

7. Корнеев О. М. Програмный комплекс для розв'язування інтегро-диференціальних рівнянь / О. М. Корнеев, В. А. Федорчук // Наук. пр. Кам'янець-Подільського нац. ун-т імені Івана Огієнка. — Кам'янець-Подільський : К-ПНУ, 2011. — С. 94–102.
8. Эшматов Х. Интегральный метод математического моделирования задач динамики вязкоупругих систем : автореферат дисс. ... док. тех. наук / Х. Эшматов. — К., 1991.
9. Eshmatov B. Kh. Nonlinear vibrations and dynamic stability of viscoelastic orthotropic rectangular plate / B. Kh. Eshmatov // Journal of Sound and Vibration. — 2007. — Vol.300. — P. 709–726.

On the basis of the Kirchhoff-Love in a geometrically nonlinear formulation The mathematical model of the processes of deformation of viscoelastic analysis of orthotropic rectangular plates with variable stiffness. The model builds on the problem of propagation of elastic waves. With the help of the Bubnov-Galerkin method based on polynomial approximation of the deflection and displacement, the problem is reduced to solving nonlinear integral-differential equations with variable coefficients. Examines the impact of the viscoelastic properties of the material and thickness variation of the plate.

**Key words:** *theory of Kirchhoff-Love, a mathematical model, discrete model, viscoelasticity, relaxation kernel, integral-differential equation of the Bubnov-Galerkin method.*

Отримано: 13.09.2012

УДК 681.3.057:518.12:621.314.6:537:312.62

**А. А. Верлань**, канд. техн. наук

Национальный технический университет Украины «КПИ», г. Киев

### **СПОСОБЫ ЛОКАЛИЗАЦИИ И ИДЕНТИФИКАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИКИ**

Рассмотрена задача локализации структурных неисправностей, которые изменяют функционирование одного из звеньев электрического устройства с ограниченным доступом. Показано, что сочетание методов локализации неисправностей и параметрической идентификации позволяют с приемлемой глубиной диагностирования определить место неисправности и оценить значение параметра неисправного элемента.

**Ключевые слова:** *электрические устройства, диагностика, параметрическая идентификация.*

**Введение.** Обычно при решении задачи диагностирования с ограниченным доступом к внутренним точкам объекта рассматриваются параметрические неисправности [1—3]. Однако, в реальных объ-

ектах диагностирования широкий класс неисправностей приводит к изменению не только параметров, но и структуры, типа и порядка системы или ее отдельных частей (устройств, подсхем, подсистем).

В данной статье рассмотрена задача локализации структурных неисправностей, изменяющих функционирование одной из подсистем управляемых систем с ограниченным доступом.

Для оценки параметров функционально-непрерывного элемента при параметрических неисправностях целесообразно использовать методы идентификации, которые в настоящее время достаточно глубоко разработаны [4—6].

В процессе моделирования реальные элементы и устройства отображаются электрическими цепями с идеальными компонентами. Таким образом, рассмотрим вопросы локализации неисправностей в электрических цепях [7].

Выделим в линейной электрической цепи ветвь  $S_i$ , имеющую  $n_i$  внешних узлов. Неисправности в ветви  $S_i$  могут быть достаточно произвольными. Полагаем, что в неисправной цепи измеряются напряжения  $\tilde{V}^r$  в  $r$  узлах. Необходимо, располагая узловыми напряжениями  $\tilde{V}^r$  и описанием исправной цепи, определить неисправную ветвь. Влияние неисправностей на ветвь можно отразить подключением между узлами ветви и нулевым узлом источников токов неисправностей  $\Delta I_i$ .

При описании цепи в базисе узловых напряжений ветвь  $S_i$  удобно рассматривать как сечение цепи. Для уменьшения размерности модели цепи, используемой при диагностировании, удалим ветвь и заменим ее эквивалентными источниками тока  $I_i = (I_{i,1}, \dots, I_{i,n_i})$ .

Описание цепи, полученной при замене ветви  $S_i$  источниками тока, имеет вид

$$GV = G(V^* + \Delta V) = I + \begin{bmatrix} J_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $G$  — матрица узловых проводимостей преобразованной цепи размерности  $n \times n$ ,  $V^*$  — вектор узловых напряжений цепи при исправной ветви  $S_i$ ,  $I$  вектор независимых источников тока.

Для линейных цепей можно записать

$$G\Delta V = \begin{bmatrix} \Delta J_i \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Для уменьшения размерности обращаемых при анализе схемы матриц, полагая, что  $r \geq n$ , после перестановки членов представим (2) в виде:

$$\begin{bmatrix} G_{r,r} & G_{r,n-r} \\ G_{n-r,r} & G_{n-r,n-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V^r \\ \Delta V^{n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta J_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $G_{r,r}$  — матрица размерности  $r \times r$ ,  $\Delta V^r$  — вектор размерности  $r$ .

Исключая напряжения  $\Delta V^{n-r}$ , не доступные для измерения, из (3), получим

$$\Delta V^r = (G_{r,r} - G_{r,n-r} G_{n-r,n-r}^{-1} G_{n-r,r})^{-1} \times \begin{bmatrix} \Delta J_i \\ 0 \end{bmatrix} = Z_{r,r} \begin{bmatrix} \Delta J_i \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Удалив в  $Z_{r,r}$  столбцы, соответствующие нулевым компонентам вектора  $(\Delta J_i, 0)^T$ , получим  $\Delta V^r = Z_{r,n_i} \Delta J_i$ .

Поскольку ветвь  $S_i$ , представляет собой сечение схемы, то  $\Delta J_{i,1} + \dots + \Delta J_{i,n_i} = 0$ , т.е. один из токов  $\Delta J_{i,k}, k = \overline{1, n_i}$ , следовательно, и один из столбцов матрицы  $Z_{r,n_i}$  линейно зависим от других. Исключить линейно зависимый столбец можно, прибавив один из столбцов матрицы  $Z_{r,n_i-k}$  к другим столбцам. В результате имеем

$$\Delta V^r = Z_{r,n_i-1} \Delta J_i, \quad \Delta J_i = (\Delta J_{i,1}, \dots, \Delta J_{i,n_i-1})^T. \quad (4)$$

Определение неисправной ветви осуществляется последовательной проверкой гипотез  $H_i, i = \overline{1, N}$ , каждая из которых есть предположение о неисправности соответствующей ветви. Гипотеза принимается, если диагностическое уравнение (4) совместно.

Чтобы использовать данный метод к нелинейным электрическим цепям, необходимо первоначально осуществить его анализ.

Рассмотрим анализ нелинейных электрических цепей по постоянному току.

Как известно, нелинейные электрические цепи описываются системой нелинейных уравнений вида:

$$I(V, \Phi) = 0, \quad (5)$$

где  $V$  — вектор узловых напряжений цепи, а  $\Phi$  — вектор параметров элементов цепи.

Рассмотрим подход к решению уравнений (5), т.е. исключение из системы уравнений напряжения внутренних (недоступных) узлов.

Систему уравнений (5) можно представить в виде:

$$I(V, \Phi) = A I_b (A^T V + E) - A J, \quad (6)$$

где  $I_b$  — вектор токов через двухполюсные элементы,  $A$  — матрица инцидентий,  $J$  и  $E$  — векторы управляемых источников тока и напряжения.

Итерационный метод Ньютона для решения системы нелинейных уравнений (5) запишем в виде:

$$V^{k+1} = V^k - \left[ \frac{\partial I(V^k, \Phi)}{\partial V} \right]^{-1} I(V^k, \Phi). \quad (7)$$

Учитывая выражение (6), матрица Якоби от  $I(V, \Phi)$  имеет вид:

$$\frac{\partial I(V^k, \Phi)}{\partial \Phi} = A \frac{\partial I_b(A^T V + E)}{\partial V} A^T. \quad (8)$$

Учитывая последнее выражение, формулу (7) записываем как:

$$V^{k+1} = V^k - \left[ \frac{A \partial I_b(A^T V^k + E) A^T}{\partial V} \right]^{-1} [A I_b(A^T V^k + E) - A J]. \quad (9)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} U_Q^k &= A^T V^k + E, \\ I_Q^k &= I_b(A^T V^k + E) = I_b(U_Q^k), \\ Y_Q^k &= \frac{\partial I_b(A^T V^k + E)}{\partial V} = \frac{\partial I_b(U_Q^k)}{\partial V}. \end{aligned}$$

Величины  $U_Q^k, I_Q^k, Y_Q^k$  имеют простую схемную интерпретацию:  $U_Q^k$  — вектор напряжения двухполюсников элементов на  $k$ -й итерации;  $I_Q^k$  — вектор токов элементов цепи на  $k$ -й итерации;  $Y_Q^k$  — матрица дифференциальных проводимостей ветвей на  $k$ -й итерации. Отметим, что если схема не содержит управляемых источников напряжения или тока, то матрица  $Y_Q^k$  всегда диагональная.

С другой стороны,  $j$ -я компонента векторов  $U_{Qj}^k, I_{Qj}^k$  может рассматриваться как рабочая точка для  $j$ -го элемента цепи на  $k$ -й итерации, а  $Y_{Qj}^k$  — как дифференциальная проводимость  $j$ -го элемента в этой точке. Подставим  $U_Q^k, I_Q^k, Y_Q^k$  в (9), получим

$$V^{k+1} = V^k - [A Y_Q^k A^T]^{-1} [A I_Q^k - A J]. \quad (10)$$

Уравнение (10) может быть переписано в виде:

$$\left[ AY_Q^k A^T \right] V^{k+1} = A \left[ J - I_Q^k + Y_Q^k (U_Q^k - E) \right]. \quad (11)$$

Если ввести обозначение

$$J^k = J - I_Q^k + Y_Q^k U_Q^k,$$

то уравнение (11) примет вид:

$$\left[ AY_Q^k A^T \right] V^{k+1} = A \left[ J^k - Y_Q^k E \right]. \quad (12)$$

Уравнение (12) является уравнением итерационного метода Ньютона. Сравнивая это выражение с (5), видим, что они идентичны. Здесь матрица проводимостей ветвей  $Y_b$  заменена матрицей дифференциальных проводимостей ветвей  $Y_q^k$ , а вектор внешних воздействий  $J$  — вектором источников тока  $J^k$  на  $k$ -й итерации. Если схема содержит только резисторы и независимые источники, то такая замена эквивалентна замене нелинейного сопротивления  $R_j$  (рис. 1 а) на дискретную модель сопротивления, показанную на рис. 1 б.

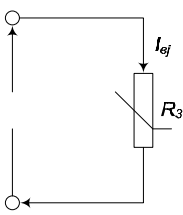


Рис. 1 а

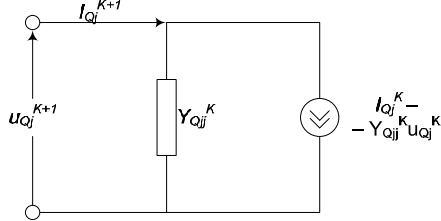


Рис. 1 б.

Преимущество такого подхода перед методом составления уравнений (5) состоит в том, что любая существующая программа анализа линейных схем может быть легко преобразована в программу анализа нелинейных схем.

На каждом из итерационных шагов в уравнениях (12) исключаем напряжения внутренних узлов  $V_{n-r}$ . Для этого разбиваем матрицу  $A$  на блоки, соответствующие доступным и частично доступным узлам  $A_u$  с одной стороны и внутренним узлам  $A_H$  с другой стороны.

$$A = \begin{bmatrix} A_u \\ A_H \end{bmatrix}.$$

Тогда матрицу  $AY_Q^k A^T$  можно представить в блочном виде

$$\begin{bmatrix} A_u \\ A_H \end{bmatrix} Y_Q^k \begin{bmatrix} A_u & A_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{r,r} & Y_{r,n-r} \\ Y_{n-r,r} & Y_{n-r,n-r} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

вектор  $A(J^k - Y_Q^k E)$  в виде

$$A(J^k - Y_Q^k E) = \begin{bmatrix} I_u^k \\ I_H^k \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где  $I_u^k, I_H^k$  — соответственно векторы узловых токов доступных, частично доступных и внутренних узлов на  $k$ -й итерации.

Учитывая выражения (13), (14), запишем (12) в виде:

$$\begin{bmatrix} Y_{r,r}^k & Y_{r,n-r}^k \\ Y_{n-r,r}^k & Y_{n-r,n-r}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r^{k+1} \\ V_{n-r}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r^k \\ I_{n-r}^k \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Исключая из последнего выражения  $V_{n-r}^{k+1}$ , получаем выражение для узловых напряжений доступных и частично доступных узлов через параметры элементов цепи на  $(k+1)$ -й итерации.

$$V_r^{k+1} = \left[ Y_{r,r}^k - Y_{r,n-r}^k (Y_{n-r,n-r}^k)^{-1} Y_{n-r,r}^k \right]^{-1} \left[ I_r^k - Y_{r,n-r}^k (Y_{n-r,n-r}^k)^{-1} I_{n-r}^k \right]. \quad (16)$$

Итерационный процесс (16) оканчивается при выполнении условий:

$$\begin{bmatrix} I_r^{k+1} \\ I_{n-r}^{k+1} \end{bmatrix} < \varepsilon_1, \quad \left[ \frac{V_r^{k+1} - V_r^k}{V_r^{k+1}} \right] < \varepsilon_2. \quad (17)$$

Первое из условий определяет невязку вектора узловых токов, а второе определяет изменение вектора узловых напряжений на двух соседних итерациях.

Величина  $V_{n-r}$  определяется выражением:

$$V_{n-r}^k = (Y_{n-r,n-r}^k)^{-1} [I_{n-r}^k - Y_{n-r,r}^k V_r^{k+1}], \quad (18)$$

а величины  $I_r^{k+1}$  и  $I_{n-r}^{k+1}$  — подстановкой  $V_r^{k+1}, V_{n-r}^{k+1}$  в выражение  $A(J^k - Y_Q^k E)$ .

Далее достоверность гипотезы  $H_i$  устанавливается аналогично линейной постановке задачи.

Параметрическая идентификация для локализованной неисправной части объекта диагностирования использует подход, основанный на таких методах идентификации, при которых измерения используются для идентификации значений всех параметров локализованной части схемы. Предполагается, что номинальные значения параметров известны.

Методы параметрической идентификации отличаются по тому, линейны или нелинейны диагностические уравнения. Нелинейные диагностические уравнения обычно позволяют получать локальные единственные решения, а линейные диагностические уравнения, как правило, определяют глобально единственное решение.

Рассмотрим линейные методы поэлементного разрешения при использовании нескольких возбуждающих сигналов. В основе этого подхода лежит предположение о том, что все узлы схемы доступны.

Пусть  $Q$  — матрица инцидентности цепи. Тогда уравнения в узлах записываются в виде

$$QV_b Y_b = I_n, \quad (19)$$

где  $V_b = \text{diag}\{V_1^b, V_2^b, \dots, V_{n_b}^b\}$ ,  $V_b$  — вектор напряжений в ветвях  $n_b$ ,

$Y_b = [Y_1, \dots, Y_{n_b}]^T$  — узловые проводимости и  $I_n$  — вектор, представляющий источники тока в узлах схемы.

Для нескольких возбуждающих сигналов  $I_j^n, j = \overline{1, k}$  имеем

$$\begin{bmatrix} QV_{b1} \\ \cdot \\ \cdot \\ QV_{bk} \end{bmatrix} \cdot Y_b = \begin{bmatrix} I_1^n \\ \cdot \\ \cdot \\ I_k^n \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Из уравнения (20) определяем  $Y_b$ .

Рассмотрим нелинейные методы поэлементного разрешения. Пусть нелинейная цепь описывается следующей моделью “вход-выход”

$$V^r = h(I^r, \Phi), \quad (21)$$

где  $\Phi$  — параметры цепи.

Для нелинейных цепей любое изменение входных сигналов  $I^r$  будет порождать новое множество выходных сигналов  $V^r$ , которое в общем случае не зависит от значений выходных сигналов до изменения. Поэтому, для нелинейных цепей вместо определения поэлементной разрешимости используют понятие локальной диагностируемости. Для того, чтобы охарактеризовать локальную диагностируемость цепи, вводится тестовая матрица, которая зависит только от параметров элементов схемы.

$$R(\Phi) = \sum_{i=1}^{n_\Phi} \left[ \frac{\partial I_i(\Phi)}{\partial \Phi} \right] \left[ \frac{\partial I_i(\Phi)}{\partial \Phi} \right]^T. \quad (22)$$

Локальная диагностируемость цепи определяется по рангу матрицы (22). Если  $\text{rang } R(\Phi) = n(\Phi)$ , то цепь является локально диагностируемой и любые  $n_\Phi$  случайно выбранных входов можно использовать для (локально) однозначного разрешения уравнений относительно параметров элементов цепи.

С использованием алгоритма Ньютона-Рафсона относительно значений параметров  $\Phi$  решается следующая система уравнений:

$$h(I_i^r, \Phi) - V_i^r = 0, \quad i = \overline{1, n_\Phi}, \quad (23)$$

где  $n_\Phi$  — число параметров.

Алгоритм останавливается тогда, когда ранг  $R(\Phi) = n_\Phi$ .

**Заключение.** Для локализованной неисправной части объекта диагностирования предложено использовать методы параметрической идентификации, которые позволяют установить не только место неисправности, но и значения неисправных элементов. Сочетание методов локализации неисправностей и параметрической идентификации позволяют с приемлемой глубиной диагностирования определить место неисправности и оценить значение параметра неисправного элемента.

### Список использованной литературы:

1. Бэндлер Д. У. Диагностика неисправностей в аналоговых цепях / Д. У. Бэндлер, А. Э. Салама ; пер. с англ. // ТИИЭР. — 1985. — Т. 73, №8. — С. 35–87, 104.
2. Кулик А. С. Построение диагностических моделей при разработке диагностического обеспечения динамических систем / А. С. Кулик, И. Б. Сиродка, А. Н. Шевченко. — Харьков, 1989. — 56 с. — Препринт / ИПМаш АН УССР. — №302).
3. Huang Z. F. Node-fault diagnosis and a design of testability / Z. F. Huang, C.-S. Lin, R.-W. Lin // IEEE Trans. Circuits Syst. — 1983. — Vol. 30, №5. — P. 257–265.
4. Frank P.M. Fault diagnosis in dynamic system using analytical and knowledge – based redundancy – A Survey some new results / P. M. Frank // Automatica. — 1990. — Vol. 26, №3. — P. 459–474.
5. Игнатченко А. А. Автоматизация процессов диагностирования модулей РЭА / А. А. Игнатченко, С. Б. Кашкинбаев, А.В. Латышев // Тез. докл. научно-техн. конф. "Диагностическое обеспечение РЭА на этапах проектирования и производства". — Ленинград, 1990. — С. 115–116.
6. Демирчян К. С. Решение задачи диагностики электрических цепей методами анализа / К. С. Демирчян, П. А. Бутырин // Труды Моск. энергетич. ин-та. — 1983. — Вып.618. — С. 3–6.
7. Верлань А. А. Анализ диагностируемости объектов с перестраиваемой структурой / А. А. Верлань // Моделювання та інформаційні технології. Зб. наук. праць ІПМЕ НАНУ. — 2008. — Вип. 45. — С. 3–9.

The problem of localization of structural defects that alter the functioning of one of the parts of an electrical device with limited access. It is shown that a combination of the faults localization and the parametric identification methods allow with a reasonable diagnostics depth to determine the fault location and assess the value of the faulty element parameter.

**Key words:** *electrical devices, diagnostics, parametric identification.*

Отримано: 17.10.2012