УДК 621.396.982.2

В. В. Палагін, канд. техн. наук,
О. В. Івченко, асистент

Черкаський державний технологічний університет, м. Черкаси

ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕГАУСІВСЬКИХ КОРЕЛЬОВАНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

У статті наведені результати оцінювання параметрів негаусівських випадкових величин на основі застосування адаптованого методу максимізації полінома та моментно-кумулянтного опису випадкових величин. Наведені результати моделювання і ефективність методу в порівнянні з класичними підходами.

Ключові слова: *негаусівські випадкові сигнали, оцінювання параметрів, метод максимізації полінома, дисперсія оцінки, кореляція.*

Для аналізу нових алгоритмів оцінювання параметрів негаусівських випадкових сигналів [1, с. 118—123] необхідно провести моделювання роботи пристроїв оцінювання, оскільки проведення фізичного експерименту, як правило, достатньо складне і пов'язано з матеріальними і часовими витратами. В цьому випадку корисно використовувати машинний експеримент, що призначений для перевірки правильності теоретичних результатів. Суть такого експерименту, заснованого на методі статистичних випробувань, полягає в тому, що на ЕОМ багато разів виробляється імовірнісна модель спостережуваного процесу, яка потім перетворюється у відповідності з алгоритмом, що вивчається, причому результати перетворення статистично оброблюються з метою визначення показників якості системи.

В роботі розглядається задача, яка стосується комп'ютерного моделювання оцінювання параметра асиметрії γ_3 асиметричного корельованого випадкового процесу при його моментно-кумулянтному описі. В основі моделювання лежить адаптований метод максимізації полінома [1].

Згідно з алгоритмом адаптованого методу максимізації полінома досліджувані статистичні дані (вибіркові значення процесу, що залежать від шуканого параметра θ) $x_1 = \xi(t_1, \theta)$, $x_2 = \xi(t_2, \theta)$,..., $x_n = \xi(t_n, \theta)$ представляються у вигляді стохастичного поліному степеня s :

$$l_{snz}\left(\overline{x}/\theta; Z\right) = k_0\left(\theta; Z\right) + \sum_{i=1}^{s} k_i\left(\theta; Z\right) \sum_{v=1}^{n} \varphi_i(x_v). \qquad (1)$$

При цьому коефіцієнти полінома $k_0\left(\theta;Z\right)$, $k_i\ \left(\theta;Z\right)$ знаходяться по критерію мінімума дисперсії шуканої оцінки [3], де $\varphi_i(x_v)$ — певний вид функціонально перетворення вибіркових значень (наприклад степеневе функціональне перетворення). Слід зазначити, що оцінка дисперсії випадкового сигналу може бути знайдена з використанням стохастичних поліномів степеня $s=2$ і вище.

Тоді оцінка невідомого параметра θ при моментному описі випадкового процесу і степені полінома s знаходиться з рішення рівняння [1]:

$$\left.\sum_{i=1}^{n}\sum_{v=1}^{n}h_{iv}\left(\theta,R_{vk}\right)\left[x_v^i-\alpha_i\left(\theta\right)\right]\right|_{\theta=\chi_2}=0\,, \tag{2}$$

де $\alpha_i\left(\theta\right)$ — початкові моменти і-го порядку одномоментного розподілу ексцесного корельованого випадкового процесу [3]: $h_{iv}\left(\theta,R_{vk}\right)$ — невідомі коефіцієнти, що крім оцінюваного параметра залежать від коефіцієнтів кореляції R_{vk} та знаходяться з рішення системи рівнянь:

$$\sum_{v=1}^{n}\sum_{j=1}^{s}h_{jv}\left(\theta,R_{vk}\right)K_{ij}^{(v,k)}\left(t_v,t_k;\theta\right)=\frac{d}{d\theta}\alpha_i\left(\theta\right)\ . \tag{3}$$

Показано, що функції $K_{ij}^{(v,k)}\left(t_v,t_k;\theta\right)$ знаходяться з рішення рівняння:

$$\begin{aligned}K_{ij}^{(v,k)}\left(t_v,t_k;\theta\right)&=M\left(\xi^i\left(t_v\right)-m_i\left(\theta\right)\right)\left(\xi^j\left(t_k\right)-m_j\left(\theta\right)\right)=\\&=m_{ij}^{(v,k)}\left(t_v,t_k;\theta\right)-\alpha_i\left(\theta\right)\alpha_j\left(\theta\right),\end{aligned} \tag{4}$$

де $m_{ij}^{(v,k)}(t_v,t_k;\theta)$ — моментні функції порядку $\left(i+j\right)$, ($i,j=\overline{0,s}$, $v,k=\overline{0,n}$) двомоментного розподілу.

При розробці математичних моделей негаусівських корельованих сигналів і методів їх оцінювання головним критерієм, який характеризує якість розроблених алгоритмів, виступало відношення дисперсій оцінок, знайдених вдосконаленим методом максимізації полінома при степені полінома s $\sigma_{(\bar{\theta})s}$ [1] до величини дисперсії оцінки аналогічного параметра, знайденого за допомогою методу максимальної правдоподібності $\sigma_{(\bar{\theta})1}$, тобто коефіцієнтів зменшення дисперсії $g_{(\bar{\theta})}$:

$$g_{(\bar{\theta})s1}=\frac{\sigma_{(\bar{\theta})s}}{\sigma_{(\bar{\theta})1}}\,. \tag{5}$$

Враховуючи таку особливість, для підтвердження достовірності отриманих теоретичних результатів необхідно додатково знаходити оцінку параметра методом максимальної правдоподібності. Важливою умовою визначення дисперсії отримуваних оцінок є багаторазове проведення експерименту для різних вибірок з однаковими вихідними статистичними характеристиками [4].

Функціональна схема проведення машинного експерименту приведена на рис. 1.

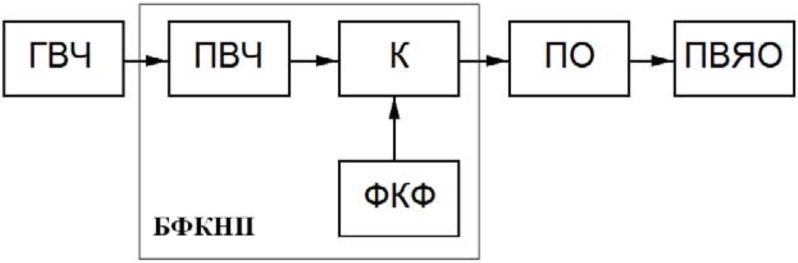

***Рис. 1**. Функціональна схема пристрою оцінювання параметрів випадкових корельованих сигналів*

На рисунку позначені: ГВЧ — генератор випадкових чисел, наприклад з нормальним законом розподілу ймовірності; ПВЧ — перетворювач випадкових чисел ГВЧ у випадкові числа з необхідним законом розподілу ймовірності; ФКФ — формувач кореляційних функцій; К — корелятор, на виході якого отримується корельована випадкова послідовність; ПО — пристрій обробки (досліджуваний алгоритм оцінювання параметрів сигналів; ПВЯО — пристрій визначення якості оцінки (дисперсія оцінки).

Блоки ПВЧ, ФКФ, К є складовими блоку формування корельованої негаусівської послідовності (БФКНП), в основі якого лежить нелінійний алгоритм генерування корельованих негаусівських послідовностей.

Побудова генератора реалізації стаціонарних негаусівських стохастичних процесів з кореляцією вхідних даних із заданими кумулянтами (БФКНП) базується на принципах, що запропоновані в роботі [2]. Запропонований підхід щодо побудови генератора негаусівських випадкових послідовностей дозволяє отримувати статистичні вибіркові значення, в основі яких лежить негаусівський закон розподілу. При цьому отриману вибірку можна розглядати як корельовану з кореляційною функцією наперед заданого виду. Можливості задаватися параметрами негаусівських корельованих випадкових процесів при їх генеруванні розкриває широкі можливості щодо моделювання негаусівських випадкових процесів. Моделювання проводилося з використанням пакета Matematica 6.

Згідно машинного експерименту було проведено імітаційне моделювання роботи алгоритмів оцінювання параметра корельованого негаусівського випадкового сигналу, синтезованих із методу максимізації полінома [3], що був вдосконалений на випадок корельованої вибірки при степені $s = 2$ та $s = 3$ (блок ПО) і порівняння отриманих результатів з результатами дослідження (рис. 2).

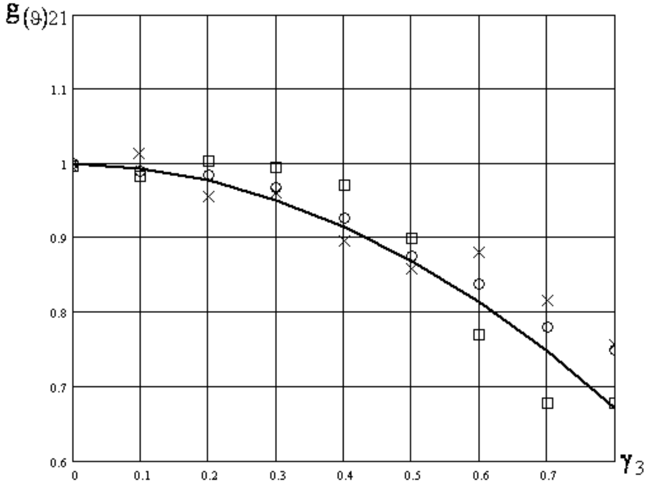

Рис. 2. *Залежність експериментальних значень коефіцієнтів ефективності оцінки параметра θ при $s = 2$, $\chi_2 = 8$ та $\gamma_4 = 0$ в порівнянні з теоретичними*

На рисунку 2 суцільною лінією відображається теоретичні значення коефіцієнтів зменшення дисперсії. Поряд представлені дискретні значення коефіцієнтів зменшення дисперсії, отримані в результаті комп'ютерного моделювання, тобто практичні значення при степені полінома $s = 2$ і значеннях кумулянтів $\chi_2 = 8$ та $\gamma_4 = 0$ за умови експоненціального статистичного зв'язку між вибірковими значеннями негаусівського процесу, тобто нормована кумулянтна функція процесу (коефіцієнт кореляції) дорівнює $R(\tau) = e^{-A|\tau|}$, де $A > 0$ — коефіцієнт, τ — інтервал кореляції. В ході моделювання досліджувались вибірки різного обсягу і проводилась різноманітна кількість експериментів, тому практичні значення коефіцієнтів зменшення дисперсії зображені за допомогою різних позначок. Причому позначки "□" на рис. 2 відповідають тому випадку, коли обсяг вибірки n та кількість експериментів υ приймають значення 300, позначки "×" — 600, а позначки "○" — 1000.

Висновки. Результати, отримані в даній роботі, підтверджують достовірність теоретичних висновків про ефективність застосування синтезованих алгоритмів визначення параметрів негаусівських корельованих сигналів.

Список використаних джерел:

1. Палагін В. В. Адаптація методу максимізації полінома для оцінки параметрів випадкових величин за статистично-залежною вибіркою / В. В. Палагін, О. В. Івченко // Системи обробки інформації. — Харків, 2009. — Вип. 2 (76).
2. Лега Ю. Г. Спосіб генерації корельованих випадкових величин Патент на корисну модель / Ю.Г. Лега, В. В. Палагін, А. В. Чепінога, О. В. Івченко. — № 64971.
3. Кунченко Ю. П. Оценка параметров случайных величин методом максимизации полинома / Ю. П. Кунченко, Ю. Г. Лега. — К. : Наукова думка, 1992. — 180 с.
4. Кендалл М. Статистические выводы и связи / М. Кендалл, А. Стюарт ; под ред. А.Н. Колмогорова ; пер. с англ. — М. : Наука, 1973. — 900 с.

In the article examined a résolution problème for the estimation of parameters of correlated quantity are no Gaussian assumed that variate description of cumulant and moment . In the article presentation the algorithm of the adapted method of maximization of polynomial is resulted for finding of estimations of parameters statistically dependent no Gaussian assumed that variate description of cumulant and moment.

Key words: *estimator of parameter, a sample, accumulant and moment formulation, non-Gaussian process, a correlation, method of maximization of polynomial, a statistic dependence.*

Отримано: 29.10.2012

УДК 681.513

С. А. Положаєнко, д-р техн. наук
Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса

МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ АНОМАЛЬНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Выполнена постановка задачи параметрической идентификации пластовых систем для функций пористости и проницаемости грунтовой породы (среды). Предложен подход к решению задачи параметрической идентификации, основанный на методе проекции градиента при минимизации квадратичного критерия качества.

Ключевые слова: *диффузионный процесс, аномалия, идентификация, метод проекции градиента.*

Введение. В ряде важных отраслей промышленности, таких как строительство, добыча полезных ископаемых, геологоразведка приходится сталкиваться с моделированием фильтрационных движений жидкостей. Причем сложность используемой при этом математической мо-