

УДК 681.5.015.52

DOI: 10.32626/2308-5916.2024-25.63-77

В. Д. Павленко, д-р техн. наук, професор,

Д. К. Лукашук, аспірант

Національний університет «Одеська політехніка», м. Одеса

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОКУЛО-МОТОРНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ МОДЕЛЕЙ ВОЛЬТЕРРИ

Інтегральні нелінійні моделі використовуються для створення математичних моделей окуло-моторної системи (ОМС) людини. Моделі враховують як інерційні, так і нелінійні властивості об'єктів досліджень. Для отримання емпіричних даних для побудови моделі здійснюються експериментальні дослідження з ОМС «вхід-вихід». В якості тестових сигналів використовуються візуальні стимули, які відображаються на моніторі комп'ютера на різних відстанях від стартової позиції, що формально відповідає дії на об'єкт дослідження ступінчатих сигналів з різною амплітудою. При цьому відгуки ОМС реєструються із застосуванням інноваційної технології айтрекінгу. Для комп'ютерного моделювання ОМС використовуються математичні моделі у вигляді рядів і поліномів Вольтерри. Мета даного дослідження полягає в аналізі точності ідентифікації ОМС у вигляді багатовимірних перехідних функцій на основі даних айтрекінгу, залежності похибок їх обчислення для моделей різних порядків від амплітуд використовуваних тестових сигналів та їх кількості. Предметом дослідження є різні методи ідентифікації ОМС, алгоритми і програмні засоби на Python обчислення динамічних характеристик ОМС із застосуванням технології айтрекінгу. Досліджуються методи ідентифікації: компенсаційний, апроксимаційний та метод найменших квадратів. Отримані оцінки точності моделей ОМС лінійної, квадратичної та кубічної. Найкращими за точністю моделями, що побудовані за даними реальних експериментів, виявляються квадратична або кубічна моделі ОМС, які отримані за допомогою метода МНК при використанні трьох тестових сигналів.

Ключові слова: окуло-моторна система, технологія айтрекінгу, ідентифікація, моделі Вольтерри, перехідні функції, точність комп'ютерного моделювання.

Вступ. Технологія айтрекінгу [1] (Eye-Tracking) набула значного поширення в області діагностичних досліджень нейрофізіологічного стану [2-5], в аналізі когнітивних функцій та пам'яті [6], а також для моніторингу поведінки учнів і процесів навчання [7]. Ці дослідження до-

звляють краще зрозуміти як свідомі, так і підсвідомі аспекти поведінки людини. Інформація про поведінку очей має значну теоретичну і практичну цінність, сприяючи вивченню специфіки різних професій і підвищенню ефективності діяльності людини в професійному середовищі.

Проте більшість систем, що використовують технологію айтрекінгу, потребують нових математичних методів для моделювання окуло-моторної системи (ОМС) та спеціального обладнання для проведення експериментів. Для реалізації цієї технології застосовуються спеціалізовані пристрої, які визначають координати руху очей – айтрекери (eye-trackers).

Для ефективного вирішення завдань управління, моніторингу та діагностики в медичних і психологічних дослідженнях необхідні надійні методи ідентифікації окуло-моторної системи. Без адекватної математичної моделі ОМС, яка б враховувала її нелінійні та інерційні властивості, індивідуальні особливості людини, неможливо розробити ефективні методи персоналізованого лікування [2]. Це стосується таких областей, як медичні та спортивні тренажери, тестування людино-машинних систем [8], забезпечення авторизованого доступу до даних [9, 10], тощо.

У даній роботі представлені результати дослідження точності оцінки динамічних характеристик ОМС на основі емпіричних даних, отриманих за допомогою експериментів «вхід-вихід» із застосуванням тестових візуальних стимулів та інноваційної технології айтрекінгу для реєстрації відгуків, тобто точності ідентифікації.

1. Постановка проблеми та аналіз літератури. Для математичного моделювання людини використовують інтегральні нелінійні моделі [11-13], які одночасно враховують нелінійні та інерційні властивості об'єкта дослідження. Для ідентифікації ОМС визначаються багатовимірні перехідні функції за даними експериментів «вхід-вихід» [13]. Для отримання експериментальних даних застосовується інноваційна технологія айтрекінгу, що дозволяє реєструвати відгуки ока на тестові візуальні стимули. При цьому використовуються методи ідентифікації: апроксимаційний [14, 15] і компенсаційний [14] для побудови моделі на основі ряду Вольтерри та метод найменших квадратів (МНК) [14, 16-18] – для побудови моделі на основі поліному Вольтерри. Методи ідентифікації нелінійних динамічних систем (НДС) на основі рядів та поліномів Вольтерри відрізняються методами обчислень і являють собою принципово різні підходи до моделювання НДС [15].

Метою даного дослідження є аналіз точності методів нелінійної динамічної ідентифікації ОМС на основі моделей Вольтерри за експериментальними даними айтрекінгу у вигляді багатовимірних перехідних функцій, залежності похибок їх обчислення для моделей різних порядків від амплітуд використовуваних тестових сигналів та їх кількості.

Предметом дослідження є алгоритми і програмні засоби на Python обчислення динамічних характеристик ОМС із застосуванням технології айттрекінгу, аналіз точності моделей, побудованих за допомогою різних методів ідентифікації.

2. Теоретичні передумови. В дослідженні для побудови моделі на основі ряду Вольтерри використані апроксимаційний метод [15] і компенсаційний метод [14], а для побудови моделі на основі поліному Вольтерри застосовано метод найменших квадратів [13].

Апроксимаційний метод ідентифікації. Апроксимаційний метод ідентифікації НДС (метод лінійних комбінацій відгуків) на основі ряду Вольтерри у часовій області ґрунтується на виділенні з відгуку НДС n -ої парціальної складової за допомогою побудови лінійних комбінацій відгуків на тестові сигнали з різними амплітудами.

В [14] доведено

Твердження 1. Нехай на вхід НДС по черзі подаються тестові сигнали $a_1x(t), a_2x(t), \dots, a_Nx(t)$, N – ступінь; a_1, a_2, \dots, a_N – різні дійсні числа, відмінні від нуля, які задовольняють умові $|a_j| \leq 1$ для $\forall j = 1, 2, \dots, N$; $x(t)$ – довільна функція; тоді лінійна комбінація відгуків системи на ці впливи дорівнює n -ої парціальної складової відгуку на вхідний сигнал $x(t)$ з точністю до відкинутих членів ряду Вольтерри Δ порядку $N + 1$ й вище:

$$\sum_{j=1}^N c_j y[a_j x(t)] = y_n[x(t)] + \Delta, \quad (1)$$

де

$$y_n[x(t)] = y_n(t);$$

$$y[a_j x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} a_j^n \int_0^t \dots \int_0^t w_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) \prod_{i=1}^n x(\tau_i) d\tau_i;$$

$$\Delta = \sum_{j=1}^N c_j \sum_{n=N+1}^{\infty} y_n[x(t)],$$

якщо c_j – дійсні коефіцієнти такі, що

$$A_N c = b, \quad (2)$$

де

$$A_N = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_N^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1^N & a_2^N & \dots & a_N^N \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_N \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_N \end{bmatrix},$$

тут $b_l = 1$ при $l = n$; $b_l = 0$ при $l \neq n$, $\forall l \in \{1, 2, \dots, N\}$.

Система (2) завжди має розв'язок, причому єдиний, оскільки її детермінант тільки множником $a_1 a_2 \dots a_N$ відрізняється від детермінанта Вандермонда. Таким чином, при будь-яких дійсних числах a_j , відмінних від нуля та попарно різних, можна знайти числа c_j , за яких лінійна комбінація (1) з відгуків НДС дорівнює n -му члену ряду Вольтерри з точністю до відкинутих членів ряду. При виконанні вказаних умов формування СЛАР (2), отримуємо співвідношення (1).

При дії на вході системи, що ідентифікується, тестових сигналів у вигляді ступінчатих функцій $\theta(t)$ (функцій Гевісайда) з амплітудами a_1, a_2, \dots, a_N , отримуємо оцінки діагональних перетинів перехідних функцій НДС:

$$\hat{h}_n(t, \dots, t) = \hat{y}_n(t) = \sum_{j=1}^N c_j^{(n)} y(a_j \theta(t)) = \quad (3)$$

$$= c_1^{(n)} y(t | a_1) + c_2^{(n)} y(t | a_2) + \dots + c_N^{(n)} y(t | a_N), \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

де $y(t | a_j) = y(a_j \theta(t))$ – відгуки НДС на тестовий сигнал з амплітудою a_j .

Ідентифікація НДС за допомогою метода найменших квадратів. Метод ідентифікації НДС на основі поліноміальної моделі Вольтерри у часовій області ґрунтується на апроксимації відгуку НДС $y(t)$ на довільний детермінований сигнал $x(t)$ у вигляді інтегростепеневого поліному N -го порядку (N – порядок апроксимаційної моделі):

$$y_N(t) = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n(t) = \sum_{n=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t w_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) \prod_{i=1}^n x(\tau_i) d\tau_i. \quad (4)$$

Справедливе твердження [14].

Твердження 2. Нехай на вхід НДС по черзі подаються тестові сигнали $a_1 x(t), a_2 x(t), \dots, a_L x(t)$; a_1, a_2, \dots, a_L – різні дійсні числа, що задовольняють умові $0 < |a_j| \leq 1$ для $\forall j = 1, 2, \dots, L$; $x(t)$ – довільний детермінований сигнал, тоді

$$\begin{aligned} & \tilde{y}_N(a_j x(t)) = \\ & = \sum_{n=1}^N \hat{y}_n(a_j x(t)) = \sum_{n=1}^N a_j^n \int_0^t \dots \int_0^t w_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) \prod_{i=1}^n x(\tau_i) d\tau_i = \quad (5) \\ & = \sum_{n=1}^N a_j^n \hat{y}_n(t) \text{ для } \forall j, j = 1, 2, \dots, L. \end{aligned}$$

Парціальні складові в апроксимаційній моделі $\hat{y}_n(t)$ знаходяться за допомогою методу МНК. Це дозволяє отримати такі їх оцінки, при

яких сума квадратів відхилень відгуків НДС, що ідентифікується, $y[a_j x(t)]$ від відгуків моделі $\tilde{y}_N[a_j x(t)]$ буде мінімальною, тобто забезпечує мінімум середньоквадратичного критерію

$$J_N = \sum_{j=1}^L \left(y(a_j x(t)) - \tilde{y}_N(a_j x(t)) \right)^2 = \sum_{j=1}^L \left(y(t | a_j) - \sum_{n=1}^N a_j^n \hat{y}_n(t) \right)^2 \rightarrow \min. \quad (6)$$

де $y_j(t) = y(a_j x(t))$.

Мінімізація критерію (6) зводиться до вирішення системи нормальних рівнянь Гауса, яку в векторно-матричній формі можна записати у вигляді

$$A' A \hat{y} = A' y, \quad (7)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_1^2 & \dots & a_1^N \\ a_2 & a_2^2 & \dots & a_2^N \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_L & a_L^2 & \dots & a_L^N \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y(t | a_1) \\ y(t | a_2) \\ \dots \\ y(t | a_L) \end{bmatrix}, \quad \hat{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \\ \dots \\ \hat{y}_N(t) \end{bmatrix}.$$

З (7), отримуємо

$$\hat{y} = (A' A)^{-1} A' y. \quad (8)$$

Якщо виконати в (8) матричні операції, отримаємо

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \\ \dots \\ \hat{y}_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j^2 & \sum_{j=1}^L a_j^3 & \dots & \sum_{j=1}^L a_j^{N+1} \\ \sum_{j=1}^L a_j^3 & \sum_{j=1}^L a_j^4 & \dots & \sum_{j=1}^L a_j^{N+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^L a_j^{N+1} & \sum_{j=1}^L a_j^{N+2} & \dots & \sum_{j=1}^L a_j^{2N} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^L a_j y_j(t) \\ \sum_{j=1}^L a_j^2 y_j(t) \\ \dots \\ \sum_{j=1}^L a_j^N y_j(t) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Якщо на вхід системи, що ідентифікується, подавати тестові сигнали у вигляді ступінчатих функцій з амплітудами a_1, a_2, \dots, a_L , отримуємо оцінки перехідних функцій $\hat{h}_1^{(N)}(t)$ та діагональних перетинів перехідних функцій НДС: $\hat{h}_2^{(N)}(t, t), \hat{h}_3^{(N)}(t, t, t), \dots, \hat{h}_N^{(N)}(t, \dots, t)$ [14].

Відгуки досліджуваних моделей ОМС у загальному випадку розраховуються на основі виразів:

$$\tilde{y}_j(t | a_j) = a_j \hat{y}_1(t) + a_j^2 \hat{y}_2(t) + \dots + a_j^N \hat{y}_N(t), \quad j = \overline{1, L}; \quad (10)$$

або

$$\tilde{y}(t | a_j) = a_j \hat{h}_1^{(N)}(t) + a_j^2 \hat{h}_2^{(N)}(t, t) + \dots + a_j^N \hat{h}_N^{(N)}(t, \dots, t), \quad j = \overline{1, L}. \quad (11)$$

Компенсаційний метод ідентифікації. Формалізм метода визначення перетинів перехідних функцій n -го порядку НДС ґрунтується на наступному твердженні [15].

Твердження 3. Нехай тестові впливи являють собою суму n ступінчатих сигналів $x_k(t) = a_k \theta(t - \tau_k)$ ($k = 1, 2, \dots, n$), зі зрушенням за часом t на τ_1, \dots, τ_n , тоді, для НДС з одним входом і одним виходом, оцінка перетину перехідної функції n -го порядку

$$\hat{h}_n(t - \tau_1, \dots, t - \tau_n) = \left(n! \prod_{k=1}^n a_k \right)^{-1} \sum_{\delta_1, \dots, \delta_n=0}^1 (-1)^{n + \sum_{k=1}^n \delta_k} y(t | \delta_1, \dots, \delta_n), \quad (12)$$

де $y(t | \delta_1, \dots, \delta_n)$ – відгук НДС в момент часу t при дії на її вході багатоступінчатого сигналу з амплітудами a_k , яку отримано в результаті обробки даних експериментів на основі (12); причому якщо $\delta_k = 1$, то тестовий вплив містить ступінчатий сигнал зі зсувом на τ_k , у противному випадку, при $\delta_k = 0$ – його не містить.

3. Результати досліджень. У процесі дослідження були проаналізовані реакції ОМС на тестові ступінчаті сигнали вигляду $x(t) = a_j \theta(t)$, де значення амплітуд a_j приймали значення: $a_1 = 1/3$, $a_2 = 2/3$, $a_3 = 1$. Ці амплітуди використовувались для створення моделей на основі рядів Вольтерри [13]. Візуальні стимули, що застосовувалися як тестові сигнали, відображались на моніторі в горизонтальному напрямку з різними відстанями від стартової точки, що еквівалентно дії на вхід ОМС ступінчатих сигналів з різними амплітудами. Для фіксації реакцій ОМС використовувались сучасні програмно-апаратні засоби, що базуються на інноваційній технології айтрекінгу [13]. В рамках апроксимаційного методу ідентифікації були побудовані моделі на основі ряду Вольтерри. Вони позначені як $M1.N/x: \langle a_1, \dots, a_L \rangle$ (N – порядок апроксимації, x – кількість тестових сигналів; a_1, \dots, a_L – амплітуди тестових сигналів). При використанні методу найменших квадратів використовуються моделі на основі поліному Вольтерри – $M2.N/x: \langle a_1, \dots, a_L \rangle$; а для компенсаційного методу – моделі $M3.N/x: \langle a_1, \dots, a_L \rangle$.

Ідентифікація ОМС проводилась у дослідженнях [15-18] із застосуванням трьох тестових ступінчатих сигналів з амплітудами a_1 , a_2 та a_3 . На основі отриманих даних, зафіксованих за допомогою айтрекера Tobii Pro TX300 (рис. 1), були визначені перехідні функції для моделей $M1.N$, $M2.N$ та $M3.N$ при $N = 1$ (лінійна модель), $N = 2$ (квадратична модель) та $N = 3$ (кубічна модель). Перехідні процеси відгуків ОМС на візуальні стимули різної амплітуди представлені на рис. 2. Для реалізації інструментальних програмних засобів ідентифікації було використано середовище програмування Python.

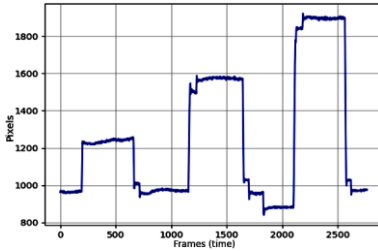


Рис. 1. Відгуки ОМС на візуальні стимули різної амплітуди

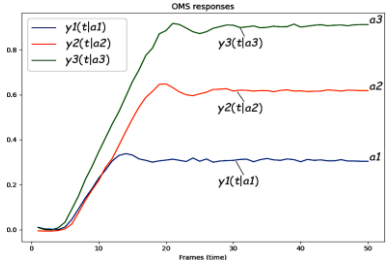


Рис. 2. Перехідні процеси відгуків ОМС на візуальні стимули різної амплітуди

Точність ідентифікації ОМС на основі сигналів із амплітудами a_1 , a_2 та a_3 визначається за допомогою оцінки нормованої середньоквадратичної похибки (НСКП):

$$\varepsilon_{a_j} = \left(\frac{\sum_{m=0}^M (y(t_m | a_j) - \tilde{y}(t_m | a_j))^2}{\sum_{m=0}^M y^2(t_m | a_j)} \right)^{1/2}, \quad j = 1, 2, 3, \quad (13)$$

де $y(t_m | a_j)$, $\tilde{y}(t_m | a_j)$ – відгуки ОМС та її моделі на тестовий сигнал у вигляді ступінчатої функції з амплітудою a_j , отримані в момент часу t_m (t_M – час спостереження).

Для моделей першого порядку на основі даних відгуків $y(t | a_1)$ або $y(t | a_2)$, або $y(t | a_3)$ були розраховані перехідні функції $\hat{h}_1(t | a_j)$ ($j = 1, 2, 3$). Для моделей на основі рядів Вольтерри М1.1/1 та поліномів Вольтерри М2.1/1 було отримано тотожні перехідні функції, графіки яких наведено на рис. 3. Відгуки ОМС та їх моделей, обчислених на основі отриманих перехідних функцій, представлено відповідними графіками на рис. 4-6.

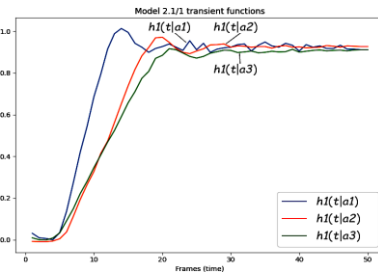


Рис. 3. Перехідні функції у моделей ОМС М1.1/1 та М2.1/1, побудованих на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 ; a_2 ; a_3

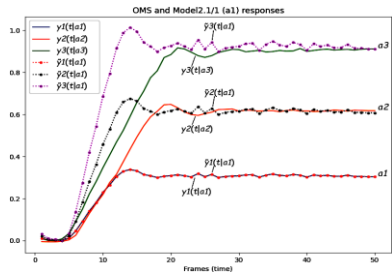


Рис. 4. Відгуки ОМС і моделей М1.1/1 та М2.1/1, побудованих на основі тестового сигналу з амплітудою a_1

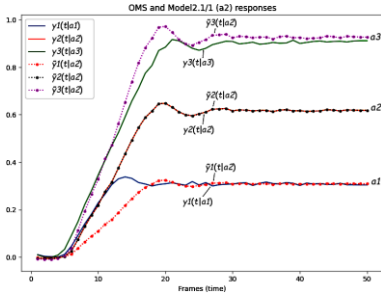


Рис. 5. Відгуки ОМС і моделей M1.1/1 та M2.1/1, побудованих на основі тестового сигналу з амплітудою a_2

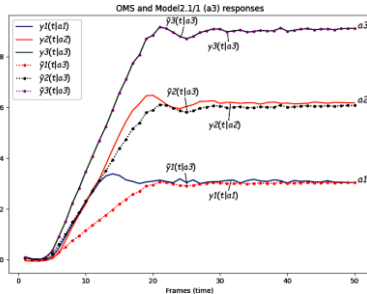


Рис. 6. Відгуки ОМС і моделей M1.1/1 та M2.1/1, побудованих на основі тестового сигналу з амплітудою a_3

На рис. 7 представлені графіки перехідних функцій моделей M2.1/2 отриманих на основі двох відгуків: $y(t|a_1)$ і $y(t|a_2)$, або $y(t|a_1)$ і $y(t|a_3)$, або $y(t|a_2)$ і $y(t|a_3)$, та моделі M2.1/3. Графіки відгуків ОМС та моделі ОМС M2.1/2, побудованої на основі відгуків $y(t|a_1)$ і $y(t|a_2)$, наведено на рис. 8; на основі відгуків $y(t|a_1)$ і $y(t|a_3)$ – на рис.9; а на основі відгуків $y(t|a_2)$ і $y(t|a_3)$ – на рис.10. Для моделей, побудованих на основі апроксимаційного методу ідентифікації неможливо розрахувати перехідні функції першого порядку на основі двох або трьох відгуків [14].

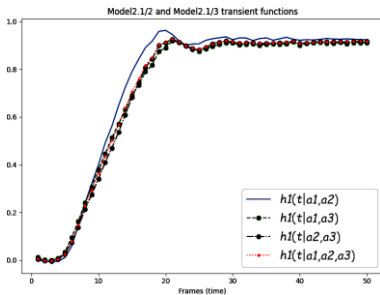


Рис. 7. Перехідні функції моделей ОМС M2.1/2, побудованих на основі тестових сигналів з амплітудами: a_1 і a_2 ; a_1 і a_3 ; a_2 і a_3 ; та у M2.1/3

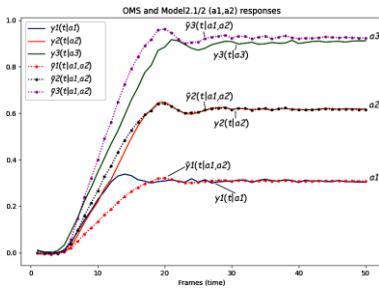


Рис. 8. Відгуки ОМС та моделі M2.1/2, побудованої на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 і a_2

В табл. 1 представлені результати оцінки точності розрахунку відгуків моделей ОМС M1.1/1 і M2.1/1 у вигляді НСКП. Відповідні показники для моделей M2.1/2 і M2.1/3 наведено у табл. 2.

Для моделей другого порядку на основі набору двох тестових сигналів $y(t|a_1)$ і $y(t|a_2)$, або $y(t|a_1)$ і $y(t|a_3)$, або $y(t|a_2)$ і $y(t|a_3)$

було обчислено перехідні функції $\hat{h}_1(t|a_j, a_k)$ і $\hat{h}_2(t, t|a_j, a_k)$, де $j, k = 1, 2, 3; j \neq k$. В результаті значення перехідних функцій $\hat{h}_1(t|a_j, a_k)$ і $\hat{h}_2(t, t|a_j, a_k)$ моделей M1.2/2 та M2.2/2 співпадають для однакових наборів тестових сигналів.

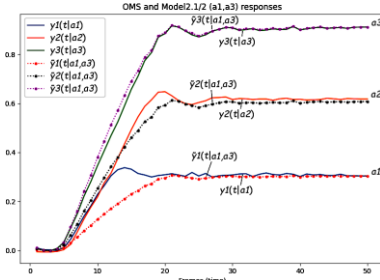


Рис. 9. Відгуки ОМС та моделі M2.1/2, побудованої на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 і a_3

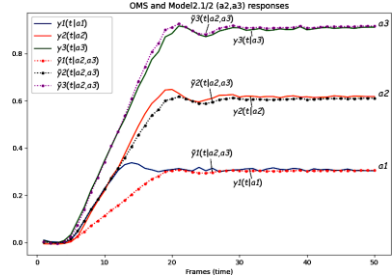


Рис. 10. Відгуки ОМС та моделі M2.1/2, побудованої на основі тестових сигналів з амплітудами a_2 і a_3

На рис. 11 продемонстровано графіки перехідних характеристик першого порядку, а на рис. 12 – діагональні перетини перехідних характеристик другого порядку для моделей ОМС M1.2/2 та M2.2/2, розрахованих на основі двох сигналів: $y(t|a_1)$ і $y(t|a_2)$, або $y(t|a_1)$ і $y(t|a_3)$, або $y(t|a_2)$ і $y(t|a_3)$. На рис. 13 наведено відгуки моделей M1.2/2 й M2.2/2 на ступінчаті сигнали з амплітудами, які не використовувались для побудови моделі.

Таблиця 1

Нормована середньоквадратична похибка оцінки відгуків моделей ОМС M1.1/1 та M2.1/1

Моделі	Амплітуди тестового сигналу			Середнє значення	Максимальне значення
	a_1	a_2	a_3		
M1.1/1: a_1	0	0,1817	0,203	0,192	0,203
M1.1/1: a_2	0,172	0	0,055	0,114	0,172
M1.1/1: a_3	0,185	0,053	0	0,119	0,185

Таблиця 2

Нормована середньоквадратична похибка оцінки відгуків моделей ОМС M2.1/2 та M2.1/3

Моделі	Амплітуди тестового сигналу			Середнє значення	Максимальне значення
	a_1	a_2	a_3		
M2.1/2: a_1, a_2	0,138	0,0363	0,0706	0,0815	0,138
M2.1/2: a_1, a_3	0,167	0,0489	0,0203	0,0786	0,167
M2.1/2: a_2, a_3	0,18	0,0368	0,017	0,0778	0,18
M2.1/3: a_1, a_2, a_3	0,167	0,035	0,0252	0,0757	0,167

Для моделі ОМС М2.2/3, побудованої на основі трьох відгуків $y(t|a_1), y(t|a_2), y(t|a_3)$ були отримані перехідні функції $\hat{h}_1(t)$ і $\hat{h}_2(t,t)$, графіки яких наведено на рис. 14. Відгуки ОМС та моделі М2.2/3 представлені графіками на рис. 15.

Для моделі ОМС М3.2/3 за аналогічних умов результати розрахунку перехідних функцій представлені на рис. 16, а відгуків – на рис. 17.

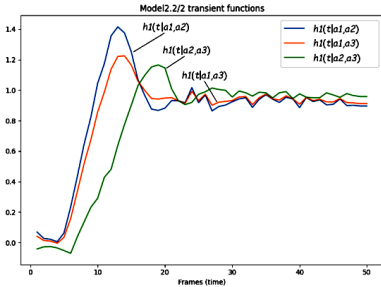


Рис. 11. Перехідні функції першого порядку моделей ОМС М1.2/2 та М2.2/2

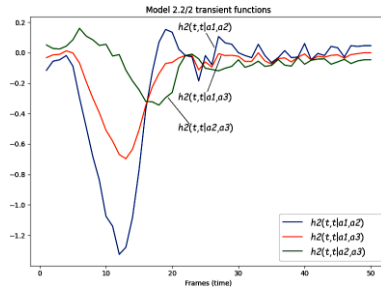


Рис. 12. Діагональні перетини перехідних функцій другого порядку моделей ОМС М1.2/2 та М2.2/2

Для моделей третього порядку при використанні трьох відгуків $y(t|a_1), y(t|a_2)$ і $y(t|a_3)$ обчислено перехідні функції $\hat{h}_1(t), \hat{h}_2(t,t)$ і $\hat{h}_3(t,t,t)$. Значення отриманих перехідних функцій моделей М1.3 й М2.3 співпадають, а відгуки моделей майже повністю збігаються з відгуками ОМС, для однакових амплітуд сигналів.

Перехідні функції моделі М3.3 представлено на рис. 18. На рис. 19 наведено графіки відгуків ОМС та моделі М3.3.

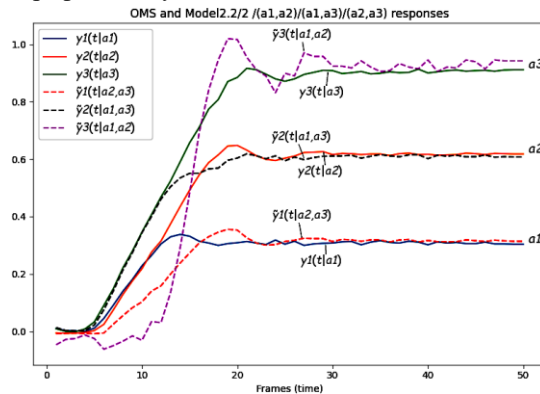


Рис. 13. Відгуки ОМС і моделей М1.2/2 та М2.2/2, побудованих на основі тестових сигналів з амплітудами a_1 і a_2 ; a_1 і a_3 ; a_2 і a_3

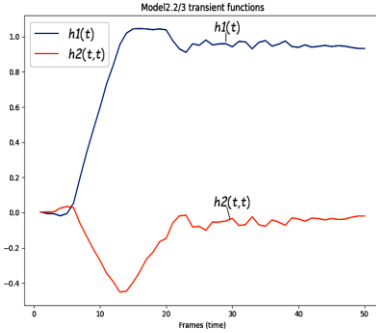


Рис. 14. Перехідні функції моделі ОМС М2.2/3

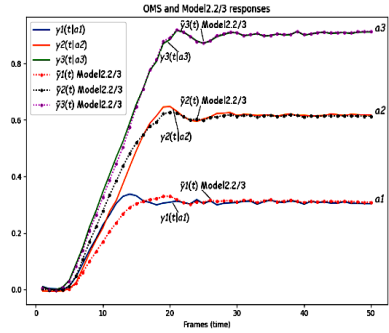


Рис. 15. Відгуки ОМС та моделі М2.2/3

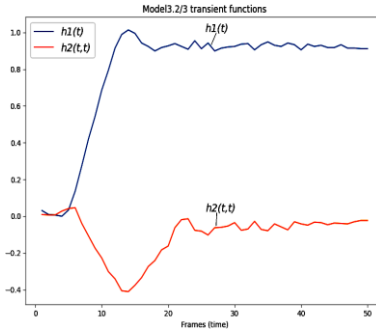


Рис. 16. Перехідні функції Моделі ОМС М3.2/3

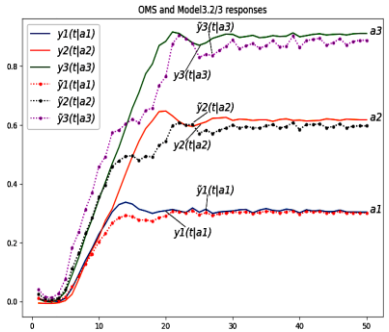


Рис. 17. Відгуки ОМС та моделі ОМС М3.2/3

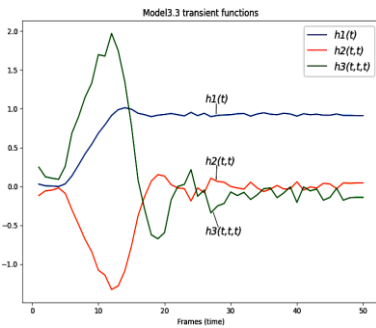


Рис. 18. Перехідні функції Моделі ОМС М3.3

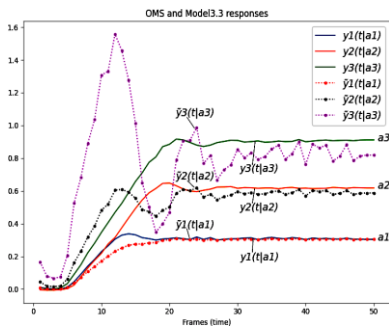


Рис. 19. Відгуки ОМС та моделі ОМС М3.3

В табл. 3 наведені значення НСКП оцінки відгуків побудованих моделей ОМС М1.2/2 і М2.2/2, та моделі М2.2/3, а в табл. 4 – моделей М3.2/2 і М3.2/3, та моделі М3.3/3.

Таблиця 3

Нормована середньоквадратична похибка оцінки відгуків
моделей ОМС М2.1/2, М2.2/2 та М2.2/3

Моделі	Амплітуди тестового сигналу			Середнє значення	Максимальне значення
	a_1	a_2	a_3		
М2.2/2: a_1, a_2	0	0	0,19	0,19	0,19
М2.2/2: a_1, a_3	0	0,091	0	0,091	0,091
М2.2/2: a_2, a_3	0,173	0	0	0,173	0,173
М2.2/3: a_1, a_2, a_3	0,082	0,043	0,01	0,045	0,082

Таблиця 4

Нормована середньоквадратична похибка оцінки відгуків
моделей ОМС М3.2/2 і М3.2/3, та моделі М3.3/3

Моделі	Амплітуди тестового сигналу			Середнє значення	Максимальне значення
	a_1	a_2	a_3		
М3.2/2: a_1, a_2	0,172	0,182	0,374	0,243	0,374
М3.2/3: a_1, a_2, a_3	0,061	0,113	0,078	0,084	0,113
М3.3	0,093	0,199	0,486	0,259	0,486

На рис. 20 представлена діаграма порівняння середніх значень похибок ідентифікації ОМС, розрахованих за критерієм НСКП з використанням програмних засобів побудови моделей М2.1/1, М2.1/2, М2.1/3. Аналогічну діаграму для порівняння середніх значень похибок, визначених при побудові моделей М2.2/2, М2.2/3, М3.2/2, М3.2/3 та М3.3, наведено на рис. 21.

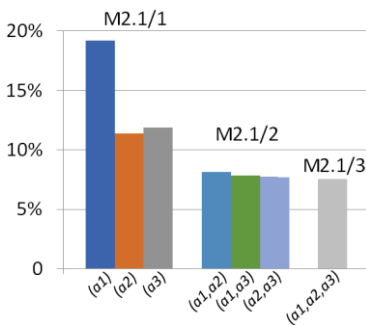


Рис. 20. Порівняльний аналіз середніх значень похибок моделей ОМС: М2.1/1, М2.1/2, М2.1/3

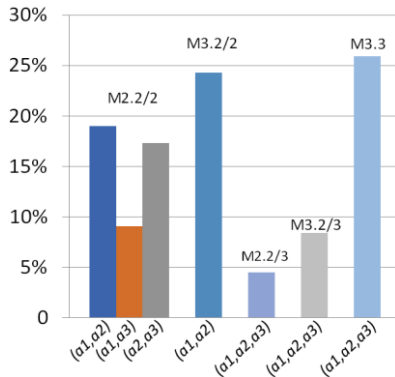


Рис. 21. Порівняльний аналіз середніх значень похибок моделей ОМС: М2.2/2, М2.2/3, М3.2/2, М3.2/3, М3.3

Висновки. За допомогою створених в середовищі Python програмних засобів нелінійної динамічної ідентифікації на основі моделей у вигляді рядів і поліномів Вольтерри, визначені оцінки динамічних характеристик (перехідних функцій різних порядків) за даними експериментальних досліджень ОМС «вхід-вихід» з використанням технології айтрекінгу. Досліджено моделі ОМС, які побудовано за допомогою методів ідентифікації: компенсаційного, апроксимаційного та методу найменших квадратів.

Отримані оцінки точності різних моделей (лінійної, квадратичної та кубічної), побудованих на основі трьох відгуків на тестові сигнали різної амплітуди. Аналіз результатів досліджень точності динамічних характеристик показав, що моделі, отримані на основі рядів та поліномів Вольтерри для однакових тестових сигналів співпадають у межах збіжності ряду Вольтерри. Квадратична модель, побудована методом МНК на основі трьох відгуків, має похибку вдвічі меншу порівняно з моделями другого порядку, побудованими на основі двох відгуків. Компенсаційний метод ідентифікації вимагає мінімальних обчислювальних ресурсів порівняно з іншими методами; проте моделі, побудовані за допомогою цього методу, мають значні похибки, що робить їх непридатними для діагностичних досліджень. Отже, найкращою за точністю моделлю ОМС, побудованою на основі даних айтрекінгу, виявляється квадратична модель, що отримана з використанням трьох тестових візуальних стимулів.

Список використаних джерел:

1. Khamis M., Sugano Y., Sidenmark L. (2024), *Proceedings of the 2024 Symposium on Eye Tracking Research and Applications*, ETRA 2024, Glasgow, United Kingdom, June 4-7, 2024. ACM 2024. P. 1-525.
2. Opwonya J., Doan D.N.T., Kim S.G. et al. Saccadic Eye Movement in Mild Cognitive Impairment and Alzheimer's Disease: A Systematic Review and Meta-Analysis. *Neuropsychol Rev.* 2022. Vol. 32. P. 193-227. URL: <https://doi.org/10.1007/s11065-021-09495-3>.
3. Jansson D., Rosén O., and Medvedev A. Parametric and nonparametric analysis of eye-tracking data by anomaly detection. *IEEE Transaction control system technology.* 2015. Vol. 23. P. 1578-1586. DOI: 10.1109/TSCT.2014.2364958.
4. Bro V., Medvedev A. Continuous and Discrete Volterra-Laguerre Models with Delay for Modeling of Smooth Pursuit Eye Movements. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering.* 2023. Vol. 70 (1). P. 97-104.
5. Lanata L., Sebastian L., Di Gruttola F.et al. Nonlinear Analysis of Eye-Tracking Information for Motor Imagery Assessments. *Frontiers in Neuroscience.* 2020. Vol. 13:1431. DOI: 10.3389/fnins.2019.01431.

6. Keehn B., Monahan P., Enneking B. et al. Eye-Tracking Biomarkers and Autism Diagnosis in Primary Care. *JAMA Netw Open*. 2024. Vol. 7 (5). e2411190. P. 1-14. DOI: 10.1001/jamanetworkopen.2024.11190.
7. Weiss K., Kolbe M., Lohmeyer Q., Meboldt M. Measuring teamwork for training in healthcare using eye tracking and pose estimation. *Front. Psychol*. 2023. Vol. 14:1169940. P. 1-12. URL: <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1169940>.
8. Sun W., Wang Y., Hu B., Wang Q. Exploration of Eye Fatigue Detection Features and Algorithm Based on Eye-Tracking Signal. *Electronics*. 2024. Vol. 13. No. 10:1798. P. 1-19. URL: <https://doi.org/10.3390/electronics13101798>.
9. Griffith H., Lohr D., Abdulin E., Komogortsev O. GazeBase, a large-scale, multi-stimulus, longitudinal eye movement dataset. *Scientific Data, Nature*. 2021. Vol. 8 (13). P. 1-9. URL: <https://doi.org/10.1038/s41597-021-00959-y>.
10. Yin Jinghui, Sun Jiande, Li Jing, and Liu Ke. An Effective Gaze-Based Authentication Method with the Spatiotemporal Feature of Eye Movement. *Sensors*. 2022. Vol 22, 3002. P. 1-18. URL: <https://doi.org/10.3390/s22083002>.
11. Solodusha S., Kokonova Y., Dudareva O. Integral Models in the Form of Volterra Polynomials and Continued Fractions in the Problem of Identifying Input Signals. *Mathematics*. 2023. Vol. 11 (23). P. 4724. URL: <https://doi.org/10.3390/math11234724>.
12. Doyle F. J., Pearson R. K., Ogunnaike B. A. Identification and Control Using Volterra Models. *Communications and Control Engineering*. Springer, London, 2001. 314 p.
13. Pavlenko V., Milosz M., Dzienkowski M. Identification of the oculo-motor system based on the Volterra model using eye tracking technology. *4th Int. Conf. on Applied Physics, Simulation and Computing (APSAC'2020) 23-25 May, Rome, Italy. Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1603. P. 1-8. DOI: 10.1088/1742-6596/1603/1/012011.
14. Pavlenko V., Pavlenko S. Deterministic identification methods for nonlinear dynamical systems based on the Volterra model. *Applied Aspects of Information Technology*. 2018. Vol. 01. No. 01. P. 9-29. DOI: 10.15276/aait.01.2018.1.
15. Pavlenko V., Shamanina T., Chori V. Biometric Identification based on the Multidimensional Transient Functions of the Human Oculo-Motor System. *J. Phys.: Conference Series*. 2022. Vol. 2162, 012024. P. 1-9. DOI: 10.1088/1742-6596/2162/1/012024.
16. Pavlenko V., Shamanina T. Chori V. Nonlinear dynamics identification of the oculo-motor system based on eye tracking data. *International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing*. 2021. Vol. 15. P. 569-577. URL: <https://doi.org/10.46300/9106.2021.15.63>.
17. Pavlenko V., Shamanina T. Eye-Tracking Technology in Smart System for Monitoring of Human's Psychophysiological States. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2023. Vol. 629 LNNS. P. 344-353.
18. Pavlenko V. D., Shamanina T. V., Chori V. V. Application of Nonlinear Dynamic Models of the Oculo-Motor System in Diagnostic Studies in Neurosciences. *Journal of Neuroscience and Neurological Disorders*. 2023. Vol. 7. Issue 2. P. 126-133. URL: <https://www.neuroscijournal.com/articles/jnnd-aid1086.pdf>.

ASSESSMENT OF THE ACCURACY OF SIMULATION OF THE OCULO-MOTOR SYSTEM BASED ON VOLTERRA MODELS

Integral nonlinear models are used to create mathematical models of the human oculo-motor system (OMS). These models take into account both inertial and nonlinear properties of the objects under study. To obtain empirical data for model construction, experimental studies are conducted with OMS using «input-output» data. Visual stimuli are used as test signals, displayed on a computer monitor at various distances from the starting position, which formally corresponds to the action of step signals with varying amplitudes on the object of study. In this process, the responses of the OMS are recorded using innovative eye-tracking technology. Mathematical models in the form of Volterra series and polynomials are employed for computer modeling of the OMS. The aim of this research is to analyze the accuracy of OMS identification as multi-dimensional transient functions based on eye-tracking data, examining the dependency of computation errors for models of different orders on the amplitudes and quantities of the test signals used. The subject of the study includes various methods for identifying OMS, algorithms, and Python-based software tools for computing the dynamic characteristics of OMS using eye-tracking technology. The research explores identification methods: compensation, approximation, and least squares methods. The accuracy of the linear, quadratic, and cubic OMS models is evaluated. The most accurate models, constructed from real experimental data, are found to be quadratic or cubic OMS models obtained using the least squares method with three test signals.

Key words: *oculo-motor system, eye-tracking technology, identification, Volterra models, transient functions, accuracy of computer modeling.*

Отримано: 07.09.2024