4. А.с.1001298 (СССР). Самоконтролирующаяся система электропитания постоянного напряжения / А. Ф. Верлань, А. И. Гудименко, А. И. Кривоносов, И. Д. Колодеев, В. С. Коновалюк, П. Т. Передерий, В. Н. Скачко. — Опубл. в Б.И., 1983. — №8.
5. Верлань А. А. Об одном способе построения системы контроля вторичных источников электропитания / А. А. Верлань // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Техн. науки : зб. наук. праць. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2013. — Вип. 8. — С. 22–31.

Actual issues of organizing the structure of the constant voltage power supply (SPS) with protection and automated control systems (ACS) are considered, one of possible block schematic diagram for the self-controlling secondary power supply is proposed, the components and functionality of the diagram blocks are considered.

Key words: *automated control systems, secondary power supply.*

Отримано: 11.11.2013

УДК 519.6

Д. А. Верлань*, аспірант,
К. С. Чевська,** асистент

*Київський національний університет
імені Тараса Шевченка, м. Київ,
**Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський

ОЦІНКА ПОХИБОК РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВОЛЬТЕРРИ II РОДУ ЗАСОБАМИ ІНТЕГРАЛЬНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

Розглянуто можливості застосування інтегральних нерівностей при отриманні конструктивних виразів для оцінки похибок розв'язання інтегральних рівнянь Вольтерри другого роду. Метод ілюструється на прикладі інтегральних рівнянь з виродженими ядрами.

Ключові слова: *інтегральні рівняння, інтегральні нерівності.*

Вступ. Задача аналізу похибок наближеного розв'язання інтегральних рівнянь розглядалася в цілому ряді робіт, наприклад [1–3], однак вона не втратила своєї важливості у зв'язку з усе більш широким застосуванням комп'ютерних технологій і великою різноманітністю джерел і характеристик первинних похибок.

Необхідним етапом в аналізі похибок розв'язання, зазвичай, є отримання рівнянь, з яких вони знаходяться. У цій статті розглядаються питання знаходження рівнянь для похибок розв'язання, а також інтегральних нерівностей, що з них випливають, для деяких типів рівнянь Вольтерри другого роду, в тому числі лінійного рівняння

$$y(x) = f(x) - \int_0^x K(x,s)y(s)ds\,, \tag{1}$$

де $y(x)$ — шукана функція; $K(x,s)$ — ядро; $f(x)$ — права частина.

Основна частина. Будемо орієнтуватися на використанні отриманих у роботі [4] інтегральних оцінок функцій для оцінки похибок розв'язання рівнянь, що розглядаються нижче.

1. Якщо $K(x,s) = a(x)b(x)$, тобто маємо найпростіший випадок виродженого ядра, то вихідне рівняння набуває вигляду

$$y(x) = f(x) - a(x)\int_0^x b(s)y(s)ds\,. \tag{2}$$

Тоді рівняння, що розв'язується (з комплексним урахуванням первинних похибок) має вигляд

$$\begin{gathered} y(x) + \Delta y(x) = f(x) + \Delta f(x) - \\ -\left[a(x) + \Delta a(x)\right]\int_0^x \left[b(s) + \Delta b(s)\right]\times\left[y(s) + \Delta y(s)\right]ds, \end{gathered} \tag{3}$$

де $\Delta f(x), \Delta a(x), \Delta b(x)$ — похибки обчислення відповідних функцій, які можуть бути як спадковими, так і приладовими та методичними. Віднімаючи вираз (2) з (3), отримаємо інтегральне рівняння для похибки $\Delta y(x)$ розв'язку (2):

$$\Delta y(x) = h(x) - a^*(x)\int_0^x b^*(s)\Delta y(s)ds\,, \tag{4}$$

де

$$h(x) = \Delta f(x) - a(x)\int_0^x \Delta b(s)y(s)ds + \Delta a(x)\int_0^x b^*(s)y(x)ds\,,$$

$$b^*(x) = b(x) + \Delta b(x)\,,\ a^*(x) = a(x) + \Delta a(x)\,. \tag{5}$$

Від рівняння (4), яке якісно характеризує процес утворення похибки, перейдемо до більш близького для практичного використання рівняння щодо наближеної похибки $\overset{\sim}{\Delta}y(x)$:

$$\tilde{\Delta} y(x)=\tilde{h}(x)-a^*(x)\int_0^x b^*(s)\tilde{\Delta} y(s)ds\ , \qquad (6)$$

яке відрізняється вільним членом

$$\tilde{h}(x)=\Delta f(x)-a^*(x)\int_0^x \Delta b(s)\,y^*(s)ds+\Delta a(x)\int_0^x b^*(s)\,y^*(s)ds\ ,$$

де $y^*(x)$ — реально отриманий наближений розв'язок.

Якщо відомі похибки $\Delta f(x)$, $\Delta a(x)$ і $\Delta b(x)$, то для визначення похибки моделювання достатньо розв'язати рівняння (6). Для практичних цілей доцільно мати можливість оцінювати похибку $\Delta y(x)$ на підставі відомостей про максимальні значення похибок $\Delta f(x)$, $\Delta a(x)$ і $\Delta b(x)$ у зв'язку з чим перейдемо до отримання необхідних для цього нерівностей.

Оцінюючи (4) по модулю, отримаємо інтегральну нерівність

$$|\Delta y(x)|\le\left|\tilde{h}(x)\right|+\left|a^*(x)\right|\int_0^x\left|b^*(x)\right||\Delta y(s)|\,ds\ . \qquad (7)$$

Будемо припускати, що функції $a^*(x)$, $b^*(x)$, $f^*(x)$, $a(x)$, $b(x)$, $f(x)$ неперервні. Це спричинює неперервність $y(x)$ і $y^*(x)$, а отже і $h(x)$. Тоді, використовуючи результати роботи [4] (теорема 1), для оцінки $|\Delta y(x)|$ отримуємо співвідношення

$$\begin{gathered}|\Delta y(x)|\le\left|\tilde{h}(x)\right|+\exp\left[\int_0^x\left|b^*(s)\right|\left|a^*(s)\right|ds\right]\times\\ \times\left|a^*(x)\right|\int_0^x\left|b^*(s)\right||h(s)|\exp\left[-\int_0^s\left|b^*(\tau)\right|\left|y^*(\tau)\right|d\tau\right]ds.\end{gathered} \qquad (8)$$

При обрахунках в оцінку (8) слід замість $\left|b^*(x)\right|$, $\left|a^*(x)\right|$ і $\left|f^*(x)\right|$ підставити

$$\bar{b}(x)=|b(x)|+\max_x|\Delta b(x)|\ge\left|b^*(x)\right|,$$

$$\bar{a}(x)=|a(x)|+\max_x|\Delta a(x)|\ge\left|a^*(x)\right|,$$

$$\bar{f}(x) = |f(x)| + \max_x |\Delta f(x)| \ge |f^*(x)|.$$

При визначенні $h(x)$ ідеальну функцію $y(x)$ можна замінити наближеним (машинним) розв'язком $y^*(x)$ або оцінкою

$$|y(x)| \le |f(x)| + |a(x)| \exp\left\{ \int_0^x |b(s)||a(s)| ds \right\} \times$$

$$\times a(x) \int_0^x |a(s)||f(s)| \exp\left\{ -\int_0^s |b(\tau)||a(\tau)| d\tau \right\} ds = \bar{y}(x).$$

Кількість обрахунків при визначенні оцінки (7) можна зменшити, якщо замість нерівності (7) використовувати більш зручну нерівність

$$|\Delta y(x)| \le h_m + a_m \int_0^x |b^*(s)||\Delta y(s)| ds, \tag{9}$$

де

$$h_m \ge \max_x |h(x)|, a_m \ge \max_x |a^*(x)|.$$

Тоді оцінка (8) (з урахуванням результатів роботи [4]) приймає вигляд

$$|\Delta y(x)| \le h_m \exp\left\{ a_m \int_0^x |b^*(s)| ds \right\}. \tag{10}$$

2. Отримаємо рівняння і оцінку похибки розв'язування (2) при

$$K(x,s) = \sum_{i=1}^n a_i(x) b_i(s) \tag{11}$$

з врахуванням первинних похибок задання функцій $f(x)$, $a_i(x)$, $b_i(x)$. В цьому випадку розв'язується рівняння

$$\begin{gathered} y(x) + \Delta y(x) = f(x) + \Delta f(x) + \\ + \sum_{i=1}^n \left[a_i(x) + \Delta a_i(x) \right] \int_0^x \left[b_i(s) + \Delta b_i(s) \right] \left[y(s) + \Delta y(s) \right] ds. \end{gathered} \tag{12}$$

Віднявши (2) від (11), отримаємо

$$\begin{gathered} \Delta y(x) = \Delta f(x) + \sum_{i=1}^n a_i(x) \int_0^x \Delta b_i(s) y(s) ds + \\ + \sum_{i=1}^n \Delta a_i(x) \int_0^x b_i^*(s) y(s) ds + \sum_{i=1}^n a_i^*(x) \int_0^x b_i^*(s) \Delta y(s) ds. \end{gathered} \tag{13}$$

Перейшовши від даного рівняння до інтегральної нерівності

$$\left|\Delta y\left(x\right)\right| \le \left|h\left(x\right)\right| + \sum_{i=1}^{n}\left|a_i^*\left(x\right)\right|\int_0^x\left|b_i^*\left(s\right)\right|\left|\Delta y\left(s\right)\right|ds, \qquad (14)$$

отримаємо можливість оцінювати $\left|\Delta y\left(x\right)\right|$, використовуючи оцінки роботи [4].

3. Оцінимо похибку розв’язання нелінійного рівняння Вольтерри другого роду з ядром (11):

$$y\left(x\right) = f\left(x\right) - \sum_{i=1}^{n} a_i\left(x\right)\int_0^x b_i\left(s\right)F\left[y\left(s\right)\right]ds. \qquad (15)$$

Приймаючи на початку $n = 1$, отримаємо рівняння, що підлягає розв’язуванню

$$y^*\left(x\right) = f^*\left(x\right) - a^*\left(x\right)\int_0^x b^*\left(s\right)F\left[y^*\left(s\right)\right]ds, \qquad (16)$$

де

$$y^*\left(x\right) = y\left(x\right) + \Delta y\left(x\right),\ f^*\left(x\right) = f\left(x\right) + \Delta f\left(x\right)$$

і припускається, що ці функції, а також $a^*\left(x\right)$ і $b^*\left(x\right)$ неперервні, а $F\left[y\left(x\right)\right]$ — диференційована по y.

Представимо $F\left[y^*\left(x\right)\right]$ у вигляді виразу

$$F\left[y^*\left(x\right)\right] \cong F\left[y\left(x\right) + \Delta y\left(x\right)\right] \cong F\left[y\left(x\right)\right] + \frac{\partial F\left[y\left(x\right)\right]}{\partial y\left(x\right)}\Delta y\left(x\right), \qquad (17)$$

який підставимо в (16):

$$y\left(x\right) + \Delta y\left(x\right) = f^*\left(x\right) + a^*\left(x\right)\int_0^x b^*\left(s\right)\left\{F\left[y\left(s\right)\right] + \frac{\partial F}{\partial y}\Delta y\left(s\right)\right\}ds. \qquad (18)$$

Віднявши (15) від (18) отримаємо рівняння для похибки

$$\Delta y\left(x\right) = \eta\left(t\right) - a^*\left(x\right)\int_0^x b^*\left(s\right)\frac{\partial F\left[y\left(s\right)\right]}{\partial y\left(s\right)}\Delta y\left(s\right)ds, \qquad (19)$$

де

$$\eta(x) = \Delta f(x) - a(x)\int_0^x \Delta b\left(s\right)F\left[y\left(s\right)\right]ds + \Delta a(x)\int_0^x b^*\left(s\right)F\left[y\left(s\right)\right]ds. \qquad (20)$$

Таким чином, ми отримали лінійне інтегральне рівняння для похибки $\Delta y\left(x\right)$. Однак, щоб знайти вільний член правої частини цього рівняння, необхідно знати точний розв'язок $y(x)$ рівняння (15). Тому доцільно застосовувати оцінки як при обрахунку $y(x)$, так і при обрахунку похибки $\Delta y(x)$.

Аналогічно отримують рівняння для похибки, розв'язуючи (15), у випадку $n > 1$:

$$\Delta y(x) = \Delta f(x) - \sum_{i=1}^{n} a_i(x) \int_0^x \Delta b_i(s) F[y(s)] ds + \\ + \sum_{i=1}^{n} \Delta a_i(x) \int_0^x b_i^*(s) F[y(s)] ds = \sum_{i=1}^{n} a_i^*(x) \int_0^x b_i^*(x) \frac{\partial F[y(s)]}{\partial y(s)} \Delta y(s) ds. \quad (21)$$

4. Покажемо також можливість оцінки похибки розв'язання нелінійного рівняння виду

$$\Phi[y(x)] = f(x) - a(x) \int_0^x b(s) F[y(s)] ds. \quad (22)$$

Врахувавши похибки $\Delta f(x), \Delta a(x), \Delta b(x)$ отримаємо рівняння

$$\Phi[y(x) + \Delta y(x)] = f^*(x) - a^*(x) \int_0^x b^*(s) F[y(s) + \Delta y(x)] ds. \quad (23)$$

Розкладемо функції $\Phi[y(x) + \Delta y(x)]$ і $F[y(x) + \Delta y(x)]$ в ряди Тейлора за аргументом $y(x)$ і обмежимось у цьому розкладі першими членами:

$$\Phi[y(x) + \Delta y(x)] \cong \Phi[y(x)] + \frac{\partial \Phi[y(x)]}{\partial y(x)} \Delta y(x), \quad (24)$$

$$F[y(x) + \Delta y(x)] \cong F[y(x)] + \frac{\partial F[y(x)]}{\partial y(x)} \Delta y(x). \quad (25)$$

Після підстановки виразів (24) і (25) в (23) і віднявши (24), отримаємо лінійне рівняння для похибки

$$\Delta y(x) = \frac{1}{\dfrac{\partial \Phi[y]}{\partial y}} \left\{ \Delta f(x) + a(x) \int_0^x \Delta b(s) F[y(s)] ds + \right. \\ \left. + \Delta a(x) \int_0^x b(s) F[y(s)] ds + a^*(x) \int_0^x b^*(s) \frac{\partial F[y(s)]}{\partial y(s)} \Delta y(s) ds \right\} \quad (26)$$

при $\dfrac{\partial\Phi\left[y(x)\right]}{\partial y(x)} \neq 0$ для $x \geq 0$.

Рівняння (19), (21), (26) є наближеними внаслідок прийнятої обмеженості відповідних рядів. Для деяких типів нелінійних рівнянь функції $F\left[y(x)\right]$ і $\Phi\left[y(x)\right]$ такі, що можна отримати точні рівняння для похибок. Це має місце у тому випадку, коли функції F і Φ є поліномами від y. Якщо, наприклад, $F\left[y(x)\right] = y^2(x)$, то точне рівняння похибки розв'язання (15) при $n = 1$ приймає вигляд

$$\Delta y(x) = \eta(x) - a^*(x)\int_0^x b^*(s)\left[2y(s)\Delta y(s) + \Delta y^2(s)\right]ds, \tag{27}$$

тобто є нелінійним. Для оцінки його розв'язку слід використовувати результати, отримані в роботі [4] з нелінійних інтегральних нерівностей.

5. Розглянемо випадок різницевого ядра $K(x, s) = K(x - s)$. Вихідне лінійне рівняння при цьому має вигляд

$$y(x) + \int_0^x K(x-s)\,y(s)\,ds = f(x). \tag{28}$$

З урахуванням всіх похибок воно приймає вигляд

$$\begin{gathered} y(x) + \Delta y(x) = f(x) + \Delta f(x) - \\ -\int_0^x \left[K(x-s) + \Delta K(x-s)\right]\left[y(s) + \Delta y(s)\right]ds, \end{gathered} \tag{29}$$

звідки отримуємо наступне рівняння для похибки:

$$\Delta y(x) = h(x) - \int_0^x K(x-s)\Delta y(s)\,ds, \tag{30}$$

де

$$h(x) = \Delta y(x) - \int_0^x \Delta K(x-s) y(s)\,ds. \tag{31}$$

Будемо припускати, що різницеве ядро обмежене

$$\left|K(x)\right| \leq G(x), \quad x \geq 0, \tag{32}$$

і може бути зведено до виродженого, що дозволяє оперувати оцінкою

$$\left|K(x-s)\right| \leq G(x-s) \leq \mathrm{G}_1(x)\mathrm{G}_2(x), \tag{33}$$

де $\mathrm{G}_1(x)$ і $\mathrm{G}_2(x)$ — додатні функції. Нерівність $\left|K(x-s)\right| \leq$ $\leq G(x-s)$ слідує з (32). Тоді рівняння (30) можна привести до вигляду

$$\left|\Delta y(x)\right| \le \left|h(x)\right| + G_1(x)\int_0^x G_2(x)\left|\Delta y(s)\right| ds. \tag{34}$$

Звідси вважаємо, що $\left|h(x)\right|$ — диференційовна функція (в іншому випадку її можна замінити оцінкою зверху, що є диференційовною функцією), і на основі результатів роботи [4] маємо

$$\begin{aligned}\left|\Delta y(x)\right| \le \exp\left[\int_0^x G_1(s)G_2(s)ds\right]G_1(x)\frac{\left|h(0)\right|}{G_1(0)} + \\ +\int_0^x \left[\frac{\left|h(s)\right|}{G_1(s)}\right]\exp\left[-\int_0^x G_1(\tau)G_2(\tau)d\tau\right].\end{aligned} \tag{35}$$

Для випадку, що часто зустрічається, коли функцію $K(x)$ в (30) можна замінити експонентною

$$\left|K(x)\right| \le Ae^{\alpha x}, \quad x \ge 0,$$

де α — дійсне число і $A > 0$, отримаємо оцінку похибки типу (35).

При цьому спочатку оцінимо $\left|h(x)\right|$:

$$\left|h(x)\right| \le \left|\Delta y(x)\right| + \int_0^x \left|\Delta K(x-s)\right|\left|y(s)\right| ds. \tag{36}$$

Нехай також $\left|K(x)\right| \le \Delta Ae^{\alpha x}.$ Оцінимо $\left|y(x)\right|$ з (28):

$$\left|y(x)\right| \le \left|f(x)\right| + Ae^{\alpha x}\int_0^x e^{as}\left|y(s)\right| ds, \tag{37}$$

звідки згідно [4] при $\alpha \ge 0$

$$\left|y(x)\right| \le \left|f(x)\right| - \bar{f} + \bar{f}e^{(\alpha+A)x} \quad \left(\bar{f} = \max_x f(x)\right). \tag{38}$$

Для випадку $\alpha \le 0$ згідно з [4] маємо

$$\left|y(x)\right| \le \left|f(x)\right| - \bar{f} + \bar{f}\,e^{Ax}. \tag{39}$$

Запишемо в загальному випадку вираз для оцінки (34):

а) $G_1'(x) \ge 0$

$$\left|\Delta y(x)\right| \le \left|h(x)\right| - \bar{h} + \frac{\bar{h}\,G_1(x)}{G_1(0)}\exp\left[\int_0^x G_1(s)G_2(s)ds\right]; \tag{40}$$

б) $G_1'(x) \le 0$

$$\left|\Delta y(x)\right| \le \left|h(x)\right| - \bar{h} + \bar{h}\exp\left[\int_0^x G_1(s)G_2(s)ds\right], \quad \bar{h} = \max_x \left|h(x)\right|. \qquad (41)$$

Вираз (35) з урахуванням (37) можна після декількох перетворень привести до вигляду

$$\left|\Delta y(x)\right| \le \frac{\bar{h}}{A}\left[e^{(A+\alpha)x} + \frac{e^{(A+\alpha)x}}{\alpha + A}\right], \qquad (42)$$

де $\bar{h} = \max_x \left|h(x)\right|$. При цьому

$$\left|h(x)\right| \le \left|\Delta f(x)\right| + \left|\Delta K(x)\right| M\left[\frac{e^{(2\alpha+A)x}}{2\alpha + A} + \frac{e^{\alpha x} - 1}{\alpha}\right],$$
$$M = \frac{\bar{y}(\alpha + A + 1)}{A(\alpha + A)}. \qquad (43)$$

<u>Приклад 1</u>. Нехай первинне рівняння має вигляд

$$y(x) = ke^{ax} + e^{bx}\int_0^x sy(s)ds, \qquad (44)$$

де $a < 0$, $b < 0$, $k \ge 0$.

Рівняння, що реально розв’язується

$$\left[y(x) + \Delta y(x)\right] = (k + \Delta k)e^{ax} + e^{(b+\Delta b)x}\int_0^x s\left[y(s) + \Delta y(s)\right]ds.$$

Виходячи з цього, рівняння для знаходження похибки має вигляд

$$\Delta y(x) = h(x) + e^{b^* x}\int_0^x s\Delta y(s)ds, \qquad (45)$$

де

$$h(x) = \Delta ke^{ax} + e^{bx}\left(e^{\Delta bx} - 1\right)\int_0^x sy(s)ds. \qquad (46)$$

Дамо оцінку $h(x)$:

$$\left|h(x)\right| \le \left|\Delta k\right|e^{ax} + \left|\Delta b\right|e^{bx}(x+1)\int_0^x s\left|y(s)\right|ds. \qquad (47)$$

Оцінку

$$\left|y(s)\right| \le ke^x \qquad (48)$$

знайдемо з (44) відповідно нерівності [4]

$$y(x) \le \exp\left[\int_0^x b(s)a(s)ds\right]a(x)\left\{\frac{f(0)}{\alpha(0)}+\int_0^x\left[\frac{f(s)}{\alpha(s)}\right]'\exp\left[-\int_0^s b(\tau)d(\tau)\right]ds\right\}. \quad (49)$$

Підставимо вираз (49) в (47):

$$\left|h(x)\right| \le \left|\Delta k\right| e^{ax} + \left|\Delta b\right|(x+1)ke^{(b-1)x}(x-1) \le$$

$$\le e^{mx}\left[\left|\Delta k\right| + k\left|\Delta b\right|\left(x^2-1\right)\right] = \bar{h}(x),$$

де $m = \max(a, b-1)$.

Застосуємо до (45) оцінку (49):

$$\left|\Delta y(x)\right| \le \exp\left[b^* x + \int_0^x se^{bs}ds\right]\left\{\left|\Delta k\right| + \int_0^x\left[ne^{\left(m-b^*\right)s}e^{-\int_0^s se^{bs_1}ds_1}\right]ds\right\}, \quad (50)$$

де $n = \max\limits_x\left\{\left[\left(m-b^*\right)\left|\Delta k\right| + k\left|\Delta b\right|\left(x^2-1\right)\right] + 2\left|\Delta b\right|kx\right\}$.

Після проведення розрахунків у (50) отримаємо

$$\left|\Delta y(x)\right| \le h(x)\left(1-e^{-b^* x}\right) + \exp\left[\frac{(bx-1)}{b^2}e^{bx}\right]\left\{\left|\Delta k\right| + n\frac{\exp(m-b)x-1}{m-b^*}\right\}.$$

<u>Приклад 2</u>. Рівняння, що розв'язується має вигляд

$$y(x) = a + \int_0^x by^2(s)ds, \quad a \ge 0,\ b \ge 0. \quad (51)$$

Враховуючи похибку, обумовлену неточністю задання коефіцієнта a, отримаємо

$$y(x) + \Delta y(x) = a + \Delta a + \int_0^x b\left[y(s) + \Delta y(s)\right]^2 ds.$$

Рівняння похибки набуде вигляду

$$\Delta y(x) = \Delta a + 2\int_0^x by(s)\Delta y(s)ds,$$

звідки

$$\left|\Delta y(x)\right| \le \left|\Delta a\right| + 2\int_0^x b\left|y(s)\right|\left|\Delta y(s)\right|ds.$$

Згідно з (49)

$$\left|\Delta y\left(x\right)\right| \leq \left|\Delta a\right| \exp\left[2\int_0^x b\left|y(s)\right|ds\right]. \tag{52}$$

Підставивши в (52) оцінку для $\left|y\left(x\right)\right|$, яку отримуємо з рівняння (51), знаходимо

$$\left|y(x)\right| \leq F^{-1}\left[F(a)+bx\right],$$

де $F\left(a\right)=a^2$, $F^{-1}\left(z\right)=\sqrt{z},$ тобто $\left|y\left(x\right)\right| \leq \sqrt{a^2+bx}.$

Остаточно отримаємо

$$\left|\Delta y\left(x\right)\right| \leq \left|\Delta a\right| \exp\left[2b\int_0^x \sqrt{a^2+bs}\,ds\right].$$

Висновок. Розглянуті способи, які ґрунтуються на застосуванні інтегральних нерівностей, дають змогу отримати вирази для оцінки похибок розв'язання інтегральних рівнянь Вольтерри другого роду, що має важливе значення при розв'язуванні практичних задач.

Список використаних джерел:

1. Канторович Л. В. Приближенные методы высшего анализа / Л. В. Канторович, В. И. Крылов. — М. ; Л. : Физматгиз, 1962. — 708с.
2. Трауб Дж. Общая теория оптимальных алгоритмов / Дж. Трауб, Х. Вожняковский. — М. : Мир, 1983. — 382 с.
3. Сергієнко І. В. Елементи загальної теорії оптимальних алгоритмів та суміжні питання / І. В. Сергієнко, В. К. Задірака, О. М. Литвин. — К. : Наукова думка, 2012. — 400 с.
4. Верлань А. Ф. В кн.: Точность и надежность кибернетических систем / А. Ф. Верлань, В. С. Годлевский. — К. : Наукова думка, 1974. — С. 3–8

Possible applications of integral inequalities in obtaining of meaningful expressions to evaluate errors solutions of Volterra integral equations II kind. The method is considered on the example of integral equations with separable kernels.

Key words: *integral equations, integral inequalities.*

Отримано: 30.10.2013