Дійсно, математичне сподівання УЛВП в даному випадку має таку властивість:

$$M\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\tau,t)da(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\tau+T,t+T)da(\tau+T)=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\phi(s,t+T)da(s)=M\xi(t+T).$$

Виходячи з (12) та (17), отримаємо такий вираз для кореляційної функції:

$$R_{\xi}(t_1,t_2)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\varphi}(\tau_1,\tau_2;t_1,t_2)da(\tau_1)da(\tau_2)+$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty}R_{\varphi}(\tau,\tau;t_1,t_2)db(\tau)+\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\tau,t_1)\phi(\tau,t_2)db(\tau)=$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} R_{\varphi}(\tau_1+T,\tau_2+T;t_1+T,t_2+T)da(\tau_1+T)da(\tau_2+T)+$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty} R_{\varphi}(\tau+T,\tau+T;t_1+T,t_2+T)db(\tau+T)+$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\tau+T,t_1+T)\phi(\tau+T,t_2+T)db(\tau+T)=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} R_{\varphi}(s_1,s_2;t_1+T,t_2+T)da(s_1)da(s_2)+$$

$$+\int_{-\infty}^{\infty} R_{\varphi}(s,s;t_1+T,t_2+T)db(s)+\int_{-\infty}^{\infty} \phi(s,t_1+T)\phi(s,t_2+T)db(s)=$$

$$=R_{\xi}(t_1+T,t_2+T).$$

Отже, математичне сподівання та кореляційна функція розглядуваного процесу є періодичними за сукупністю аргументів, тому він є періодично корельованим умовним лінійним процесом.

Висновки і перспективи подальших досліджень. В даній роботі означено умовний лінійний випадковий процес як стохастичний інтеграл від випадкової функції за процесом з незалежними приростами (з відмінним від нуля математичним сподіванням), отримано вирази для математичного сподівання та кореляційної функції означеного процесу, показано умови, за яких він буде стаціонарним у широкому розумінні, а також періодично корельованим випадковим процесом. Це дозволяє обґрунтовано використовувати УЛВП у задачах математичного моделювання стохастичних сигналів із відповідними властивостями (стаціонарності чи періодичної корельованості).

Для випадку процесу з незалежними приростами без гауссівської компоненти УЛВП (на відміну від лінійного процесу (1)) дозволяє здійснювати математичне моделювання сигналів у вигляді суми стохастично залежних випадкових імпульсів, що виникають у пуассонівські моменти часу.

Ми розглянули лише властивості моментних функцій першого та другого порядків УЛВП. Однак, використовуючи властивості процесів із незалежними приростами та результати [1—3] можна в подальшому здійснювати й повний ймовірнісний аналіз УЛВП методом характеристичних функцій.

Список використаних джерел:

1. Марченко Б. Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике / Б. Г. Марченко. — К. : Наукова думка, 1973. — 191 с.

2. Марченко Б. Г. Линейные случайные процессы и их приложения / Б. Г. Марченко, Л. Н. Щербак. — К. : Наукова думка, 1975. — 143 с.
3. Гармаш О. В. Основные свойства пуассоновской спектральной функции Леви линейных случайных процессов / О. В. Гармаш, А. И. Красильников // Электроника и связь. 5' Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». — 2010. — С. 35–39.
4. Fryz M. Mixing Property and Ergodicity of Linear Random Processes / M. Fryz // Proc. 5th IEEE Int. Workshop Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, Rende (Cosenza), Italy. — 2009. — P. 343–346.
5. Фриз М. Є. Властивість перемішування та ергодичність лінійних процесів у задачах математичного моделювання та статистичного аналізу випадкових сигналів / М. Є. Фриз, Л. М. Щербак // Моделювання та інформаційні технології : збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України. — К., 2009. — Вип. 51. — С. 53–57.
6. Фриз М. Е. Эргодические свойства линейных процессов в задачах математического моделирования и статистического анализа случайных сигналов / М. Е. Фриз, Л. Н. Щербак // Электронное моделирование. — К. : Институт проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины, 2010. — Т. 32. — № 1. — С. 3–14.
7. Pierre P. A. Central Limit Theorems for Conditionally Linear Random Processes / P. A. Pierre // SIAM J. of Applied Math. — 1971. — Vol. 20, № 3. — P. 449–461.
8. Марченко Б. Г. Характеристична функція умовного лінійного випадкового процесу як математичної моделі газоспоживання / Б. Г. Марченко, Н. В. Мулик, М. Є. Фриз // Електроніка та системи управління. — 2006. — № 3 (9). — С. 40–46.
9. Фриз М. Є. Обґрунтування математичної моделі водоспоживання у вигляді умовного лінійного випадкового процесу / М. Є. Фриз, Т. В. Михайлович // Електроніка та системи управління. — 2010. — № 3 (25). — С. 137–142.
10. Conditional Linear Periodical Random Process as a Mathematical Model of Photoplethysmographic Signal / M. Fryz, B. Mlynko, O. Mul, N. Zagorodna // Scientific J. of Riga Technical University. — 2010. — Vol. 45. — P. 82–86.
11. Fryz M. Conditional Linear Random Process as a Mathematical Model of Radar Noise / M. Fryz, L. Scherbak // Proc. Microwaves, Radar and Remote Sensing Symp., Kiev, Ukraine. — 2011. — P. 367–370.
12. Марченко Б. Г. Лінійні періодичні процеси / Б. Г. Марченко // Праці Інституту електродинаміки НАН України. Електротехніка. — К. : ІЕД НАН України, 1999. — С. 172–185.
13. Gardner W. A. Cyclostationarity : Half a century of research / W. A. Gardner, A. Napolitano, L. Paura // Signal Processing. — Elsevier. — 2006. — № 86 (4). — P. 639—697.
14. Пугачев В. С. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация / В. С. Пугачев, И. Н. Синицин. — М. : Наука, 1990. — 630 с.
15. Medvegyev P. Stochastic Integration Theory / P. Medvegyev. — New York. : Oxford University Press, 2007. — 608 p.

A conditional linear random process driven by process with independent increments has been defined. First and second order moment functions of the process have been obtained. The properties of wide-sense stationary and periodically correlated conditional linear random processes have been investigated.

Key words: *linear, conditional, stochastic integral, characteristic function, moment functions, stationary process, period, periodically correlated process.*

Отримано: 24.02.2012

УДК 004.5,004.82,37.02

Ю. О. Фуртат, аспирант

Институт проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАН Украины, г. Киев

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЕРСОНАЛИЗИРОВАННОГО ТЬЮТОРА ДЛЯ УЧЕТА ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ОБУЧАЕМОГО В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОБУЧЕНИЯ

Использование в процессе обучения алгоритмов диагностики и коррекции позволяет проследить связь между множеством «поверхностных ошибок» и глубоким непониманием материала (диагностика), а также классифицировать ошибки и выбирать релевантную корректирующую стратегию (коррекция).

В статье исследуется возможность создания программных средств для осуществления непрерывной диагностики, совмещённой с процессом обучающего диалога, а также реализация коррекции, учитывающей индивидуальные особенности обучаемого.

Ключевые слова: *диагностика, коррекция, обучающая система, обучающий стимул, тьютор.*

Введение. В современных системах обучения используются два основных типа эпизодов — *диагностика* и *коррекция.* Диагностика определяется, как процесс, позволяющий проследить связь между множеством «поверхностных ошибок» и глубоким непониманием материала. Возможность коррекции базируется на способности классифицировать ошибки и выбирать релевантную корректирующую стратегию.

Персонализированный тьютор можно рассматривать как дальнейшее развитие идеи диагностических и корректирующих эпизодов в направлении учета когнитивных особенностей (когнитивного профиля) учащегося. Таким образом, персонализация системы электронного обучения понимается как *адаптация учебного материала и стратегии обучения к текущим когнитивным характеристикам учащегося* за счёт управления характеристиками обучающих стимулов — сообщений, в которых тьютор передаёт обучаемому новую порцию знаний.

