

racy. This goal is achieved by developing a new method for synthesizing intelligent systems based on the superposition of pre-trained (support) models in the form of neural networks that reflect the basic properties of the object. The scientific novelty of the work lies in the development of a method for identifying nonlinear dynamic objects in the form of neural networks with time delays based on a set of pre-trained neural network models that reflect the basic properties of the subject area. In contrast to the traditional approach to pre-training, the developed method allows building models of lower complexity and with shorter training time while ensuring the required accuracy. To determine the initial parameters of the model, expressions based on the superposition of reference models in the form of neural networks are proposed. The practical utility of the work lies in the development of an algorithm for the method of reference models for training neural networks with time delays, which can significantly reduce the training time of neural networks without losing model accuracy.

Key words: *nonlinear dynamics, identification, time-delay neural networks, pre-training.*

Отримано: 01.09.2024

УДК 519.71

DOI: 10.32626/2308-5916.2024-25.139-145

В. С. Щирба, канд. фіз.-мат. наук

Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнко, м. Кам'янець-Подільський

ФОРМУВАННЯ ТРАЄКТОРІЇ КЕРОВАНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

На даний час відзначається підвищений інтерес до створення систем управління польотом безпілотної літального апарата, яка б з врахуванням реальних умов забезпечувала б його траєкторію і цим самим визначала б ефективність застосування літального апарата. Навігація літального апарату, зокрема балістичних крилатих ракет, потребує формування високоточного управління для досягнення як кінцевих результатів, так і локальних оптимізаційних задач на кожному з етапів польоту: старті, виході на задані траєкторії, маневруванні тощо.

Розробка допустимого управління та його оптимізація комп'ютерно-математичними методами моделювання і оптимізації є трудомістким процесом і вимагає значних витрат різних видів ресурсів. Елементом ефективності такого математичного апарату для гарантування та підвищення надійності і результативності в досягненні поставленої цілі постає швидкодія в розрахунках що, в свою чергу, потребує забезпечення спрощення математичної моделі шляхом одержання функціональних залежностей для обчислення траєкторії польоту уникаючи складних математичних розрахунків.

Пропонується математичну модель для вирішення завдання прогнозування навігації для таких складних керованих систем: проводити з використанням двох координатних систем: стартової та швидкісної. Причому, усі розрахунки вектора швидкості, що залежить від рівнодіючої трьох аеродинамічних сил, які діють на літальний апарат, здійснювати у швидкісній системі координат а покоординатне управління польотом на всій динамічній траєкторії визначати у стартовій системі.

Ключові слова: *літальний апарат, навігація, траєкторія, допустиме управління.*

Вступ. Проблемам розробки високоточних систем запуску, навігації, управління та наведення на ціль керованих літальних апаратів присвячено чимало фундаментальних досліджень. Заслужують на увагу, зокрема, роботи [3-6].

В цих працях комп'ютерно-математичні методи моделювання і оптимізації постають ефективним апаратом для гарантування та підвищення надійності і результативності в досягненні цілі цих складних керованих систем. Їх математична модель передбачає залежність траєкторії апарату від кутів атаки і ковзання, від швидкісних напорів, від сили тяги, маси та термодинамічних параметрів атмосфери, які впливають на величину швидкісного напору, на величину тяги та аеродинамічних коефіцієнтів. Більшість параметрів задаються табличними функціями.

Однією з основних задач моделювання динамічних систем постає задача гарантування безпечного польоту для безпілотно керованого літального апарату. Іншими словами, інтерес становить задача побудови такої траєкторії переміщення апарату, яка б з врахуванням реальних умов забезпечувала б досягнення поставленої перед апаратом цілі.

Метою роботи є дослідження передумов для забезпечення зручності формування та адекватності моделі відображення динаміки польоту керованого літального апарату, пов'язаних із системами координат.

Відповідно до типу літального апарату для побудови та дослідження траєкторії можуть використовуватися декілька систем координат різного призначення. На відміну від моделювання траєкторії некерованого апарату для аналізу моделі з керованим апаратом нам не обійтися лише однією системою координат.

При старті, зазвичай, для опису руху центра мас літального апарату використовують систему координат, пов'язану з Землею. До таких систем відносять системи координат, що мають свій початок, або у центрі Землі, або у деякій іншій точці на поверхні (чи на деякій висоті над поверхнею) Землі.

Тут для обчислення траєкторій керованого літального апарату із заданим керуванням використовується інерційна (стартова, початкова і інші назви) система координат $OXYZ$ із початком координат у точці старту (на поверхні Землі), віссю OX направленою на лінію горизонту

у напрямку на вибрану ціль (на термінальну точку), віссю OY направленою вертикально вгору і віссю OZ , яка доповнює інерційну систему координат до правої системи.

Системи координат, що зв'язані з Землею і початок яких знаходиться на поверхні Землі, отримали назву топоцентричні системи координат. Вони найкраще підходять для дослідження поведінки крилатих ракет, зокрема, Patriot, Іскандер тощо.

Зазначимо, що військові фахівці надають перевагу не прямокутній а полярній системі координат. Схематично таке подання представлено на рисунку 1. Напрявним вектором тоді виступає вектор швидкості O_1D , кутом відхилення в площині стрільби XOY буде кут атаки Θ , кутом відхилення в площині горизонту XOZ буде кут ковзання ψ .

На пасивній ділянці траєкторії при розв'язанні деяких задач польоту літальних апаратів пропонуємо використати геоцентричну площину (полярну) систему координат. За її допомогою можна одержати функціональні залежності для обчислення траєкторії польоту уникаючи складних розрахунків. Разом з тим, як показує перебіг бойових дій, пасивна траєкторія фактично не використовується. Під час польоту літальні апарати, зазвичай, постійно маневрують.

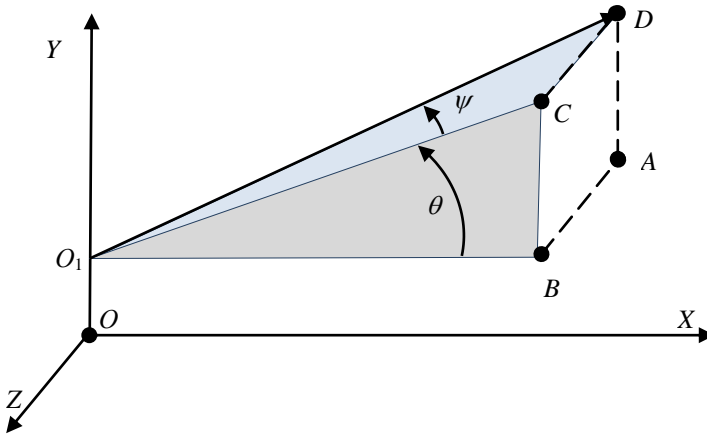


Рис. 1. Топоцентрична початкова (стартова, інерційна) система координат

Топоцентричні системи найчастіше використовують під час дослідження руху літальних апаратів на активній ділянці траєкторії. Варто зауважити, що місце старту не обов'язково повинно співпадати з початком координат топоцентричної системи відліку. При старті з літаків чи підводних човнів система координат бере свій початок на поверхні Землі (це зручніше для дослідження траєкторії польоту), а старт відбувається із зміщенням по осі OY . Щоб не ускладнювати розрахунки, пов'язані з полярною системою координат, вводять значення параметра висоти польоту на старті. Так навіть при старті ви-

цезгаданих крилатих ракет типу земля-земля висота старту $h \approx 8$ м (обчислюється з моменту виходу центру мас ракети за межі підтримуючих елементів (балок) стартової установки).

Динаміка руху характеризується наявністю вектора швидкості $(V_x, V_y, V_z) = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$. У стартовій системі координат відразу одержуємо перші співвідношення для дослідження польоту літального апарату:

$$V_x = \dot{x} = OB = OC \cdot \cos \theta = OD \cdot \cos \psi \cdot \cos \theta = V \cos \theta \cos \psi,$$

$$V_y = \dot{y} = BC = OC \cdot \sin \theta = OD \cdot \cos \psi \cdot \sin \theta = V \sin \theta \cos \psi,$$

$$V_z = \dot{z} = -DC = -OD \cdot \sin \psi = -V \sin \psi.$$

Значення змінної V визначає величину переміщення матеріальної точки за певний проміжок часу (тут миттєва швидкість подається через похідну від переміщення по часовій змінній).

Після старту літального апарату фактично всю наступну роботу з математичною моделлю необхідно пов'язувати з швидкісною (імпульсною, динамічною) системою координат. Окремі задачі (етапи) польоту можуть досліджуватися в інших системах (наприклад, при аналізі розсіювання точок падіння боєголовки ракети).

Швидкісна система відліку – це права прямокутна система координат, за допомогою якої визначають траєкторію польоту літального, при врахуванні впливу на нього рівнодіючих аеродинамічної сили, сили тяги двигуна та сили земного тяжіння у щільних шарах атмосфери.

Початок відлік у швидкісній системі координат збігається з центром мас літального апарату, а напрям її осей – з напрямом складових повної аеродинамічної сили. Вісь OX швидкісної системи спрямовують вздовж вектора швидкості ракети. Важливо зазначити, що вона не отожднюється з напрямом тяги двигуна (вплив, зокрема, має сила інерції). За напрямом вона протилежна силі лобового опору літального апарату.

Вісь OY швидкісної системи знаходиться у площині головної симетрії літального апарату. Вона спрямована по нормалі до траєкторії руху літального апарату і фактично співпадає з віссю підйімальної сили. Третя вісь OZ швидкісної системи перпендикулярна до попередніх двох осей. Вона є віссю бокового зміщення і доповнює дану систему координат до правої системи відліку.

Розклад рівнодіючої аеродинамічної сили на складові у швидкісній системі координат є досить зручним математичним апаратом для розуміння механіки динамічного польоту літального апарату.

Зокрема, проєкція складових рівнодіючої сил, що діють на літальний апарат під час його польоту на швидкісну вісь OX , визначає саме ті фактори, що впливають на швидкість апарату. Аналогічно, проєкції зазначених сил на вісь підйімальної сили OY та на бокову вісь OZ визначають характер зміни траєкторії, зокрема, швидкість літального апарату у двох взаємно перпендикулярних площинах, які утворюються цими двома осями.

У динамічних задачах дослідження траєкторії безпілотного керуваного літального апарату потрібно відшукати (вибрати) таке керування, яке б забезпечувало б переміщення із стартової точки O_1 (див. рис. 1) у поставлену перед апаратом ціль (деяку точку $y(T)$) за певний проміжок часу $T > 0$ з гарантуванням безпеки польоту. Вимога гарантування безпеки польоту, зазвичай, приводить до задач оптимізації. В окремих задачах час польоту T намагаються мінімізувати, але в більшості випадків він виступає формальним не фіксованим параметром, який обмежується лише запасами палива.

У математичній моделі, сформованій відносно швидкісної системи координат, управління відбувається за допомогою зміни кутів $\alpha(t)$ та $\beta(t)$, які визначають орієнтацію літального апарату відносно швидкісної системи координат.

Якщо сумістити початок координат швидкісної системи у точку O_1 (див. рис. 1), то із співвідношень подібності можна отримати матрицю переходу від швидкісної до стартової системи координат:

$$\begin{aligned} M_{11} &= \cos(\psi(t))\cos(\theta(t)), \\ M_{12} &= \cos(\psi(t))\sin(\theta(t)), \\ M_{13} &= \sin(\psi(t)), \\ M_{21} &= -\sin(\theta(t)), \quad M_{22} = \cos(\theta(t)), \quad M_{23} = 0, \\ M_{31} &= \sin(\psi(t))\cos(\theta(t)), \\ M_{32} &= \sin(\psi(t))\sin(\theta(t)), \\ M_{33} &= \cos(\psi(t)), \end{aligned}$$

де $\theta(t)$ та $\psi(t)$ – відхилення вектора швидкості O_1D (див. рис. 1) відносно осі OX у стартовій системі координат в момент часу t .

Зважаючи на те, що всі розрахунки динаміки польоту зручно проводити у швидкісній системі координат, останні співвідношення дозволяють відслідковувати положення літального апарату в будь-який момент часу t після старту. Тобто уся траєкторія буде відображатися у стартовій системі координат.

У практичній побудові математичної моделі для дослідження траєкторії руху літального апарату основні складності будуть пов'язані із складними фазовими обмеженнями та складними обмеженнями на допустимі параметри керування. Вони кардинально впливають на весь процес знаходження вектора швидкості. Спільним є те, що рівнодіюча аеродинамічних сил формується на основі трьох складових: сили тяги двигуна, сили опору атмосфери та гравітаційної сили.

Остання у швидкісній системі координат визначається за законом всесвітнього тяжіння, що діє на матеріальне тіло масою m на висоті h над поверхнею Землі і визначається за формулою:

$$mg = \frac{GMm}{(R_3 + h)^2},$$

де M – маса Землі, а значення сталої G обчислюється із формули

$$g_0 = \frac{GM}{R_3^2}$$

при відомому значенні гравітаційного прискорення g_0 на поверхні Землі.

Щодо інших складових, то аналітичні вирази для їх розрахунків залежать в значній мірі від тактико-технічних характеристик літальних апаратів та фізичних властивостей атмосфери, що задаються таблицями даних натурних спостережень.

Відомості про тактико-технічні характеристики літальних апаратів хоча і є у значній мірі засекреченими, але їх можна відшукати у різного роду джерелах, наприклад [2]. У відкритих інформаційних джерелах неодноразово наводилися тактико-технічні характеристики ракети Х-22 Бура, яку наші сили ППО практично поки-що не можуть збити, зокрема:

- висота польоту: 11,5-12,5 км;
- стартова маса: 5635 кг;
- швидкість польоту: 3,5 мах;
- дальність стрільби: 140-300 км;
- висота застосування: 10 км.

Фізичні властивості атмосфери наводяться у спеціальній довідковій літературі. Інформацію можна одержати і через Інтернет.

Висновки. Пропонується математичну модель для вирішення завдання прогнозування навігації для таких складних керованих систем проводити з використанням двох координатних систем: стартової та швидкісної. Причому, усі розрахунки вектора швидкості, що залежить від рівнодіючої трьох аеродинамічних сил, які діють на літальний апарат, здійснювати у швидкісній системі координат а покоординатне управління польотом на всій динамічній траєкторії визначати у стартовій системі.

Таким чином, процес побудови траєкторії керованого літального апарату з використанням двох систем спростить функціональні залежності, що прискорить процес розрахунків.

Список використаних джерел:

1. Габрінець В., Подольчак С. Оцінка надійності ракетного двигуна як складної технічної системи за недостатньої статистичної інформації. *Авіаційно-космічна техніка і технологія. Науково-технічний журнал*. Харків. 2018. № 4 (148). С. 36-43.

2. Зенитный ракетный комплекс «Patriot». Многофункциональная РЛС AN/MPQ-53. *Вестник ПВО*. URL: <http://pwo.guns/other/usa/patriot/index01.htm>.
3. Игдалов И. М. и др. Ракета как объект управления Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2014. 542 с.
4. Игдалов Й. М. та ін. Динамічне проектування ракет. Задачі динаміки ракет та їх космічних ступенів / за ред. акад. С. М. Конюхова; Дніпропетр. нац. ун-т ім. Олеся Гончара. Дніпропетровськ: Вид-во ДНУ, 2011. 274 с.
5. Манойленко А. А. Оценка разбросов кинематических параметров ракеты-носителя на момент разделения ступеней. *Вісник Дніпропетровського університету. Серія «Ракетно-космічна техніка»*. 2014. Вип. 17. Т. 1. С. 51-56.
6. Сидоров И. А., Манойленко А. А. Математическая модель для решения задачи навигации и угловой ориентации космического аппарата. *Вісник Дніпровського університету. Серія «Ракетно-космічна техніка»*. 2019. Вип. 22. С. 101-108.

FORMATION OF THE TRAJECTORY OF CONTROLLED AIRCRAFT

Currently, there is an increased interest in the creation of flight control systems for unmanned aerial vehicles, which, taking into account real conditions, would ensure its trajectory and thereby determine the effectiveness of the use of the aerial vehicle. Aircraft navigation, in particular ballistic cruise missiles, requires the formation of high-precision control in order to achieve both final results and local optimization tasks at each of the flight stages: take-off, departure to set trajectories, maneuvering, etc.

The development of admissible control and its optimization by computer-mathematical methods of modeling and optimization is a time-consuming process and requires significant expenditures of various types of resources. An element of the effectiveness of such a mathematical apparatus for guaranteeing and increasing the reliability and effectiveness in achieving the set goal is the speed of calculations, which, in turn, requires the simplification of the mathematical model by obtaining functional dependencies for calculating the flight trajectory, avoiding complex mathematical calculations.

The complete working model for calculating the desired trajectory of the aircraft will be determined by the specified control functions and will be provided by a system of partial differential equations with time, and the necessary parameters for calculating all aerodynamic forces and moments are tabular data in most cases.

A mathematical model for solving the task of forecasting navigation for such complex controlled systems is proposed to be carried out using two coordinate systems: starting and speed. Moreover, all calculations of the velocity vector, which depends on the net effect of three aerodynamic forces acting on the aircraft, should be carried out in the speed coordinate system, and coordinate control of the flight along the entire dynamic trajectory should be determined in the starting system.

Key words: *aircraft, navigation, trajectory, permissible control.*

Отримано: 11.07.2024