

УДК 519.876.5

Т. В. Громадченко, аспірант,
П. М. Мартинюк, канд. фіз.-мат. наук

Національний університет водного господарства
та природокористування, м. Рівне

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ НА СТІЙКІСТЬ ЗСУВОНЕБЕЗПЕЧНОГО МАСИВУ ҐРУНТУ

Розглянуто нелінійну задачу насичення ґрунтового масиву вологою в результаті інтенсивних опадів. Побудовано її математичну модель. Досліджено стійкість вказаного масиву ґрунту методом круглоциліндричних поверхонь ковзання. Наведено результати чисельних експериментів та їх аналіз.

Ключові слова: *зсуви, математичне моделювання, вологоперенесення, ґрунтове середовище, стійкість укосів.*

Вступ. Зсув — це зміщення гірських порід, земляних мас вниз по схилу під дією власної ваги, поверхневих та підземних вод, а також у зв'язку з атмосферним та сейсмічним впливом. Практичне значення прогнозу швидкостей зсувних зміщень особливо важливе тому, що протизсувні заходи при сучасному стані техніки коштують дорого і їх застосування економічно виправдане не всюди. Міри ж по попередженню зсувів часто більш прості і рентабельні, ніж міри по закріпленню зсувів, які вже виникли і систематично зміщуються.

Зсуви ґрунтів становлять не лише економічну та екологічну загрозу, але і загрозу для життя людей. Найбільша їх небезпека — в швидкоплинності зсувного процесу. Тому на перший план виходить завдання їх завчасного прогнозування та передбачення стійкості зсувонебезпечних ділянок. Одним із методів дослідження таких задач є математичне моделювання.

У роботі [1] наведено класифікацію зсувів за їх механізмом. Зокрема, автор виділяє: 1) зсуви ковзання; 2) зсуви видавлювання; 3) в'язкопластичні зсуви; 4) зсуви гідродинамічного руйнування; 5) зсуви миттєвого розрідження; 6) зсуви комбінованого механізму.

Вивченню зсувних процесів з точки зору фізики та механіки їх виникнення і протікання присвячено роботу [2]. Математичним моделюванням зсувів займалися В. В. Скопечський, Ю. Г. Кривоніс, М. Е. Егліт, С. С. Григорян та інші [3—5].

Постановка задачі. Задачі аналізу стійкості виникають при будівництві промислових, цивільних, водогосподарських та гідротехнічних об'єктів на схилах та укосах. Необхідно завчасно перевіряти

стійкість масиву ґрунту, щоб забезпечити нормальні умови будівництва та уникнути значних матеріальних збитків.

Загалом для визначення стійкості ґрунтового зсувонебезпечного масиву потрібно розв'язати кілька задач. По-перше, визначити його напружено-деформівний стан (НДС). По-друге, прийнявши за гіпотезу певну умову руйнування, власне і визначити можливу поверхню руйнування. Задача визначення НДС є складною [6; 7]. До того ж її математична модель включає рівняння реологічного стану ґрунтового середовища, які також є гіпотезою і узагальненням експериментальних досліджень [8—10]. Одним із факторів порушення стійкості ґрунтового масиву є зміна його вологості. Це є наслідком зміни міцнісних характеристик ґрунту — кута внутрішнього тертя та зчеплення [11, с. 60]. Тому в даній статті зроблена спроба розрахунку стійкості укосу на основі математичного моделювання задачі насиченості ґрунтового середовища без обрахунку напружено-деформівного стану інженерним методом круглоциліндричних поверхонь ковзання. Це на порядок зменшує витрати машинного часу при проведенні обрахунків.

Існує досить багато інженерних методів для перевірки на стійкість ґрунтового масиву [12, с. 280—294]. Кожен з них має свої особливості та умови застосування. Серед найбільш вживаних виділяють методи Шахунянца, Можевігінова, Крея, Маслова-Беррера тощо, а серед поверхонь ковзання найчастіше вибирають круглоциліндричні. При розрахунку методом круглоциліндричних поверхонь ковзання припускається, що втрата стійкості відбувається в результаті обертання ґрунтового масиву відносно деякого центра в точці O . Поверхня ковзання є дугою з відповідним радіусом і центром у вказаній точці.

Математична модель. Математичному моделюванню процесу вологоперенесення в ґрунтових середовищах присвячені роботи [13—15]. Розглянемо двовимірну задачу промочування схилу, який складається з однорідного ізотропного ґрунту, під впливом атмосферних опадів. Зміну вологості у ґрунті опишемо рівняннями Річардса [16, с. 4]. За шукану приймемо функцію насичення пористого середовища. Тоді математичну модель досліджуваного процесу можна описати наступною крайовою задачею:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(s) \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D(s) \frac{\partial s}{\partial z} \right) + \frac{1}{n - \theta_r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} K(s), \quad (1)$$

$$(x, z) \in \Omega, \quad t > 0;$$

$$s(x, z, 0) = 0, \quad (x, z) \in \bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma; \quad (2)$$

$$s(x, z, t) \Big|_{\Gamma_1} = s_1(x, z, t), \quad (x, z) \in \Gamma_1, \quad t > 0; \quad (3)$$

$$\left(\bar{q}_s, \bar{n} \right) \Big|_{\Gamma_2} = Q(x, z, t), \quad (x, z) \in \Gamma_2, \quad t > 0, \quad (4)$$

де $s(x, z, t)$ — функція насиченості, $s = \frac{\theta - \theta_r}{n - \theta_r}$, $0 \leq s \leq 1$; θ — об'ємна вологість; n — пористість ґрунту; θ_r — залишкова вологість у ґрунті; $D(s)$ — нелінійний коефіцієнт дифузії ґрунтової вологи; $K(s)$ — гідравлічна провідність ненасиченого пористого середовища; $\bar{q}_s = -D(s)\nabla s - \frac{k(s)}{n - \theta_r}\nabla z$ — потік ґрунтової вологи; \bar{n} — вектор напрямних косинусів зовнішньої нормалі до межі області; $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ — межа області Ω , причому $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$; $s_1(x, z, t)$, $Q(x, z, t)$ — задані функції.

Для визначення нелінійних функцій $D(s)$ та $K(s)$ використано наступні емпіричні залежності R. H. Brooks та A. T. Corey [16, с. 5]:

$$K(s) = K_F \cdot s^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}}; D(s) = D_0 \cdot s^{2+\frac{1}{\lambda}},$$

де $D_0 = -\frac{K_F \cdot \psi_b}{\lambda(n - \theta_r)}$; K_F — коефіцієнт фільтрації; λ — характеристичний параметр розподілу розміру пор ґрунту; ψ_b — тиск повітря у ґрунті.

Чисельний розв'язок. Для чисельного розв'язання крайової задачі (1)—(4) використаємо безсітковий метод радіальних базисних функцій (РБФ) [17—19]. Для цього покриємо область Ω вузловими точками $X_j = (x_j^{(x)}, z_j^{(x)})$, $j = \overline{1, N}$ та замикання області $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ коллокаційними точками $Y_i = (x_i^{(y)}, z_i^{(y)})$, $i = \overline{1, M}$. Причому, M_{Ω} , M_j — відповідно множини номерів коллокаційних точок, які лежать в області Ω і на відповідних частинах Γ_j , $j = 1, 2$, межі Γ . Вимагаємо виконання умови $M \geq N$. Наближений розв'язок крайової задачі (1)—(4) шукаємо у вигляді

$$s_N(X, t) = \sum_{j=1}^N \alpha_{s_j}(t) \varphi_j(r(X, X_j), \varepsilon_s), \quad (5)$$

де $\alpha_{s_j}(t)$, $j = \overline{1, N}$, — невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу; $X = (x, z)$ — координати змінної точки на площині; $\varphi_j(r(X, X_j), \varepsilon)$, $j = \overline{1, N}$, — відомі РБФ; $\varepsilon_s > 0$ — параметр форми;

$$r(X, X_j) = \|X - X_j\|_2 = \sqrt{(x - x_j^{(x)})^2 + (z - z_j^{(x)})^2}.$$

Тоді, використовуючи метод колокацій в точці [18], із крайової задачі (1)—(4) отримуємо задачу Коші для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно вектора невідомих $\alpha_s(t) = \left\{ \alpha_{s_j}(t) \right\}_{j=1}^N$:

$$M \frac{d\alpha_s(t)}{dt} + L(\alpha_s)\alpha_s(t) = F(\alpha_s), \quad (6)$$

$$\tilde{M} \alpha_s^{(0)} = \tilde{F}, \quad (7)$$

де $M = \left\{ m_{ij} \right\}_{i,j=1}^{M,N}$, $L = \left\{ l_{ij} \right\}_{i,j=1}^{M,N}$, $F = \left\{ f_i \right\}_{i=1}^{M,N}$, $\tilde{F} = \left\{ \tilde{f}_i \right\}_{i=1}^M$,

$$\tilde{M} = \left\{ \tilde{m}_{ij} \right\}_{i,j=1}^{M,N}, \quad m_{ij} = \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_s), \quad i \in M_\Omega;$$

$$f_i = \begin{cases} \frac{1}{n - \theta_r} \left(\frac{\partial K(s)}{\partial s} \sum_{j=1}^N \alpha_{s_j}(t) \frac{\partial \varphi_j(r_j, \varepsilon_s)}{\partial z} \right) \Bigg|_{X=Y_i}, & i \in M_\Omega; \\ s_1(Y_i, t), & i \in M_1; \\ 0, & i \in M_2; \end{cases}$$

$$l_{ij}^{(1)} = \begin{cases} -\nabla \cdot (D(s) \nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_s)), & i \in M_\Omega; \\ \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_s), & i \in M_1; \\ \left(D(s) \nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_s) + \frac{K(s)}{n - \theta_r} \nabla z, \vec{n} \right), & i \in M_2; \end{cases}$$

$$\tilde{m}_{ij} = \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_s), \quad \tilde{f}_i = 0, \quad i = \overline{1, M}, \quad j = \overline{1, N};$$

$$\tilde{f}_i = S_0(Y_i), \quad i = \overline{1, M}; \quad r_{ij} = r(Y_i, X_j).$$

Наближений розв'язок задачі Коші (6), (7) для системи нелінійних рівнянь можна знайти, наприклад, за допомогою лінеаризованої повністю неявної різницевої схеми [19].

Перевірка стійкості ґрунтового масиву зводиться до визначення коефіцієнта стійкості k_s , який рівний (якщо не враховувати сили бокового тиску) відношенню моменту утримуючих сил (тертя і зчеплення) до моменту зсувних сил [20, с. 62—73]

$$k_s = \frac{\sum M_{y.c.}(s)}{\sum M_{z.c.}(s)}.$$

Припускається, що зсув буде відбуватися по круглоциліндричних поверхнях ковзання.

Результати чисельного експерименту. Наведемо приклад розрахунку стійкості ґрунтової греблі, складеної із зв'язних пісків. Розг-

лянуто низовий укіс при умові неперервного випадання опадів у вигляді дощів. Результати чисельного експерименту наведено на рис. 1.

Для експерименту використовувались наступні дані: $n = 0,396$; $\theta_r = 0,052$; $K_F = 1,0 \text{ м/добу}$; $\lambda = 0,5$; $\psi_b = -0,3$; $\tau = 12 \text{ діб}$. Тут τ — крок дискретизації в часі при чисельному розв'язанні задачі Коші (6), (7). Програмно обчислено, що коефіцієнт стійкості $k_s = 1,00052$ при радіусі поверхні ковзання $R = 47,86 \text{ м}$ з центром в т. О (54,72; 73,46). У випадку відсутності атмосферних опадів на вказаній поверхні $k_s = 1,441$. Тобто урахування інтенсивних атмосферних опадів призводить до значного зниження коефіцієнта стійкості укосу.

З рис. 1 видно, що при постійних опадах стійкість укосу не забезпечена, тому в тілі греблі потрібно передбачити протифільтраційні пристрої для відводу води.

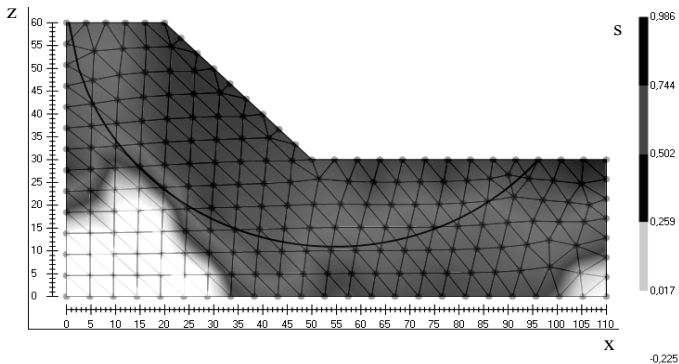


Рис. 1. Розрахунок насичення ґрунтового масиву дощовою вологою з вказанням можливої поверхні ковзання у разі зсуву

Висновки. Як показують результати чисельного експерименту інтенсивні атмосферні опади можуть бути суттєвим фактором у зниженні коефіцієнта стійкості укосів ґрунтових гідротехнічних споруд. Так, коефіцієнт стійкості на заданій поверхні ковзання знизився на 30,6%.

Також потрібно відмітити, що визначальну роль в процесі зволоження ґрунту стосовно розглянутої задачі відіграє гравітаційна складова. Тому в нелінійному рівнянні волого переносу нехтувати нею не можна. Крім того, в роботі показано, що для чисельного розв'язання нелінійних крайових задач волого переносу можуть ефективно застосовуватись без сіткові проекційні методи.

Дослідження в даній статті є пробним кроком для подальшої розробки та вдосконалення методів розрахунку стійкості ґрунтових масивів, а також для передбачення і попередження небезпечних ситуацій при будівництві та експлуатації гідротехнічних об'єктів.

Список використаних джерел:

1. Тихвинский И. О. Оценка и прогноз устойчивости оползневых склонов / И. О. Тихвинский. — М. : Наука, 1988. — 144 с.
2. Емельянова Е. П. Основные закономерности оползневых процессов. / Е. П. Емельянова. — М. : Недра, 1972. — 308 с.
3. Кривонос Ю. Г. Математическое моделирование процессов формирования грунтовых и снеговых оползней / Ю. Г. Кривонос, В. В. Скопецкий // Прикладна гідромеханіка. — 2003. — Т. 5 (77), № 1. — С. 36–41.
4. Эглит М. Э. Неустановившиеся движения в руслах и на склонах / М. Э. Эглит. — М. : Изд-во Моск. ун-та, 1986. — 96 с.
5. Математическое моделирование горных обвалов и оползней больших объемов / С. С. Григорян, Н. Н. Нилов, А. В. Остроумов, В. С. Федоренко // Инженерная геология. — 1983. — №6. — С. 61–73.
6. Кузло М. Т. Моделювання напружено-деформованого стану водопроникливого ґрунтового масиву при фільтрації води у вертикальному напрямку / М. Т. Кузло, І. А. Філатова // Вісник НУВГП. Сер. технічні науки. — 2011. — Вип. 1 (53). — С. 111–118.
7. Власюк А. П. Математичне моделювання напружено-деформованого стану ґрунтового масиву в умовах тепло-масопереносу / А. П. Власюк, Н. А. Федорчук // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики : тези доповідей. — 2008. — С. 53.
8. Маслов Н. Н. Механика грунтов в практике строительства (оползни и борьба с ними) : учеб. пособие для вузов / Н. Н. Маслов. — М. : Стройиздат, 1977. — 320 с.
9. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов : учеб. пособие для строительных вузов / С. С. Вялов. — М. : Высш. школа, 1978. — 447 с.
10. Зарецкий Ю. К. Статика и динамика грунтовых плотин / Ю. К. Зарецкий, В. Н. Ломбардо. — М. : Энергоатомиздат, 1983. — 256 с.
11. Бабич С. М. Механіка ґрунтів, основи та фундаменти : підручник / С. М. Бабич, Ю. О. Крусь. — Рівне : Вид-во РДТУ, 2001. — 367 с.
12. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов : учеб. для гидротехн. спец. вузов / П. Л. Иванов. — М. : Высш. шк., 1991. — 447 с.
13. Вабишевич П. Н. Математическое моделирование промачивания зоны аэрации в условиях близкого залегания грунтовых вод / П. Н. Вабишевич, А. О. Данияров // Математическое моделирование. — 1994. — Т. 6. — № 11. — С. 11–24.
14. Delleur J. W. The Handbook of Groundwater Engineering / J. W. Delleur. — CRC Press LLC, 1999. — 940 p.
15. Marinocchi G. Functional Approach to Nonlinear Models of Water Flow in Soils / G. Marinocchi. — Springer, 2006. — 324 p.
16. Caputo J.-G. Front Solutions of Richards' Equation / J.-G. Caputo, Y. A. Stepanyants // Transport in Porous Media. — 2007. — V. 74, Issue 1. — P. 1–20.
17. Kansa E. J. Multiquadrics – a Scattered Data Approximation Scheme With Applications to Computational Fluid-Dynamics. II. Solutions to Parabolic, Hyperbolic and Elliptic Partial Differential Equations / E. J. Kansa // Comput. Math. Appl. — 1990. — 19. — P.147–161.

18. A finite point method in computational mechanics. Applications to convective transport and fluid flow / E. Onate, S. Idelsohn, O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor // Int. J. Numer. Methods Engrg. — 1996. — Vol. 39. — P. 3839–3866.
19. Власюк А. П. Чисельне розв'язування задач консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах тепло-масопереносу методом радіальних базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. — Рівне : Вид-во НУВГП, 2010. — 277 с.
20. Кириенко И. И. Гидротехнические сооружения. Проектирование и расчет : учеб. пособие / И. И. Кириенко, Ю. А. Химерик. — К. : Вища шк., 1987. — 253 с.

Nonlinear problem of saturation of soil media due to intensive rains has been regarded. Its mathematical model has been built. The stability of this soil mass has been investigated by method of circular cylindrical sliding surfaces. The results of numerical experiments and their analyses have been given.

Key words: *landslides, mathematical modeling, moisture transfer, soil media, slopes stability.*

Отримано: 13.09.2012

UDC 004.94

V. A. Ivanyuk*, Ph. D.,
F. A. Halmuhamedova**, Senior lecturer

*Kamianets-Podilsky National University of Ivan Ohienko

** Tashkent State Tehnical University, Tashkent

RECOVERING DYNAMIC DISTORTIONS ON OUTPUT OF CHANNEL TRANSMITTED CONTINUOUS SIGNALS

Signal restoring algorithms, subjected to essential dynamic distortions in channels transmitting continuous signals in conditions of noise availability are considered in this paper. It is shown, that the application of developed algorithms digital filtration made possible to avoid unstable operation of operator inversion of the channel. For maintenance stability of the delivered problem solution with the purpose of maximum use additional a priory information on required signal and noise regularization methods of ill posed problems are used. Some results of computer experiments are shown.

Key words: *signal restoration, regularization methods.*

Means of registration (sensors) and signals transmission (the communication channels) introduce dynamic distortions, that limit the speed of the information transmission and parameters measuring accuracy. Analogue or digital adjusting filters are used for recovering of dynamic distortions. In an elementary case this is a low-frequency filter, which simply cuts a noisy high-frequency part of a signal spectrum. The equaliser — set of strip filters for