

УДК 517.955;519.673

А. Я. Бомба*, д-р техн. наук,

І. М. Присяжнюк*, канд. техн. наук,

О. В. Присяжнюк*, аспірант,

О. А. Фурсачик**, старший викладач

*Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне,

**Національний університет водного господарства

та природокористування, м. Рівне

ОБЕРНЕНІ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНІ ЗАДАЧІ ПРОЦЕСУ МАСОПЕРЕНОСУ В РІЗНОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Сформовано математичну модель сингулярно збуреного процесу конвективної дифузії в двопористому середовищі за умов невідомих залежних від часу коефіцієнтів дифузії. Розглянуто випадок переважання конвективних складових процесу над масообмінними та дифузійними його складовими. Розвинуто асимптотичний метод для розв'язання відповідних обернених сингулярнозбурених задач. На основі отриманих асимптотичних наближень розв'язків запропоновано робочі формули для знаходження їх компонент. Наведено результати комп'ютерних розрахунків, здійснено їх аналіз.

Ключові слова: *сингулярно збурена задача, асимптотичний метод, масоперенос, обернена задача, різнопористе середовище.*

Вступ. У працях [1—2] досліджуються процеси конвективно-дифузійного масопереносу різної природи для однорідних і неоднорідних пористих середовищ без урахування внутрішньої структури пористих частинок. З метою врахування впливу дифузійного масопереносу на макрорівні, у роботах [3—5] використано лінійні і нелінійні моделі, які побудовані на частковому врахуванні дифузії в частинках або на інтегральному підході і не враховують структуру середовища. На сьогоднішні вчені розроблено чимало підходів до моделювання процесів масопереносу в пористих каталітичних середовищах, які дозволяють в достатній мірі враховувати вплив масопереносу на рівні частинок. Зокрема в [6] розглянуто масоперенос забрудненої речовини в кристалічних середовищах частинок мікропористої структури. У роботах [7] досліджуються сингулярно збурені задачі конвективної дифузії за умов неповних даних в однопористих середовищах. Актуальним є питання математичного моделювання процесів масопереносу в різнопористих середовищах у випадку превалювання одних складових процесу над іншими, що приводить до появи малого параметра при відповідних членах рівняння, а також розв'язування відповідних обернених задач з невідомими залежними від часу коефіцієнтами дифузії.

У даній роботі йдеться про асимптотичне розв'язання розв'язків задач типу "конвекція-дифузія" у двопористому середовищі, якщо невідомі коефіцієнти дифузії макро- та мікросередовища залежать від часу.

Постановка задачі. Розглянемо математичну модель однокомпонентного конвективно-адсорбційно-дифузійного масопереносу в середовищі частинок мікропористої структури (рис. 1) у вигляді системи диференціальних рівнянь вигляду:

$$\sigma_1 \frac{\partial c}{\partial t} = \varepsilon a(t) \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v(x) \frac{\partial c}{\partial x} - \varepsilon D_*^* \left(\frac{\partial q}{\partial r} \right) \Big|_{r=R}, \quad (1)$$

$$\sigma_2 \frac{\partial q}{\partial t} = \varepsilon a^*(x, t) \left(\frac{\partial^2 q}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial q}{\partial r} \right) \quad (2)$$

за початкових та крайових умов

$$c(x, t) \Big|_{t=0} = c_0^0(x), \quad q(x, r, t) \Big|_{t=0} = q_0^0(x, r), \quad (3)$$

$$c(x, t) \Big|_{x=0} = c_*(t), \quad q(x, r, t) \Big|_{r=R} = k \cdot c(x, t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial q(x, r, t)}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (5)$$

$$a(t) \frac{\partial c(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = c_*^*(t), \quad a^*(x, t) \frac{\partial q(x, r, t)}{\partial r} \Big|_{r=R} = q_*^*(x, t). \quad (6)$$

Рівняння (1) описує масоперенос у міжчастинковому просторі і містить у правій частині функцію впливу дифузії в пористих частинках на дифузію в міжчастинковому просторі. В (2) відображено внутрішньочастинковий масоперенос з поточною концентрацією $q(x, r, t)$, що пов'язана з концентрацією в міжчастинковому просторі $c(x, t)$ другою з крайових умов (4) — умовою рівноваги на поверхні частинок, де $k > 0$ — константа адсорбційної рівноваги [8]. Тут l — товщина середовища (довжина фільтра), R — радіус частинки, $v(x)$ — швидкість конвективного перенесення, σ_1, σ_2 — коефіцієнти пористості відповідно макро- та мікросередовища.

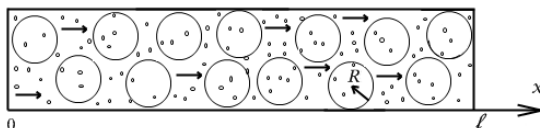


Рис. 1. Схема процесу однокомпонентної дифузії

Функції $a(t)$ та $a^*(x, t)$, які є достатньо гладкими та обмеженими функціями, відповідно характеризують швидкість протікання процесів ди-

фузійного масопереносу в міжчастинковому просторі та в порах частинок і знаходяться з умов (6), а коефіцієнт D_*^* характеризує вплив внутрішньочастинкового дифузійного переносу на міжчастинковий, ε малий параметр ($v(x) > v_* \gg \varepsilon > 0$). Вважаємо, що всі функції, які фігурують в умовах (3)—(5) є достатньо гладкими та узгодженими між собою вздовж ребер та в кутових точках даної області [2].

Асимптотичне наближення розв'язку задачі (1)—(6) шукаємо у вигляді асимптотичних рядів [3]:

$$c(x, t) = c_0(x, t) + \varepsilon c_1(x, t) + \dots + \varepsilon^n c_n(x, t) + \Pi_0(\xi, t) + \varepsilon \Pi_1(\xi, t) + \dots + \varepsilon^{n+1} \Pi_{n+1}(\xi, t) + R_n^1(x, t, \varepsilon), \quad (7)$$

$$q(x, r, t) = q_0(x, r, t) + \varepsilon q_1(x, r, t) + \dots + \varepsilon^n q_n(x, r, t) + F_0(x, \rho, t) + \varepsilon^{\frac{1}{2}} F_{\frac{1}{2}}(x, \rho, t) + \dots + \varepsilon^{\frac{j}{2}} F_{\frac{j}{2}}(x, \rho, t) + \dots + R_n^2(x, r, t, \varepsilon), \quad (8)$$

$$a(t) = a_0(t) + \varepsilon a_1(t) + \dots + \varepsilon^n a_n(t) + R_n^3(t, \varepsilon), \quad (9)$$

$$a^*(x, t) = a_0^*(x, t) + \varepsilon a_1^*(x, t) + \dots + \varepsilon^n a_n^*(x, t) + R_n^4(x, t, \varepsilon), \quad (10)$$

де $c_i(x, t)$, $q_i(x, r, t)$, $a_i(t)$, $a_i^*(x, t)$ ($i = \overline{0, n}$) — члени відповідних регулярних частин асимптотики, $\Pi_p(\xi, t)$ ($p = \overline{0, n+1}$) та $F_{j/2}(x, \rho, t)$ ($j = \overline{0, 2(n+1)}$) — функції типу примежового шару відповідно в околах $x = l$ та $r = R$, $\xi = (l - x) \cdot \varepsilon^{-1}$ і $\rho = (R - r) \cdot \varepsilon^{-1/2}$ — відповідні змінні розтягу, $R_n^s(\bullet)$, $s = \overline{1, 4}$ — залишкові члени.

Підставляючи (7)—(10) в (1)—(6), та прирівнявши коефіцієнти при однакових степенях ε [2] отримуємо такі задачі для знаходження регулярних частин асимптотики для кожного $i = \overline{0, n}$:

$$\begin{cases} \sigma_2 q_{i,t}(x, r, t) = g_i(x, r, t), \\ q_i(x, r, 0) = h_i(x, r), \end{cases}$$

$$g_i(x, r, t) = \sum_{m=0}^{i-1} a_m^*(x, t) (q_{(i-1-m)r}(x, r, t) + 2q_{(i-1-m)r}(x, r, t) / r),$$

$$h_i(x, r) = 0 \text{ при } i > 0, \quad g_0(x, r, t) = 0, \quad h_0(x, r) = q_0^0(x, r);$$

$$\begin{cases} v(x) \cdot c_{i,x}(x, t) + \sigma_1 c_{i,t}(x, t) = u_i(x, t), \\ c_i(x, 0) = w_i^1(x), \quad c_i(0, t) = w_i^2(t), \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 u_i(x, t) &= \sum_{m=0}^{i-1} a_m(t) c_{(i-1-m)xx}(x, t) - D_*^*(q_{i-1r}(x, R, t) + F_{i-1r}(x, R, t) + \\
 &+ \varepsilon^{\frac{1}{2}} F_{i-\frac{1}{2}r}(x, R, t)), \quad w_i^1(x) = 0, \quad w_i^2(t) = 0 \quad \text{при } i > 0, \quad u_0(x, t) = 0, \\
 w_0^1(x) &= c_0^0(x), \quad w_0^2(t) = c_*(t).
 \end{aligned}$$

Для знаходження коефіцієнтів дифузії мікро- та макросередовищ маємо рівності:

$$a_i^*(x, t)(q_{0r}(x, R, t) + F_{0r}(x, R, t)) = \kappa_i^1(x, t),$$

$$a_i(t)(c_{0x}(0, t) + \Pi_{0x}(0, t)) = \kappa_i^2(t),$$

$$\begin{aligned}
 \kappa_0^1(x, t) &= q_*^*(x, t), \quad \kappa_0^2(t) = c_*^*(t), \quad \kappa_i^1(x, t) = - \sum_{m=0}^{i-1} a_m^*(x, t)(q_{i-mr}(x, R, t) + \\
 &+ F_{i-mr}(x, R, t)), \quad \kappa_i^2(t) = - \sum_{m=0}^{i-1} a_m(t)(c_{i-mx}(0, t) + \Pi_{i-mx}(0, t)) \quad \text{при } i = \overline{1, n}.
 \end{aligned}$$

Поправки $\Pi_p(\xi, t)$ ($p = \overline{0, n+1}$) та $F_{\frac{j}{2}}(x, \rho, t)$ ($j = \overline{0, 2n+2}$) знаходяться в результаті розв'язання таких задач:

$$\begin{cases} a_0(t) \Pi_{p\xi\xi}(\xi, t) + \nu(l) \Pi_{p\xi}(\xi, t) = \mu_p(\xi, t), \\ \Pi_{p\xi}(0, t) = \nu_p(t), \quad \Pi_{p\xi}(\xi, t) \Big|_{\xi \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \end{cases}$$

де $\mu_0(t, \xi) = 0$, $\nu_0(t) = -c_{0\xi}(l, t)$, при $p = \overline{1, n}$,

$$\begin{aligned}
 \mu_p(\xi, t) &= \\
 &= \sigma_1 \Pi_{p-1t}(\xi, t) - \sum_{m=1}^p a_m(t) \Pi_{(p-m)\xi\xi}(\xi, t) + \sum_{m=1}^p \frac{(-1)^{m+1} \nu^{(m)}(l)}{m!} \xi^m \Pi_{(p-m)\xi}(\xi, t),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \nu_p(t) &= -c_{p\xi}(l, t), \quad \mu_{n+1}(\xi, t) = \sigma_1 \Pi_{nt}(\xi, t) - \sum_{m=1}^{n+1} a_m(t) \Pi_{(n+1-m)\xi\xi}(\xi, t) + \\
 &+ \sum_{m=1}^{n+1} \frac{(-1)^{m+1} \nu^{(m)}(l)}{m!} \xi^m \Pi_{(n+1-m)\xi}(\xi, t) - D_*^* F_{nr}(x, 0, t), \quad \nu_{n+1}(t) = 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a_0^*(x, t) F_{\frac{j}{2}\rho\rho}(x, \rho, t) - \sigma_2 F_{\frac{j}{2}t}(x, \rho, t) = \gamma_{\frac{j}{2}}(x, \rho, t), \\ F_{\frac{j}{2}}(x, \rho, 0) = 0, \quad F_{\frac{j}{2}}(x, 0, t) = \lambda_{\frac{j}{2}}(x, t), \quad F_{\frac{j}{2}}(x, \rho, t) \Big|_{\rho \rightarrow \infty} = 0, \end{cases}$$

$$\gamma_0(x, \rho, t) = 0, \quad \lambda_0(x, t) = k(c_0(x, t) + \Pi_0(x, t)),$$

$$\gamma_{\frac{j}{2}}(x, \rho, t) = \begin{cases} \frac{2}{\rho} \sum_{m=0}^{\frac{j-1}{2}} a_m^* F_{j-2m-1} (x, \rho, t) - \sum_{m=0}^{\frac{j-1}{2}} a_m^* F_{\frac{j}{2}-m} \rho (x, \rho, t), & \text{при } j \text{ парне,} \\ \frac{2}{\rho} \sum_{m=0}^{\frac{j-1}{2}} a_m^* F_{j-2m-1} (x, \rho, t) - \sum_{m=0}^{\frac{j-1}{2}} a_m^* F_{\frac{j}{2}-m} \rho (x, \rho, t), & \text{при } j \text{ непарне,} \end{cases}$$

$$\lambda_{\frac{j}{2}}(x, t) = \begin{cases} k(c_{\frac{j}{2}}(x, t) + \Pi_{\frac{j}{2}}(x, t)), & \text{при } j \text{ парне,} \\ 0, & \text{при } j \text{ непарне,} \end{cases}$$

$$\gamma_{n+1}(x, \rho, t) = -\frac{2}{\rho} F_{n+\frac{1}{2}}(x, \rho, t), \quad \lambda_{n+1}(x, t) = k\Pi_{n+1}(x, t).$$

Так, наприклад, при $n = 1$ отримуємо:

$$q_0(x, r, t) = q_0^0(x, r), \quad c_0(x, t) = \begin{cases} c_* (\sigma_1 (\frac{t}{\sigma_1} - f(x))), & t \geq \sigma_1 f(x), \\ c_0^0 (f^{-1}(f(x) - \frac{t}{\sigma_1})), & t < \sigma_1 f(x), \end{cases}$$

де $f(x) = \int_0^x \frac{d\tilde{x}}{v(\tilde{x})}$ [3].

$$a_0(t) = \frac{c_*^*(t)}{c_{0,x}(0, t)}, \quad a_0^*(x, t) = \frac{q_*^*(x, t)}{q_{0,r}(x, R, t)},$$

$$\Pi_0(\xi, t) = a_0(t) c_{0,\xi}(l, t) v^{-1}(l) e^{-\frac{v(l)}{a_0(t)} \xi},$$

$$q_1(x, r, t) = \frac{1}{\sigma_2} \int_0^t a^*(x, \tilde{t}) (q_{0,rr}(x, r, \tilde{t}) + \frac{2}{r} q_{0,r}(x, r, \tilde{t})) d\tilde{t},$$

$$c_1(x, t) = \begin{cases} \int_0^{\frac{t}{\sigma_1}} \frac{u_1(\tilde{x}, \sigma_1(\frac{t}{\sigma_1} - f(x) + f(\tilde{x})))}{v(\tilde{x})} d\tilde{x}, & t \geq \sigma_1 f(x), \\ \frac{1}{\sigma_1} \int_0^t u_1(f^{-1}(\frac{\tilde{t}}{\sigma_1} - \frac{t}{\sigma_1} + f(x)), \tilde{t}) d\tilde{t}, & t < \sigma_1 f(x), \end{cases}$$

$$a_1(t) = -\frac{a_0(t) c_{1,x}(0, t)}{c_{0,x}(0, t)}, \quad a_1^*(x, t) = -\frac{a_0^*(x, t) q_{1,r}(x, R, t)}{q_{0,r}(x, R, t)},$$

$$\Pi_1(\xi, t) = \alpha_1(t) e^{-\frac{v(l)}{a_0(t)} \xi} + \alpha_2(t) \xi e^{-\frac{v(l)}{a_0(t)} \xi} + \alpha_3(t) \xi^2 e^{-\frac{v(l)}{a_0(t)} \xi},$$

де

$$\begin{aligned} \alpha_1(t) &= -c_{1\xi}(l, t) - \frac{1}{v(l)} \left(\frac{\sigma_1 a_{0l}(t) a_0(t)}{v^2(l)} - \frac{\sigma_1 a_{0l}(t)}{a_0(t)} + \frac{a_0^2(t) v'(l)}{v^2(l)} - \right. \\ &\quad \left. - a_1(t) c_{0\xi}(l, t) - \frac{\sigma_1 a_0^2(t)}{v^3(l)} c_{0\xi t}(l, t) \right), \\ \alpha_2(t) &= \left(\frac{a_0(t) v'(l)}{v^2(l)} - \frac{\sigma_1 a_{0l}(t)}{v^2(l)} + \frac{\sigma_1 a_{0l}(t)}{a_0^2(t)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{a_1(t)}{a_0(t)} c_{0\xi}(l, t) - \frac{\sigma_1 a_0(t)}{v^2(l)} c_{0\xi t}(l, t) \right), \quad \alpha_3(t) = \frac{v'(l)}{2v(l)} c_{0\xi}(l, t). \end{aligned}$$

Легко бачити, що $\Pi_2(\xi, t) = \sum_{\beta=0}^{\alpha+1} \alpha_{\alpha\beta}(t) \xi^\beta e^{-\frac{v(l)}{a_0(t)} \xi}$, $\alpha = \overline{1, n+1}$, де

всі $\alpha_{\alpha\beta}$ визначаються через $\alpha_{\alpha h}$ ($h < \beta$) та граничні умови.

Поправки $F_{\frac{j}{2}}(x, \rho, t)$ ($j = \overline{0, 4}$) шукаємо числовими методами використовуючи неявну різницеву схему [9].

Для оцінки залишкових членів маємо задачу:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_1 R_n^1 &= \varepsilon \left(\sum_{i=1}^n \varepsilon^n a_n(t) + R_n^3 \right) R_{nxx}^1 - v(x) R_{nx}^1 + \varepsilon^{n+1} \varpi_n^1(x, t, \varepsilon), \\ \sigma_2 R_n^2 &= \varepsilon \left(\sum_{i=1}^n \varepsilon^n a_n^*(x, t) + R_n^4 \right) \left(R_{nrr}^2 + \frac{2}{r} R_{nr}^2 \right) + \varepsilon^{n+1} \varpi_n^2(x, r, t, \varepsilon), \\ R_n^3 &= \varepsilon^{n+1} \varpi_n^3(t, \varepsilon), \quad R_n^4 = \varepsilon^{n+1} \varpi_n^4(x, t, \varepsilon), \\ R_n^1 \Big|_{t=0} &= 0, \quad R_n^1 \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial R_n^1}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad R_n^2 \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial R_n^2}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad R_n^2 \Big|_{r=R} = k R_n^1, \end{aligned} \right.$$

де $\varpi_n^s(\bullet)$ — відомі функції, які є сумою добутків уже відомих членів рядів (7)—(10), а також коефіцієнтів при ε розкладі функції $v(l - \varepsilon \xi)$ в ряд Тейлора в околі $x = l$. Вимагаючи достатньої гладкості та узгодженості початкових і граничних умов [3], на основі принципу типу максимуму для рівнянь в частинних похідних приходимо до справедливості такого твердження:

$$\begin{aligned} R_n^1(x, t, \varepsilon) &= O(\varepsilon^{n+1}), \quad R_n^2(x, r, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{n+1}), \\ R_n^3(t, \varepsilon) &= O(\varepsilon^{n+1}), \quad R_n^4(x, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{n+1}). \end{aligned}$$

Числові розрахунки. Наведемо результати комп'ютерного експерименту при $n=1$, $l=1$, $N=70$, $R=10^{-5}$, $M=40$, $T=2$, $K=100$, $\varepsilon=10^{-10}$, $D_*^*=0.3$, $\sigma_1=0.7$, $\sigma_2=0.8$, $v(x)=1$, $k=0.5$,

$$c_0^0(x) = 0.005 \cos(\pi x + \pi) + 0.015, \quad q_0^0(x, r) = 5R \cos\left(\frac{\pi r}{R} + \pi\right) + 7R,$$

$$c_*(t) = 0.005 \cos(2t + \pi) + 0.015, \quad c_*^*(t) = 0.5c'(t) e^{t \sin \frac{c'(t)}{2}},$$

$$q_*^*(x, t) = 0.01(t+1) e^{(x^2+2t)}.$$

На рис. 2 зображено розподіл концентрації забруднюючої речовини в мікропорі з координатою $x = 0.29$ в моменти часу $t = 0.2$, $t = 0.6$, $t = 1$, $t = 1.4$, $t = 1.8$ (криві 1—5 відповідно).

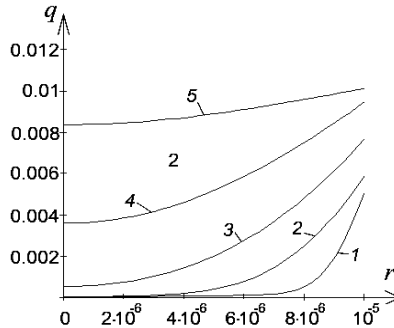


Рис. 2. Розподіл концентрації забруднюючої речовини в мікропорі з координатою $x = 0.29$

На рис. 3 зображено розподіл концентрації забруднюючої речовини в міжчастинковому просторі в початковий момент часу (крива 1) та в моменти часу $t = 0.2$, $t = 0.6$, $t = 1$, $t = 1.4$ (криві 2—5 відповідно).

Значення коефіцієнтів дифузії в макро- та мікросередовищах зображено на рис.4. Так, на рис. 4.а) наведено графік $a_0(t)$, а на рис. 4.б) — графік $a_0^*(x, t)$ в мікропорах з координатами $x = 0$, $x = 0.57$, $x = 0.86$, $x = 1$ (криві 1—4 відповідно).

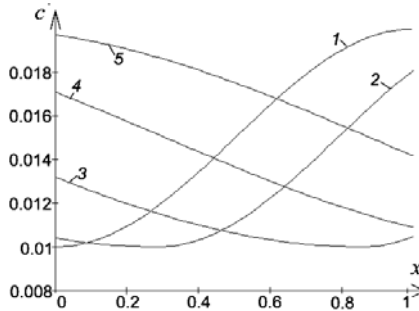


Рис. 3. Розподіл концентрації забруднюючої речовини в міжчастинковому просторі

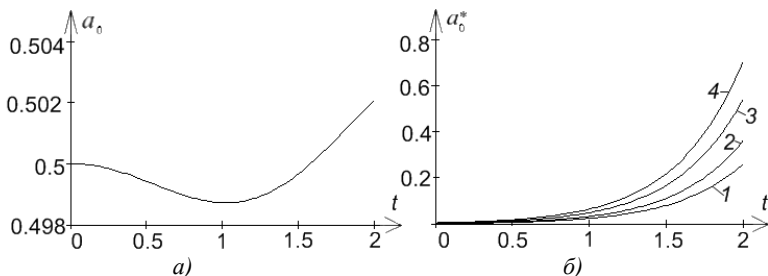


Рис. 4. Графік коефіцієнта дифузії макро- (а) та мікросередовища (б)

Висновок. Адаптовано асимптотичний метод розв'язання сингулярно збурених крайових задач конвективної дифузії до такого роду обернених задач в двопористому середовищі з невідомими коефіцієнтами дифузії. Розгляд таких обернених задач є корисним в урахуванням того, що на основі їхніх розв'язків ми можемо прогнозувати поширення забруднень в різних екосистемах без проведення реальних експериментів, які можуть бути шкідливими або дуже тривалими у часі. Результати числових експериментів підтверджують відносно значний вплив процесів масопереносу на внутрішньочастинковому рівні на розподіл концентрації у міжчастинковому просторі, що дає змогу говорити про використання таких середовищ в якості фільтрів. Розроблений вище підхід можна використати при розв'язанні відповідних плоских та просторових задач. В перспективі дослідження такого роду процесів у випадку, коли коефіцієнти дифузії макро- та мікросередовищ залежать від фізичних координат, а також при наявності невідомих джерел забруднення.

Список використаних джерел:

1. Булавацький В. М. Некласичні математичні моделі процесів тепло- та масопереносу / В. М. Булавацький, Ю. Г. Кривонос, В. В. Скопецький. — К. : Наук. думка, 2005. — 282 с.
2. Бомба А. Я. Об асимптотическом методе приближенного решения одной задачи массопереноса при фильтрации в пористой среде / А. Я. Бомба // Укр. матем. журн. — 1982. — Т. 4, № 4. — С. 493–496.
3. Бомба А. Я. Нелінійні сингулярно-збурені задачі типу «конвекція-дифузія» / А. Я. Бомба, С. В. Барановський, І. М. Присяжнюк. — Рівне : НУВГП, 2008. — 254 с.
4. Власюк А. П. Чисельне моделювання процесу переносу сольових розчинів в основах гідротехнічних об'єктів / А. П. Власюк, В. О. Самсонюк, П. М. Зінько // Вісник «Кібернетика». — 2002. — Вип. 3. — С. 30–34.
5. Burak Ya. Problems of mechanothermodiffusive processes modelling and optimization in manyphases continuum systems / Ya. Burak, Ye. Chaplia, O. Chernukha // In mat.: II Szkoła Geomechaniki (miedz. konf.). — Gliwice : Polit. Slaska, 1995. — P. 343–351.
6. Петрик М. Р. Моделирование и анализ концентрационных полей нелинейной конкурентивной двухкомпонентной диффузии в среде нанопори-

- стх частий / М. Р. Петрик, Ж. Фрессард, Д. М. Михалик // Проблемы управления и информатики. — 2009. — № 4. — С. 73–83.
7. Присяжнюк І. М. Математичне моделювання сингулярно-збурених процесів конвективної дифузії за умов неповних даних при наявності невідомих джерел забруднення / І. М. Присяжнюк, О. Я. Трохимчук, О. А. Яцук // Волинський математичний вісник. Серія «прикладна математика». — 2008. — Вип. 5(14). — С. 210–229.
 8. Сергиенко И. В. Идентификация градиентными методами параметров задач диффузии вещества в нанопористой среде / И. В. Сергиенко, В. С. Дейнека // Пробл. управления и информатики. — 2010. — № 6. — С. 5–18.
 9. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — М. : Бинوم. Лаборатория знаний, 2003. — 632 с.

A mathematical model singularly perturbed convection diffusion process in two-porous environments with unknown time-dependent diffusion coefficients is formed. The case of predominance of convective component of the process above of the mass transfer and diffusion its constituents is considered. The asymptotic method for solving the corresponding inverse singularly-perturbed problems is developed. Based on the asymptotic approximation for the solution the working formulas for finding of their components are proposed. Results of computer calculations are presented, their analysis are performed.

Key words: *singularly perturbed problem, asymptotic method, mass transfer, inverse problem, different-porous environments.*

Отримано: 24.10.2012