

УДК 004.942:004.056.53

DOI: 10.32626/2308-5916.2022-23.91-106

**В. Д. Павленко**, д-р техн. наук, професор,

**Т. В. Шаманіна**, д-р філософії (техн. науки),

**В. В. Чорі**, аспірант

Національний університет «Одеська політехніка», м. Одеса

## **ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОКУЛО-МОТОРНОЇ СИСТЕМИ ЛЮДИНИ НА ОСНОВІ РЯДУ ВОЛЬТЕРРИ: ЗАСТОСУВАННЯ В СИСТЕМІ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ**

Отримала подальший розвиток інформаційна технологія біометричної ідентифікації особистості за рахунок використання в якості джерела первинних даних інформаційних моделей окуло-моторної системи (ОМС) типу «вхід-вихід» на основі рядів Вольтерри. Для побудови моделей застосовується технологія айтрекінгу. Здійснено експериментальні дослідження ОМС двох респондентів. На основі даних, отриманих за допомогою айтрекера Tobii Pro TX300, визначено перехідні функції першого, другого та третього порядків ОМС при застосуванні моделі у вигляді ряду Вольтерри. Це дозволяє підвищити точність моделювання ОМС і, як наслідок, підвищити достовірність розпізнавання в просторі запропонованих евристичних ознак, які визначаються за допомогою інтегральних і диференціальних перетворень багатовимірних перехідних функцій ОМС, що значно спрощує визначення ознак та практичну реалізацію байесівського класифікатора.

Виявлено високу варіативність перехідних функцій другого та третього порядків для двох респондентів. Таким чином, представляється доцільним використовувати багатовимірні перехідні функції для біометричної ідентифікації.

Запропоновано множину евристичних ознак, які визначаються на основі отриманих за даними айтрекінгу багатовимірних перехідних функцій. Досліджено інформативність окремих ознак та їх комбінацій в парах. Знайдено двовимірні простори ознак з максимальним значенням показника імовірності правильного розпізнавання при вирішенні задачі біометричної ідентифікації особистості ( $P_{max} = 0,974$ ). Результати досліджень отримано за допомогою побудови байесівських класифікаторів у різних просторах запропонованих ознак засобами машинного навчання на основі даних сформованих навчальних вибірок.

**Ключові слова:** *біометрична ідентифікація, окуло-моторна система, технологія айтрекінгу, ряди Вольтерри, багатовимірні перехідні функції, байесівський класифікатор, системи захисту інформації.*

**Вступ.** Для успішного вирішення задач управління, контролю і діагностики в медичних застосуваннях важливо мати ефективні ме-

тоди ідентифікації окуло-моторної системи (ОМС) людини. Не маючи адекватної математичної моделі ОМС, що враховує індивідуальні властивості людини, неможливо створювати сучасні програмні засоби з розширеним набором персоналізованих можливостей, наприклад, медичні і спортивні тренажери, авторизований доступ до даних, тестування людино-машинних систем та ін. [1-5].

Основою для створення математичної (інформаційної) моделі досліджуваного об'єкту є результати вимірювань його вхідних і вихідних змінних, і вирішення задачі ідентифікації пов'язаний з отриманням експериментальних даних та їх обробкою з урахуванням шумів вимірювань [6, 7].

Ефективність використання сучасних методів ідентифікації, в значній мірі залежить від адекватності застосовуваних математичних моделей реальним об'єктам. В якості інформаційної моделі об'єктів живої природи (у тому числі і ОМС), що розглядаються як «чорний ящик», використовуються інтегрозастепеневі ряди та поліноми Вольтерри [7]. При цьому нелінійні і динамічні властивості досліджуваного об'єкта однозначно описуються послідовністю інваріантних відносно виду вхідного сигналу багатовимірних вагових функцій — ядер Вольтерри.

**Метою роботи** є реалізація методів та засобів нелінійної динамічної ідентифікації ОМС «вхід-вихід» за даними айтрекінгу на основі ряду Вольтерри у вигляді багатовимірних перехідних функцій та їх застосуванню для розпізнавання особистості в системі захисту інформації, що підвищує достовірність результатів розпізнавання.

**1. Моделі нелінійних динамічних систем (НДС) у вигляді поліномів і рядів Вольтерри.** Область застосування моделей у вигляді рядів Вольтерри обмежується слабонелінійним режимом роботи, тобто роботою НДС при малих амплітудах вхідних сигналів або невеликою нелінійністю [6]. При цьому результати моделювання справедливі в області збіжності ряду Вольтерри. Для опису суттєво нелінійної системи використовуються поліноми Вольтерри [7-9]. Теорема, що доведена М. Фреше (M. Frechet) [7], обґрунтовує принципову можливість такого наближення. Проте, теорема не дає конструктивних алгоритмів побудови поліномів Вольтерри за даними експериментів «вхід-вихід». Метод побудови апроксимаційної моделі у вигляді поліному Вольтерри застосовується для суттєво нелінійних систем і дозволяє моделювати НДС в заданому інтервалі амплітуд вхідних сигналів, за межею радіусу збіжності ряду Вольтерри [9]. Таким чином розширюється область застосування інтегро-степеневих моделей для опису НДС в координатах «вхід-вихід». Згідно з теоремою Фреше:

*Для будь-якого неперервного оператора  $F[x(t)]$ , визначеного на компактній множині функцій  $x(t)$ , існує послідовність інтегральних поліномів зростаючих ступенів, яка рівномірно збігається до оператора  $F$ .*

По суті, теорема Фреше є функціональним аналогом апроксимаційної теореми Вейерштрасса. Як показав Вейерштрасс, будь-яку неперервну функцію, про похідні якої немає необхідності робити будь-які припущення, завжди можливо наближено представити з якою завгодно точністю поліномами. Підвищення точності, звичайно, вимагає, як в формулі Тейлора, підвищення ступеня апроксимуючого полінома  $N$ . Але і в цьому відношенні є істотна відмінність між обома методами. Поліпшення наближення за допомогою поліномів Тейлора досягається одним тільки збільшенням членів вищого рівня до вже знайденого поліному Тейлора більш низького ступеня. На противагу цьому, при бажанні поліпшити наближення довільної неперервної функції по Вейерштрасу завжди необхідно заново визначити весь апроксимуючий поліном. Відзначимо ще, що метод Тейлора дає явні формули, часто зручні для практичного застосування, між тим апроксимаційна теорема Вейерштрасса містить тільки твердження про існування наближення. Ця теорема стверджує:

*Нехай функція  $f(x)$  неперервна в замкнутому інтервалі  $a \leq x \leq b$ . Тоді для будь-якої наперед заданої межі точності  $\varepsilon > 0$  існує такий поліном  $P(x)$ , що  $|f(x) - P(x)| < \varepsilon$  на всьому інтервалі  $a \leq x \leq b$ . Ступінь цього поліному  $N$  необмежено зростає при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .*

Формула Тейлора (формула наближеного уявлення функції) дає можливість більш точно дослідити хід зміни функції  $f(x)$  в околі значення  $x = a$  або поведінку заданої кривої в оточенні будь-якої її точки, так як вона являє приріст функції при переході до сусідньої точки в вигляді суми величин першого, другого, третього порядку і т.д.

Тому методи ідентифікації НДС на основі рядів та поліномів Вольтерри відрізняються обчислювальними методами і являють собою принципово різні підходи до моделювання НДС.

У роботі застосовується модель на основі ряду Вольтерри, яка виявляє індивідуальні особливості об'єкта досліджень в області збіжності ряду (побудована модель не залежить від вхідних сигналів). Тому ряд Вольтерри використовується при вирішенні задачі біометричної ідентифікації (для розпізнавання особистості).

**2. Метод ідентифікації ОМС на основі дискретного ряду Вольтерри.** Для неперервної нелінійної динамічної системи з одним входом і одним виходом співвідношення «вхід-вихід» можна представити дискретним рядом Вольтерри у формі [7]:

$$\begin{aligned}
 y[m] &= \sum_{n=1}^{\infty} y_n[m] = \\
 &= \sum_{k_1=0}^m w_1[k_1]x[m-k_1] + \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^m w_2[k_1, k_2]x[m-k_1]x[m-k_2] + \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$+ \sum_{k_1=0}^m \sum_{k_2=0}^m \sum_{k_3=0}^m w_3[k_1, k_2, k_3] x[m-k_1] x[m-k_2] x[m-k_3] + \dots,$$

де

$$y_n[m] = \sum_{k_1=0}^m \dots \sum_{k_n=0}^m w_n[k_1, \dots, k_n] \prod_{i=1}^n x[m-k_i], \quad (2)$$

$y_n[m]$  — парціальні складові відгуку ОМС (згортка послідовностей  $n$ -го порядку  $w_n[k_1, \dots, k_n]$  і  $x[m]$ );  $w_1[k_1]$ ,  $w_2[k_1, k_2]$ ,  $w_3[k_1, k_2, k_3]$  — дискретні вагові функції (ядра Вольтерри) першого, другого і третього порядків;  $x[m]$ ,  $y[m]$  — вхідні (стимули) та вихідні (відгуки) функції (сигнали) ОМС, відповідно;  $m$  — дискретна змінна часу.

На практиці ряд Вольтерри замінюється поліномом і зазвичай обмежується кількома першими членами ряду. У даному дослідженні обмежуємося першими трьома членами ряду (вибрано ступінь полінома Вольтерри  $N = 3$ ).

Задача ідентифікації полягає у виборі тестових сигналів  $x[m]$  і розробці алгоритму, який дозволяє визначати парціальні складові  $y_n[m]$ , ( $n = 1, 2, 3$ ) на основі отриманих відгуків  $y[m]$  і визначити за ними багатовимірні ядра Вольтерри:  $w_1[k_1]$ ,  $w_2[k_1, k_2]$ ,  $w_3[k_1, k_2, k_3]$ .

Якщо тестовий сигнал  $x[m] = \theta[m]$ , де  $\theta[m]$  — одинична функція, то парціальні складові відгуку  $y_1[m]$ ,  $y_2[m]$ ,  $y_3[m]$  є перехідними функціями першого порядку ( $h_1[m]$ ) та діагональними перетинами другого —  $h_2[m, m]$ ) та третього —  $h_3[m, m, m]$  порядків, відповідно:

$$\begin{aligned} y_1[m] &= h_1[m] = \sum_{k_1=0}^m w_1[m-k_1], \\ y_2[m] &= h_2[m, m] = \sum_{k_1, k_2=0}^m w_2[m-k_1, m-k_2], \\ y_3[m] &= h_3[m, m, m] = \sum_{k_1, k_2, k_3=0}^m w_3[m-k_1, m-k_2, m-k_3]. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут зауважимо, що багатовимірні перехідні функції ОМС  $h_1[m]$ ,  $h_2[m, m]$ ,  $h_3[m, m, m]$ , що отримано на основі ряду Вольтерри, можуть значно відрізнятися від перехідних функцій в апроксимаційній моделі на основі полінома Вольтерри [10].

Відгуки поліноміальної моделі ОМС у вигляді відрізка ряду Вольтерри ступеня  $N = 3$  на вхідну ступінчасту функцію амплітудою  $a_j$  обчислюються за формулою:

$$\tilde{y}_j[m] = a_j y_1[m] + a_j^2 y_2[m] + a_j^3 y_3[m], \quad j = \overline{1, N}, \quad (4)$$

або

$$\tilde{y}_j[m] = a_j h_1[m] + a_j^2 h_2[m, m] + a_j^3 h_3[m, m, m].$$

В дисертаційному дослідженні використовується апроксимаційний метод ідентифікації [11]. Апроксимаційний метод ідентифікації НДС у часовій області ґрунтується на виділенні з відгуку НДС  $n$ -ої ПС за допомогою побудови лінійних комбінацій відгуків на тестові сигнали з різними амплітудами.

Справедливе наступне твердження, доведення якого для ідентифікації неперервної НДС дається в [11]:

Нехай на вхід системи по черзі подаються тестові сигнали  $a_1 x[m], a_2 x[m], \dots, a_N x[m]$  ( $N$  — ступінь;  $a_1, a_2, \dots, a_N$  — різні дійсні числа, які задовольняють умові  $|a_i| \leq 1$  для  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $x[m]$  — довільна функція), тоді лінійна комбінація відгуків НДС на ці впливи дорівнює  $n$ -ої ПС відгуку на вхідний сигнал  $x[m]$ . При цьому виникає методична похибка через ПС відгуку ОМС вищих порядків  $n > N$ :

$$\sum_{j=1}^N c_j y(a_j x[m]) = y_n(x[m]) + \sum_{j=1}^N c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} y_n(a_j x[m]), \quad (5)$$

де

$$y_n(x[m]) = y_n[m];$$

$$y(a_j x[m]) = \sum_{n=1}^{\infty} a_j^n \sum_{k_1=0}^m \dots \sum_{k_n=0}^m w_n[k_1, \dots, k_n] \prod_{i=1}^n x[m - k_i];$$

якщо  $c_j$  — дійсні коефіцієнти такі, що

$$A_N \mathbf{c} = \mathbf{b}, \quad (6)$$

де

$$A_N = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^N & a_2^N & \dots & a_N^N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_N \end{bmatrix},$$

тут  $b_l = 1$  при  $l = n$ ;  $b_l = 0$  при  $l \neq n$ ,  $\forall l \in \{1, 2, \dots, N\}$ .

В окремих випадках, маємо:

для  $N = 2$ :

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(1)} \\ c_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(2)} \\ c_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

для  $N = 3$ :

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(1)} \\ c_2^{(1)} \\ c_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(2)} \\ c_2^{(2)} \\ c_3^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^{(3)} \\ c_2^{(3)} \\ c_3^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Система рівнянь (6) завжди має розв'язок, причому єдиний, оскільки її детермінант тільки множником  $a_1, a_2, \dots, a_N$  відрізняється від детермінанта Вандермонда. Таким чином, при будь-яких дійсних числах  $a_j$ , відмінних від нуля і попарно різних, можна знайти числа  $c_j$ , за яких лінійна комбінація (5) з відгуків НДС дорівнює  $n$ -му члену ряду Вольтерри з точністю до відкинутих членів ряду порядку  $N + 1$  й вище. При виконанні вказаних умов формування СЛАР (6), отримуємо співвідношення (5).

Оцінки перехідних функцій отримуємо наступним чином:

$$\hat{h}_n[m, \dots, m] = \hat{y}_n[m] = \sum_{j=1}^N c_j^{(n)} y(a_j \theta[m]) = \quad (7)$$

$$= c_1^{(n)} y_{a_1}[m] + c_2^{(n)} y_{a_2}[m] + \dots + c_N^{(n)} y_{a_N}[m], \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

де  $y_{a_j}[m] = y(a_j \theta[m])$  — відгуки ОМС на тестовий сигнал з амплітудою  $a_j$ .

В окремих випадках маємо:

для  $N = 2$ :

$$\hat{h}_1^{(2)}[m] = \hat{y}_1[m] = \sum_{j=1}^2 c_j^{(1)} y(a_j \theta[m]) = c_1^{(1)} y_{a_1}[m] + c_2^{(1)} y_{a_2}[m], \quad (8)$$

$$\hat{h}_2^{(2)}[m, m] = \hat{y}_2(t) = \sum_{j=1}^2 c_j^{(2)} y(a_j \theta[m]) = c_1^{(2)} y_{a_1}(t) + c_2^{(2)} y_{a_2}(t); \quad (9)$$

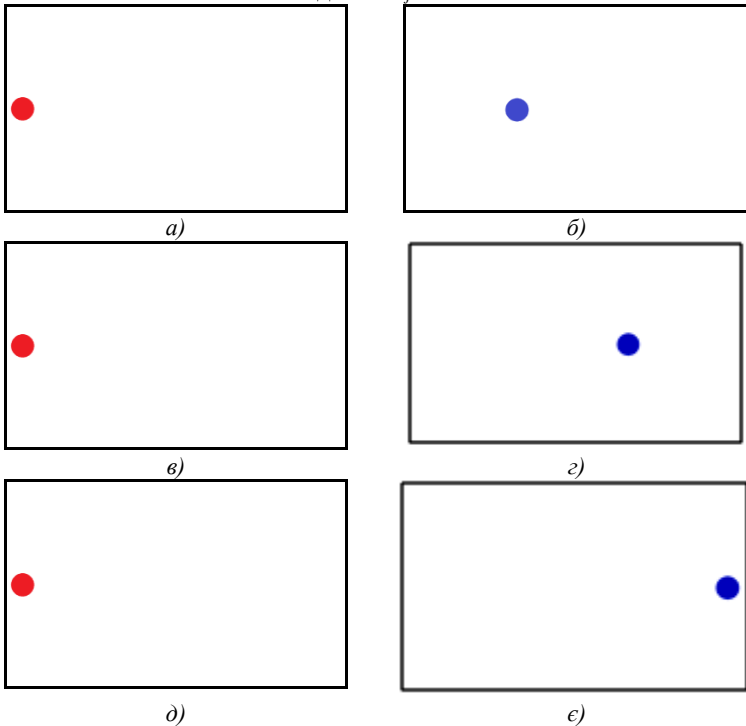
для  $N = 3$ :

$$\hat{h}_1^{(3)}[m] = \hat{y}_1[m] = \sum_{j=1}^3 c_j^{(1)} y(a_j \theta[m]) = c_1^{(1)} y_{a_1}(t) + c_2^{(1)} y_{a_2}(t) + c_3^{(1)} y_{a_3}(t), \quad (10)$$

$$\hat{h}_2^{(3)}[m, m] = \hat{y}_2[m] = \sum_{j=1}^3 c_j^{(2)} y(a_j \theta[m]) = c_1^{(2)} y_{a_1}(t) + c_2^{(2)} y_{a_2}(t) + c_3^{(2)} y_{a_3}(t), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \hat{h}_1^{(3)}[m, m, m] &= \hat{y}_3[m] = \sum_{j=1}^3 c_j^{(3)} y(a_j \theta[m]) = \\ &= c_1^{(3)} y_{a_1}(t) + c_2^{(3)} y_{a_2}(t) + c_3^{(3)} y_{a_3}(t). \end{aligned} \quad (12)$$

**3. Експериментальні дослідження ОМС «вхід-вихід»: визначення багатовимірних перехідних функцій.** Для реалізації запропонованих методів побудови непараметричних нелінійних динамічних моделей ОМС на основі ряду Вольтерри із застосуванням інноваційної технології айтрекінгу використовуються тестові візуальні стимули, що відображаються на моніторі комп'ютера на різних відстанях  $x_j$  від стартової позиції  $x_0$  (рис. 1). Такий тестовий сигнал еквівалентний вхідному ступінчастому сигналу відповідної амплітуди  $a_j$ , що визначається значенням відстані  $x_j$ .



**Рис. 1.** Тестові візуальні стимули для  $L=3$ :  
а, в, д — стартові позиції; б, з, е — позиції тестових стимулів

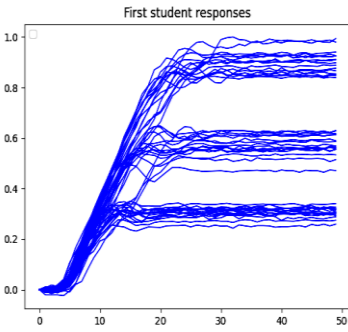
Експериментальні дослідження ОМС здійснено з використанням високотехнологічного обладнання — айтрекера Tobii Pro TX300 (300 Hz), наданого Центром інновацій та просунутих технологій Люблінського технологічного університету (Люблін, Польща), Організація та методика експериментальних досліджень із застосуванням технології айтрекінгу детально описані в [12].

Експериментальні дослідження респондентів проводились в різний час і в різні дні. Один повний цикл досліджень ОМС для одного респондента складається в даному випадку з трьох експериментів при різних амплітудах тестових сигналів  $a_1$ ,  $a_2$  та  $a_3$  (рис. 1). На рис. 2 наведено відгуки ОМС одного респондента на виході айтрекера в координатах «Координата зіниці ока по горизонталі» — «Час» в процесі слідування за візуальними стимулами.

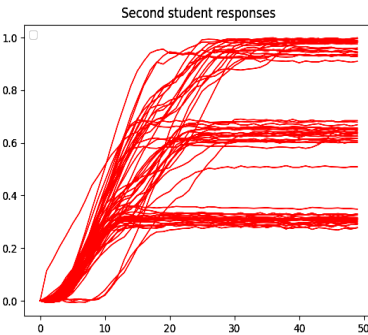


**Рис. 2.** Відгуки ОМС індивіда на візуальні стимули різної амплітуди

Графіки перехідних процесів для відгуків ОМС, отриманих при різних амплітудах тестових сигналів для респондента 1 (16 повних циклів досліджень ОМС) та для респондента 2 (22 повних циклів досліджень ОМС) після передобробки, наведені на рис. 3 і рис. 4, відповідно.



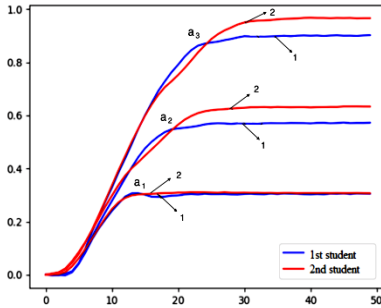
**Рис. 3.** Відгуки ОМС індивіда 1 на візуальні стимули з амплітудами  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$



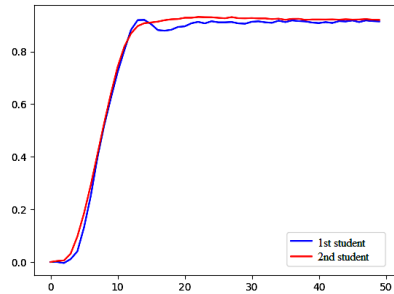
**Рис. 4.** Відгуки ОМС індивіда 2 на візуальні стимули з амплітудами  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$



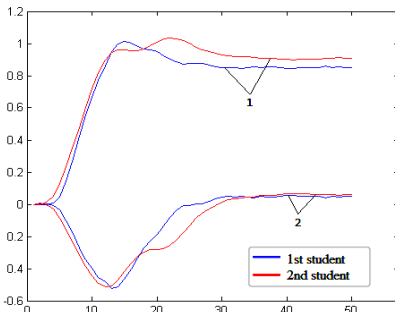
За усередненими даними відгуків ОМС на візуальні стимули з різною відстанню від стартової позиції (формально це відповідає тестовим сигналам різної амплітуди), графіки яких наведено рис. 5, визначено перехідні функції ОМС при використанні моделей на основі відрізка ряду Вольтерри (1) у вигляді поліномів різного ступеня  $N$  ( $N = 1, 2, 3$ ). Графіки перехідних функцій ОМС першого порядку для респондента 1 та респондента 2 при  $N = 1$  наведено на рис. 6; перехідних функцій першого та другого порядку для двох респондентів при  $N = 2$  — на рис. 7 і перехідних функцій першого, другого та третього порядку при  $N = 3$  — на рис. 8.



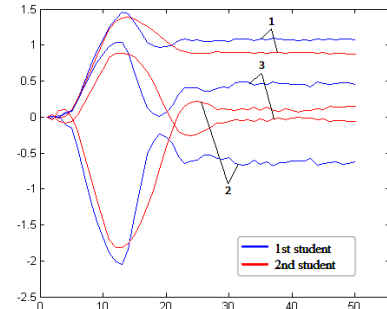
**Рис. 5.** Усереднені відгуки ОМС: 1 — індивіда 1; 2 — індивіда 2



**Рис. 6.** Перехідні функції першого порядку ОМС для моделі при  $N=1$ : 1 — індивіда 1; 2 — індивіда 2



**Рис. 7.** Перехідні функції ОМС: 1 — першого; 2 — другого порядку для моделі при  $N = 2$  для двох індивідів



**Рис. 8.** Перехідні функції ОМС: 1 — першого; 2 — другого; 3 — третього порядку для моделі при  $N = 3$  для двох індивідів

**4. Аналіз варіативності перехідних функцій ОМС для різних індивідів.** Аналіз мінливості (варіативності) перехідних функцій ОМС різних порядків, отриманих на основі обробки усереднених

даних відгуків для двох інформантів: респондента 1 —  $\hat{y}_n^{(1)}[m]$  та респондента 2 —  $\hat{y}_n^{(2)}[m]$ , засновано на розрахунку показника — стандартного відхилення відгуків ОМС:

$$\varepsilon_{nN} = \left( \frac{1}{M} \sum_{m=0}^M \left( \hat{y}_n^{(1)}[m] - \hat{y}_n^{(2)}[m] \right)^2 \right)^{1/2}, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (13)$$

де  $M$  — інтервал спостереження.

Результати розрахунку показника  $\varepsilon_{nN}$  представлені діаграмою рис. 9. Як можна бачити з рис. 9, отримані перехідні функції першого порядку для індивідів 1 та 2 змінюються не суттєво. Проте, діагональні перетини перехідних функцій другого та третього порядків істотно змінюються за величиною, отже, в подальшому можуть ефективно використовуватися, як джерело первинних даних, для побудови апаратно-програмних засобів біометричної ідентифікації користувачів комп'ютерних систем.

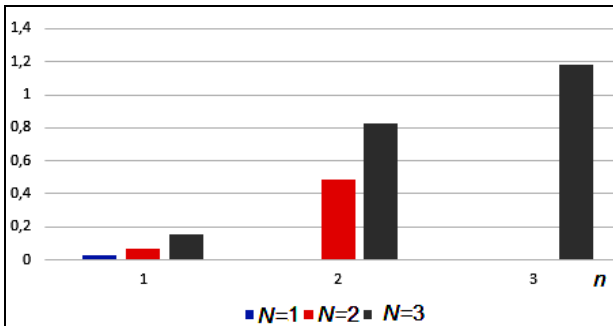


Рис. 9. Діаграма відхилень БПФ для двох індивідів за показником  $\varepsilon_{nN}$

Одержані за допомогою айтрекінгу експериментальні дані використано при побудові математичних моделей ОМС на основі рядів Вольтерри у вигляді БПФ, які застосовуються в якості джерела інформації при побудові класифікаторів в інформаційній системі біометричної ідентифікації особистості.

**5. Побудова байєсівського класифікатора для біометричної ідентифікації.** Для біометричної ідентифікації особистості на основі моделі ОМС у вигляді перехідних функцій першого порядку —  $h_1(m)$ , та діагональних перетинів перехідних функцій другого та третього порядків —  $h_2(m, m)$ ,  $h_3(m, m, m)$  було сформовано тренувальні вибірки даних для двох респондентів за допомогою запропонованих евристичних ознак, що визначаються на основі отриманих БПФ. Тренувальні вибірки даних використовуються для побудови класифікаторів психофізіологічних станів людини за допомогою засобів машинного навчання [13].

Для розпізнавання об'єктів двох класів (випадок дихотомії), використовується зміщена дискримінантна функція байєсівського класифікатора виду [13]:

$$d(x) = \frac{1}{2} x'(S_2^{-1} - S_1^{-1})x + (S_1^{-1}m_1 - S_2^{-1}m_2)'x + \frac{1}{2} (m_1'S_1^{-1}m_1 - m_2'S_2^{-1}m_2 + \ln \frac{|S_2|}{|S_1|}) + \lambda_{\max}, \quad (14)$$

де  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$  — вектор ознак,  $n$  — розмірність простору ознак,  $m_i$  — вектор математичних очікувань ознак класу  $i$ ,  $i = 1, 2$ ;  $S_i = M[(x - m_i)(x - m_i)']$  — коваріаційна матриця для класу  $i$  ( $M[\ ]$  — операція математичного очікування).  $S_i^{-1}$  — матриця, обернена до  $S_i$ ,  $|S_i|$  — визначник матриці  $S_i$ ,  $\lambda_{\max}$  — поріг класифікації що забезпечує найбільшу ІПР для об'єктів з екзаменаційної (навчальної) вибірки.

Аналіз достовірності розпізнавання особистості в просторі ознак, розрахованих на основі БПФ, полягає у формуванні всіх можливих комбінацій ознак та оцінці їх інформативності на основі результатів класифікації досліджуваної вибірки даних з використанням критерію імовірності правильного розпізнавання (ІПР) [14]. Таким чином, методом повного перебору були досліджені всі можливі пари ознак.

Байєсівський класифікатор особистості у двовимірному просторі ознак забезпечує максимальну ІПР ( $P_{\max}$ ) при наступних комбінаціях ознак, які визначено:

- на основі моделі Вольтерри при  $N = 2$ :

$$\left( x_{13} = \arg \min_{m \in [0, M]} h_2'[m, m] \ \& \ x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m] \right), \quad (15)$$

або

$$\left( x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m] \ \& \ x_{16} = \max_{m \in [0, M]} |h_1[m]| \right), \quad (16)$$

при цьому  $P_{\max} = 0,9737$ ;

$$\left( x_1 = \sum_{m=1}^M |h_1[m]| \ \& \ x_6 = \max_{m \in [0, M]} h_2'[m, m] \right), \quad (17)$$

при цьому  $P_{\max} = 0,9474$ ;

- на основі моделі Вольтерри при  $N = 3$ :

$$\left( x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m] \ \& \ x_{14} = \min_{m \in [0, M]} h_3'[m, m, m] \right), \quad (18)$$

при цьому ІПР  $P_{\max} = 0,973$ ;

$$\left( x_6 = \max_{m \in [0, M]} h_2'[m, m] \ \& \ x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m] \right), \quad (19)$$

при цьому ППР  $P_{\max} = 0,9474$ .

Здійснено аналіз стабільності показника інформативності різних просторів ознак. Для цього було створено випадкові вибірки із гаусівським розподілом щільності імовірності, де стандартне відхилення розподілу дорівнює добутку середнього значення вектора ознак на рівні шуму (1% і 5%). Результати аналізу стійкості ППР представлено в табл. 1.

Таблиця 1

*Значення ППР (%) для класифікаторів в просторах ознак з різним рівнем шуму*

Рівень шуму, %	$x_{10} \ \& \ x_{14}$	$x_6 \ \& \ x_{10}$	$x_6 \ \& \ x_{14}$	$x_8 \ \& \ x_{10}$	$x_{10} \ \& \ x_{16}$	$x_{10} \ \& \ x_{18}$	$x_{10} \ \& \ x_{20}$	$x_{10} \ \& \ x_{19}$
0	97.37	94.74	92.11	92.11	92.11	92.11	92.11	92.11
1	97.37	96.05	90.35	92.11	91.67	92.98	92.11	89.47
5	92.98	91.23	82.89	88.6	89.47	92.11	90.35	90.79

Отже, найбільш завадостійкими за показником інформативності комбінаціями ознак маємо такі:

$$\left( x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m] \ \& \ x_{14} = \min_{m \in [0, M]} h_3'[m, m, m] \right),$$

$$\left( x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m] \ \& \ x_{18} = \max_{m \in [0, M]} |h_2[m, m]| \right),$$

$$\left( x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m] \ \& \ x_{20} = \max_{m \in [0, M]} |h_3[m, m, m]| \right).$$

Ці комбінації ознак забезпечують стійкість величини  $P_{\max}$  як при низькому (1%), так і при високому (5%) рівні шуму. При цьому окремо ці ознаки дають наступні значення ППР:

$$x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1'[m], \ P_{\max} = 0.868;$$

$$x_{14} = \min_{m \in [0, M]} h_3'[m, m, m], \ P_{\max} = 0.737;$$

$$x_{18} = \max_{m \in [0, M]} |h_2[m, m]|, \ P_{\max} = 0.711;$$

$$x_{20} = \max_{m \in [0, M]} |h_3[m, m, m]|, \ P_{\max} = 0.632.$$

У табл. 2 відображені помилки типу I та типу II вибраних пар ознак.

Таблиця 2

*Значення помилок типу I та типу II для просторів*

Тип помилки	$x_{10}$ & $x_{14}$	$x_{10}$ & $x_{18}$	$x_{10}$ & $x_{20}$
Тип I, $\alpha$	0	1	0
Тип II, $\beta$	1	2	3

**6. Побудова класифікатора на основі методу опорних векторів.** Близькі результати були отримані за допомогою машинного навчання на основі методу опорних векторів (Support Vector Machine — SVM) [13], що визначено:

- на основі моделі Вольтерри при  $N = 2$ :

$$\left( x_{13} = \arg \min_{m \in [0, M]} h_2^i[m, m] \ \& \ x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1^i[m] \right) \quad (20)$$

або

$$\left( x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1^i[m] \ \& \ x_{16} = \max_{m \in [0, M]} |h_1[m]| \right), \quad (21)$$

при цьому  $P = 0,947$ ;

$$\left( x_1 = \sum_{m=1}^M |h_1[m]| \ \& \ x_6 = \max_{m \in [0, M]} h_2^i[m, m] \right), \quad (22)$$

при цьому  $P = 0,921$ ;

- на основі моделі Вольтерри при  $N = 3$ :

$$\left( x_{10} = \min_{m \in [0, M]} h_1^i[m] \ \& \ x_{14} = \min_{m \in [0, M]} h_3^i[m, m, m] \right), \quad (23)$$

при цьому  $P = 0,974$ .

Класифікатор на основі SVM побудовано з використанням поліноміального ядра  $K(x, x')$  другого порядку:

$$K(x, x') = \langle \langle x, x' \rangle + 1 \rangle^d, \quad (24)$$

де  $d$  — параметр,  $d = 2$ .

Для застосування SVM використовувалася бібліотека Scikit-learn (клас `sklearn.svm.SVC`). Для оцінки показників надійності розпізнавання використовувалися функції модуля `sklearn.metrics`.

Результати оцінки ефективності класифікаторів, побудованих за допомогою SVM, у просторах ознак  $(x_{10}, x_{14})$ ,  $(x_{10}, x_{18})$ ,  $(x_{10}, x_{20})$ , представлено у табл. 3.

Таблиця 3

*Метрики оцінки ефективності класифікаторів,  
побудованих за допомогою SVM*

<b>Error Type</b>	<b><math>x_{10}</math> &amp; <math>x_{14}</math></b>	<b><math>x_{10}</math> &amp; <math>x_{18}</math></b>	<b><math>x_{10}</math> &amp; <math>x_{20}</math></b>
Type I, $\alpha$	1	4	4
Type II, $\beta$	0	0	0
PCR, $\frac{TP + TN}{TP + FP + FN + TN}$	0.9737	0.8947	0.8947
Recall, $\frac{TP}{TP + FN}$	1	1	1
Precision, $\frac{TP}{TP + FP}$	0.9565	0.8462	0.8462
F1-Score, $\frac{2 * precision * recall}{precision + recall}$	0.9778	0.9167	0.9167

**Висновки.** Запропоновано і теоретично обґрунтовано формальні співвідношення, які представляють універсальні вирази для оцінки діагональних перетинів багатовимірних перехідних функцій ( $n$ -вимірних інтегралів від ядер Вольтерри) ОМС у вигляді лінійної комбінації відгуків ОМС на тестові візуальні стимули, що дало змогу алгоритмізувати і спростити програмну реалізацію процедури ідентифікації.

Здійснено експериментальні дослідження ОМС для двох респондентів з використанням інноваційної технології айтрекінгу. Отримані емпіричні дані за допомогою айтрекера Tobii Pro TX300 використані для ідентифікації ОМС у вигляді перехідних функцій першого, та діагональних перетинів другого і третього порядків. Виявлено варіативність БПФ ОМС для різних індивідів, що дає можливість застосування отриманих БПФ для біометричної ідентифікації особистості.

Запропоновано множину евристичних ознак, які визначаються на основі отриманих за даними айтрекінгу багатовимірних перехідних функцій. Досліджено інформативність окремих ознак та їх комбінацій в парах. Знайдено двовимірні простори ознак з максимальним значенням показника імовірність правильного розпізнавання при вирішенні задачі біометричної ідентифікації особистості ( $P_{max} = 0,974$ ). Результати досліджень отримано за допомогою побудови байесівських класифікаторів у різних просторах запропонованих ознак засобами машинного навчання на основі даних сформованих начальних вибірок.

### Список використаних джерел:

1. Lohr D., Griffith H., Komogortsev O. V. Eye Know You: Metric Learning for End-to-end Biometric Authentication Using Eye Movements from a Longitu-

- dinal Dataset. *IEEE Transactions on Biometrics, Behavior and Identity Science*. 2022. P. 1-18.
2. Brasil A. R. A., Andrade J. O., Komati K. S. Eye Movements Biometrics: A Bibliometric Analysis from 2004 to 2019. *International Journal of Computer Applications*. 2020. Vol. 176, № 24. P. 1-9.
  3. Friedman L., Rigas I., Abdulin E., Komogortsev O. V. A novel evaluation of two related and two independent algorithms for eye movement classification during reading. *Behavior Research Methods*. 2018. Vol. 50, № 4. P. 1374-1397.
  4. Cantoni V., Galdi C., Nappi M., Porta M., Riccio D. Gant: gaze analysis technique for human identification. *Pattern Recognition*. 2015. Vol. 48, № 4. P. 1027-1038.
  5. Yoon H.-J., Carmichael T. R., Tourassi G. Gaze as a biometric. *SPIE Medical Imaging*, San Diego, California, USA / ed. by C. R. Mello-Thoms, M. A. Kupinski. 2014.
  6. Матвійчук Я. М. Математичне макромодельювання динамічних систем: теорія та практика. Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2000. 236 с.
  7. Doyle F. J. I., Pearson R. K., Ogunnaike B. A. Identification and Control Using Volterra Models (Communications and Control Engineering). Springer, 2001. 314 p.
  8. Суворов С. Г. Аппроксимация нелинейных операторов рядами Вольтерра в многомерном случае. *Український математичний вісник*. 2005. Т. 2. № 3. С. 418-441.
  9. Apartsyn A. S., Solodusha S. V., Spiryaev V. A. Modeling of Nonlinear Dynamic Systems with Volterra Polynomials. *International Journal of Energy Optimization and Engineering*. 2013. Vol. 2, № 4. P. 16-43.
  10. Pavlenko V. D., Shamanina T. V., Chori V. V. Nonlinear Dynamics Identification of the Oculo-Motor System based on Eye Tracking Data. *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*. 2021. Vol. 15. P. 569-577.
  11. Pavlenko V., Pavlenko S. Deterministic identification methods for nonlinear dynamical systems based on the Volterra model. *Applied Aspects of Information Technology*. 2018. Vol. 1. № 1. P. 9-29.
  12. Pavlenko V. D., Milosz M., Dzienkowski M. Identification of the oculo-motor system based on the Volterra model using eye tracking technology. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1603.
  13. Vapnik V. N. Complete Statistical Theory of Learning. *Automation and Remote Control*. 2019. Vol. 80, № 11. P. 1949-1975.
  14. Файнзильберг Л. С. Математические методы оценки полезности диагностических признаков. Киев: Освіта України, 2010. 152 с.

## **IDENTIFICATION OF THE HUMAN OCULO-MOTOR SYSTEM BASED ON THE VOLTERRA SERIES: APPLICATION IN THE INFORMATION SECURITY SYSTEM**

The information technology of biometric identification of a person has received further development due to the use as a source of primary data of information models of the oculo-motor system (OMS) of the «input-output» type based on the Volterra series. Eye-tracking technology is used to build models. Experimental studies of the OMS of two respondents were carried out. Based

on the data obtained with the Tobii Pro TX300 eye-tracker, the transient functions of the first, second and third orders of the OMS when applying the Volterra series model were determined. This makes it possible to increase the accuracy of OMS modeling and, as a result, to increase the reliability of recognition in the space of the proposed heuristic features, which are determined using integral and differential transformations of multidimensional transient functions of OMS, which greatly simplifies the identification of features and the practical implementation of the Bayesian classifier.

A high variability of the transient functions of the second and third orders for two respondents was revealed. Thus, it seems appropriate to use multidimensional transient functions for biometric identification.

A set of heuristic features are proposed, which are determined on the basis of multidimensional transient functions obtained from eye-tracking data. The informativeness of individual features and their combinations in pairs was investigated. Two-dimensional feature spaces with the maximum value of the probability of correct recognition indicator when solving the problem of biometric identification of a person were found ( $P_{max} = 0.974$ ). The research results were obtained using the construction of Bayesian classifiers in different spaces of the proposed features by means of machine learning based on the data of the formed training samples.

**Key words:** *biometric identification, oculo-motor system, eye tracking technology, Volterra series, multidimensional transition functions, Bayesian classifier, information protection systems.*

Отримано: 31.10.2022