

УДК 519.718.2+519.248

С. В. Щербовських, д-р. техн. наук

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ ІЗ СКЛАДНИМ ЗАГАЛЬНИМ НАВАНТАЖУВАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

Запропоновано математичну модель надійності системи із складним загальним навантажувальним резервуванням для аналізу причин непрацездатності. Модель адекватно враховує вплив перерозподілу навантаження на ймовірнісні показники мінімальної множини перетинів. Для моделювання системи застосовані динамічне дерево відмов та марковський аналіз.

Ключові слова: *модель надійності, мінімальна множина перетинів, динамічне дерево відмов, марковська модель.*

Постановка проблеми. Розроблення рекомендацій щодо підвищення надійності систем виконують на основі пошуку і аналізу причин їх непрацездатності. Кожній причині непрацездатності відповідає унікальний набір непрацездатних елементів, який називають перетином. Усій сукупності незалежних причин непрацездатності відповідає мінімальна множина перетинів. Мета аналізу надійності полягає у визначенні ймовірнісних характеристик усіх перетинів із мінімальної множини. Для системи із складним загальним навантажувальним резервуванням необхідно відобразити вплив непрацездатності окремих елементів та підсистем на навантаження решти працездатних елементів. У результаті такого впливу зазнають змін ймовірнісні показники перетинів, для визначення яких необхідно розробити адекватну математичну модель надійності. Дана проблема виникає під час забезпечення заданого рівня надійності електротехнічних та електроенергетичних систем, які застосовують в об'єктах підвищеної небезпеки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для визначення ймовірнісних характеристик перетинів використовують два підходи: логіко-ймовірнісний аналіз та марковський аналіз. Логіко-ймовірнісний аналіз ґрунтується на складанні логічних умов, які відповідають перетинам, із подальшим їх перетворенням до ймовірнісних виразів [1]. Такий підхід простий у застосуванні, проте на його основі не можна коректно враховувати зміну навантаження, спричинену відмовами елементів. Марковський аналіз зазначених обмежень не має [2], проте під час його застосування виникають складності, пов'язані із високою трудомісткістю та обмеженням розподілу тривалості напрацювання та ремонтування елементів експоненціальним законом. Для змен-

шення трудомісткості такого аналізу необхідно вдосконалити методи автоматичної побудови марковської моделі [3]. Таку побудову виконують на основі дерева відмов, яке необхідно доповнити параметрами, що математично описують надійнісну поведінку за навантаженням [4]. Для усунення обмеження експоненціальним розподілом необхідно застосувати методи розщеплення простору станів [5–7], які повинні адекватно урахувати запам'ятовування передісторії напруцювання елементів системи за навантаженням.

Завдання дослідження:

- формалізувати опис надійності системи на основі динамічного дерева відмов;
- побудувати модель станів і подій системи;
- сформувати розщеплену марковську модель системи;
- визначити ймовірнісні показники мінімальних перетинів системи.

Опис системи та її динамічне дерево відмов. Система складена із чотирьох елементів (рис. 1а): двох генераторів G1 і G2 та двох трансформаторів TV1 і TV2. Генератор G1 та трансформатор TV1 утворюють першу підсистему, а G2 і TV2 — другу. Підсистеми працюють за алгоритмом навантажувального резервування, тобто якщо обидві підсистеми працездатні, то навантаження поділяється між ними порівну. Якщо одна із підсистем стає непрацездатною, то навантаження іншої подвоюється. Вважаємо, що засоби технічної діагностики і перемикання ідеальні, а тривалість зміни навантаження підсистемами — миттєва. Функція системи полягає у забезпеченні електричною енергією споживачів, які підключені до її виходу.

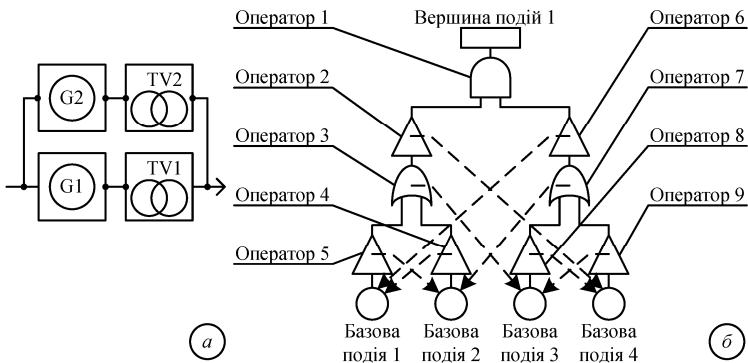


Рис. 1. Функціональна схема системи та динамічне дерево відмов системи

Надійність системи формалізовано динамічним деревом відмов, структура якого подана на рис. 1б. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження на основі блоків, що позначають логічні операції

та операції відношення. Непрацездатність системи, позначено блоком «вершина подій 1», полягає у тому, що система нездатна забезпечити енергією споживачів, які підключені до її виходу. Вважаємо, що така непрацездатність катастрофічна. Якщо настають непрацездатності окремих елементів, проте система зберігає працездатність, то такі елементи відновлюються стільки разів, скільки у цьому існує потреба. Якщо ж уся система стає непрацездатною, то відновлення елементів системи вважається неможливим. Такий стан системи настає, якщо одночасно непрацездатні обидві підсистеми, що описано блоком «оператор 1», тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність першої підсистеми настає якщо непрацездатний хоча б один із двох її елементів, що описано блоком «оператор 3», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність другої підсистеми описуємо за аналогією блоком «оператор 7», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність генератора G1 позначено блоком «базова подія 1», а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами $\alpha_1 = 11\,000$ год. і $\beta_1 = 1,1$. Непрацездатність трансформатора TV1 — блоком «базова подія 2» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_2 = 9\,000$ год. і $\beta_2 = 1,3$; непрацездатність G2 — блоком «базова подія 3» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_3 = 10\,000$ год. і $\beta_3 = 1,1$; та непрацездатність TV2 — блоком «базова подія 4» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_4 = 8\,000$ год. і $\beta_4 = 1,3$. Тривалість ремонтування усіх елементів системи вважаємо розподіленою експоненціально із параметром $\mu = 0,02$ год⁻¹.

У даній моделі надійності відбуваються такі динамічні явища:

- зміна навантаження елементів другої підсистеми, залежно від стану першої підсистеми;
- зміна навантаження елементів першої підсистеми, залежно від стану другої підсистеми;
- зміна навантаження елемента першої підсистеми, залежно від стану іншого її елемента;
- зміна навантаження елемента другої підсистеми, залежно від стану іншого її елемента.

Для опису першого явища введемо у структуру дерева відмов блок «оператор 2», який є повторювачем логічного сигналу, і задамо умови зміни навантаження у ньому та у блоці «оператор 3». Якщо логічний сигнал на виході обох блоків становить ІСТИННО, тобто перша підсистема непрацездатна, то інтенсивність процесу напрацювання елементів другої підсистеми, які задано у блоках «базова подія 3» та «базова подія 4», множимо на $k_3 = 3,2$ та $k_4 = 4,2$.

Для опису другого явища введемо у структуру дерева відмов блок «оператор 6», який є повторювачем логічного сигналу, і задамо умови зміни навантаження у ньому та у блоці «оператор 7». Якщо

логічний сигнал на виході обох блоків становить ІСТИННО, тобто друга підсистема непрацездатна, то інтенсивність процесу напрацювання елементів першої підсистеми, які задано у блоках «базова подія 1» та «базова подія 2», множимо на $k_1 = 3,1$ та $k_2 = 4,1$.

Для опису третього явища введемо у структуру дерева відмов блоки «оператор 4» та «оператор 5», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо логічний сигнал на виході блока «оператор 4» дорівнює ІСТИННО, тобто трансформатор TV1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G1, який задано у блоці «базова подія 1», множимо на 0. Відповідно, якщо логічний сигнал на виході блока «оператор 5» дорівнює ІСТИННО, тобто генератор G1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV1, який задано у блоці «базова подія 2», так само множимо на 0.

Для опису четвертого явища введемо у структуру дерева відмов блоки «оператор 8» та «оператор 9», які є так само повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо логічний сигнал на виході блока «оператор 8» дорівнює ІСТИННО, тобто генератор G2 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV2, який задано у блоці «базова подія 4», множимо на 0. Відповідно, якщо логічний сигнал на виході блока «оператор 9» дорівнює ІСТИННО, тобто трансформатор TV2 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G2, який задано у блоці «базова подія 3», також множимо на 0.

Модель станів та подій системи. На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов системи із складним загальним навантажувальним резервуванням, згідно із формалізованими правилами [7, с. 67] складена модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуватися, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф станів та переходів такої моделі подано на рис. 2, а її параметри у табл. 1. У моделі станів та подій процеси напрацювання і ремонтування для генератора G1 позначено як P_1 і P_5 , для трансформатора TV1 — P_2 і P_6 , для генератора G2 — P_3 і P_7 та для трансформатора TV2 — P_4 і P_8 .

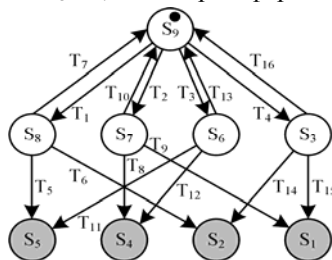


Рис. 2. Діаграма станів та переходів моделі станів та подій системи

Таблиця 1

Параметри моделі станів та подій системи

Опис станів						Y	Опис подій			
Поч. стан	Графічний опис стану	Коефіцієнти масштабування					Назва події	Заверш. процес	Кін. стан.	
		P ₁ /P ₅	P ₂ /P ₆	P ₃ /P ₇	P ₄ /P ₈					
S ₉		1 / 0	1 / 0	1 / 0	1 / 0	1	T ₁	P ₁	S ₈	
								T ₂	P ₂	S ₇
								T ₃	P ₃	S ₆
								T ₄	P ₄	S ₃
S ₈		0 / 1	0 / 0	k ₃ / 0	k ₄ / 0	1	T ₅	P ₃	S ₅	
								T ₆	P ₄	S ₂
								T ₇	P ₅	S ₉
S ₇		0 / 0	0 / 1	k ₃ / 0	k ₄ / 0	1	T ₈	P ₃	S ₄	
								T ₉	P ₄	S ₁
								T ₁₀	P ₆	S ₉
S ₆		k ₁ / 0	k ₂ / 0	0 / 1	0 / 0	1	T ₁₁	P ₁	S ₅	
								T ₁₂	P ₂	S ₄
								T ₁₃	P ₇	S ₉
S ₅		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	—	—	—	
S ₄		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	—	—	—	
S ₃		k ₁ / 0	k ₂ / 0	0 / 0	0 / 1	1	T ₁₄	P ₁	S ₂	
								T ₁₅	P ₂	S ₁
								T ₁₆	P ₈	S ₉
S ₂		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	—	—	—	
S ₁		0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0	—	—	—	

Система перебуває у дев'яти станах, із яких п'ять працездатні — S₉–S₆ і S₃ та чотири непрацездатні — S₅, S₄, S₂ і S₁. У системі відбувається шістнадцять подій, із яких вісім відмови — T₅, T₆, T₈, T₉, T₁₁, T₁₂, T₁₄, і T₁₅, чотири пошкодження — T₁–T₄ та чотири відновлення — T₇, T₁₀, T₁₃ і T₁₆. Параметрами станів є значення коефіцієнтів масштабування для процесів P₁–P₈ та логічна функція y, яка набуває значення «1», якщо система працездатна, та «0» — якщо ні. Параметрами подій є назва початкового стану, назва процесу, який завершився та назва кінцевого стану.

Марковська модель системи. Ґрунтуючись на моделі станів та подій системи із складним загальним навантажувальним резервуванням, згідно із формалізованими правилами [7, с. 78], сформована розщеплена однорідна марковська модель. Таку модель подають системою диференціальних рівнянь Колмогорова — Чепмена виду:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}(t) = \mathbf{A} \mathbf{p}(t),$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{p}(t),$$

де t — час; $\mathbf{p}(t)$ — вектор, що містить функції ймовірності фаз; $\mathbf{y}(t)$ — вектор, який містить функції ймовірності перетинів.

Марковська модель є множиною матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами \mathbf{A} , початкові ймовірності фаз $\mathbf{p}(0)$, а також зв'язок \mathbf{C} функцій ймовірності фаз із характеристиками надійності системи. Вказані матриці формуємо так:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} | & | & \mathbf{A}_{T_{13}} & | & | & | & \mathbf{A}_{T_9} & | & | & | \\ \hline | & \mathbf{A}_{T_{14}} & | & | & | & | & | & \mathbf{A}_{T_6} & | & | \\ \hline | & \mathbf{A}_{S_3} & | & | & | & | & | & | & \mathbf{A}_{T_4} & | \\ \hline | & | & | & \mathbf{A}_{T_{12}} & \mathbf{A}_{T_8} & | & | & | & | & | \\ \hline | & | & | & \mathbf{A}_{T_{11}} & | & \mathbf{A}_{T_5} & | & | & | & | \\ \hline | & | & | & \mathbf{A}_{S_6} & | & | & | & | & \mathbf{A}_{T_3} & | \\ \hline | & | & | & | & \mathbf{A}_{S_7} & | & | & | & \mathbf{A}_{T_2} & | \\ \hline | & | & | & | & | & \mathbf{A}_{S_8} & \mathbf{A}_{T_1} & | & | & | \\ \hline | & \mathbf{A}_{T_{16}} & | & \mathbf{A}_{T_{13}} & \mathbf{A}_{T_{10}} & \mathbf{A}_{T_7} & \mathbf{A}_{S_9} & | & | & | \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}(0) = \begin{bmatrix} \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \text{-----} \\ \mathbf{p}_{S_9}(0) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{S_1} & | & | & | & | & | & | & | & | & | \\ \hline | & \mathbf{C}_{S_2} & | & | & | & | & | & | & | & | \\ \hline | & | & | & \mathbf{C}_{S_4} & | & | & | & | & | & | \\ \hline | & | & | & | & | & \mathbf{C}_{S_5} & | & | & | & | \end{bmatrix}.$$

Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі марковських моделей процесів. Параметри моделей процесів визначаємо згідно із критерієм рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розподілу процесу та його марковської моделі. Вважаємо, що для процесу $P_1\{\alpha_1, \beta_1\}$ параметри його марковської моделі становлять $\{\mathbf{A}_1, \mathbf{p}_1(0), \mathbf{C}_1\}$, для $P_2\{\alpha_2, \beta_2\}$ — $\{\mathbf{A}_2, \mathbf{p}_2(0), \mathbf{C}_2\}$, для $P_3\{\alpha_3, \beta_3\}$ — $\{\mathbf{A}_3, \mathbf{p}_3(0), \mathbf{C}_3\}$, для $P_4\{\alpha_4, \beta_4\}$ — $\{\mathbf{A}_4, \mathbf{p}_4(0), \mathbf{C}_4\}$, для $P_5\{\mu\}$ — $\{\mathbf{A}_5, \mathbf{p}_5(0), \mathbf{C}_5\}$, для $P_6\{\mu\}$ — $\{\mathbf{A}_6, \mathbf{p}_6(0), \mathbf{C}_6\}$, для $P_7\{\mu\}$ — $\{\mathbf{A}_7, \mathbf{p}_7(0), \mathbf{C}_7\}$ та для $P_8\{\mu\}$ — $\{\mathbf{A}_8, \mathbf{p}_8(0), \mathbf{C}_8\}$. Відповідно до вказаних параметрів компоненти марковської моделі системи обчислено згідно із поданими нижче формулами, зокрема, для початкового працездатного стану S_9 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{S_8} &= \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8, \\
 \mathbf{p}_{S_8}(0) &= \bigotimes_{i=1}^8 \mathbf{p}_i(0),
 \end{aligned}$$

де \otimes — оператор тензорного множення; \mathbf{E}_1 – \mathbf{E}_8 — одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць \mathbf{A}_1 – \mathbf{A}_8 .

Для працездатного стану S_8 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{S_8} &= k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.
 \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_7 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{S_7} &= k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.
 \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_6 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{S_6} &= k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8.
 \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_3 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{S_3} &= k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\
 &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8.
 \end{aligned}$$

Для непрацездатних станів S_1 , S_2 , S_4 та S_5 :

$$\mathbf{C}_{S_1} = \mathbf{C}_{S_2} = \mathbf{C}_{S_4} = \mathbf{C}_{S_5} = \mathbf{I},$$

де \mathbf{I} — одиничний вектор-рядок, розмірність якого дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів \mathbf{A}_1 – \mathbf{A}_8 .

Для подій T_1 , T_{11} та T_{14} , спричинених завершенням процесу P_1 :

$$\mathbf{A}_{T_1} = \mathbf{p}_1 \mathbf{C}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_{11}} = \mathbf{A}_{T_{14}} = k_1 \mathbf{A}_{T_1}.$$

Для подій T_2 , T_{12} та T_{15} , спричинених завершенням процесу P_2 :

$$A_{T_2} = E_1 \otimes p_2 C_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8,$$

$$A_{T_{12}} = A_{T_{15}} = k_2 A_{T_2}.$$

Для подій T_3 , T_5 та T_8 , спричинених завершенням процесу P_3 :

$$A_{T_3} = E_1 \otimes E_2 \otimes p_3 C_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8,$$

$$A_{T_5} = A_{T_8} = k_3 A_{T_3}.$$

Для подій T_4 , T_6 та T_9 , спричинених завершенням процесу P_4 :

$$A_{T_4} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes p_4 C_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8,$$

$$A_{T_6} = A_{T_9} = k_4 A_{T_4}.$$

Для події T_7 , спричиненої завершенням процесу P_5 :

$$A_{T_7} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes p_5 C_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes E_8.$$

Для події T_{10} , спричиненої завершенням процесу P_6 :

$$A_{T_{10}} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes p_6 C_6 \otimes E_7 \otimes E_8.$$

Для події T_{13} , спричиненої завершенням процесу P_7 :

$$A_{T_{13}} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes p_7 C_7 \otimes E_8.$$

Для події T_{16} , спричиненої завершенням процесу P_8 :

$$A_{T_{16}} = E_1 \otimes E_2 \otimes E_3 \otimes E_4 \otimes E_5 \otimes E_6 \otimes E_7 \otimes p_8 C_8.$$

Одержана модель містить 144 диференціальних рівняння.

Ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів. Застосовуючи розщеплену однорідну марковську модель системи із складним загальним навантажувальним резервуванням на основі методу Розенброка обчислено ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів системи. Використання методу Розенброка обумовлено тим, що марковська модель системи жорстка. Така її властивість обумовлена розкидом параметрів для процесів напрацювання та ремонтування, а також розщепленням простору станів.

Мінімальна множина перетинів системи містить такі перетини:

- «TV1–TV2», якому відповідає непрацездатний стан S_1 ;
- «G1–TV2», якому відповідає непрацездатний стан S_2 ;
- «TV1–G2», якому відповідає непрацездатний стан S_4 ;
- «G1–G2», якому відповідає непрацездатний стан S_5 .

Криві ймовірнісних характеристик перетинів системи $P(t)$ подані на рис. 3, зокрема, суцільна крива 1 відповідає функції ймовірності перетину «TV1–TV2», штрихова крива 2 — «G1–TV2», штрих-пунктирна крива 3 — «TV1–G2» та пунктирна крива 4 — «G1–G2».

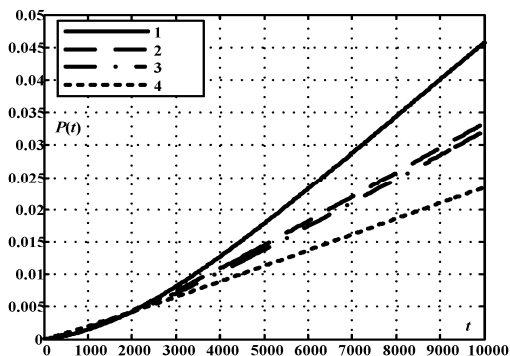


Рис. 3. Криві характеристик множини мінімальних перетинів системи

На підставі даних про перетини робимо висновок, що для зменшення ймовірності відмови системи для моменту часу 10 000 год. необхідно вжити заходів щодо підвищення безвідмовності трансформатора TV1 із основної підсистеми та TV2 із резервної підсистеми, оскільки їх одночасна непрацездатність є найімовірнішою причиною непрацездатності досліджуваної системи із відносною вагою 34.1%.

Висновки. Розроблено математичну модель надійності системи із складним загальним навантажувальним резервуванням, призначену для визначення ймовірнісних показників перетинів. Надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, а ймовірнісні показники визначені за розщепленою однорідною марковською моделлю. Одержана модель забезпечила адекватне урахування зміни навантаження елементів, тривалість напрацювання яких розподілена за законом Вейбулла. За вказаною моделлю адекватно визначено ймовірнісні показники перетинів та показано, надійність яких елементів необхідно покращувати першочергово, щоб зменшити ймовірність відмови системи.

Подальші дослідження скеровані на розроблення математичних моделей надійності, які призначені для аналізу причин непрацездатності систем із складною структурою.

Список використаних джерел:

1. Vega M. Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets / M. Vega, H. G. Sarmiento // Industry Applications, IEEE Transactions on. — 2008. — Vol. 44, № 6. — P. 1851–1858.
2. Yong Liu. Reliability evaluation of composite power systems using Markov cut-set method / Yong Liu, C. Singh // Power Systems, IEEE Trans. on — 2010. — Vol. 25, № 2. — P. 777–785.
3. Haitao Guo. Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented systems / Haitao Guo, Xianhui Yang // Reliability Engineering & System Safety. — 2008. — Vol. 93, № 6. — P. 829–837.

4. Codetta-Raiteri D. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power / D. Codetta-Raiteri // Reliability Engineering & System Safety. — 2011. — Vol. 96, № 5. — P. 534–544.
5. Juan Eloy Ruiz-Castro. Modelling a reliability system governed by discrete phase-type distributions / Juan Eloy Ruiz-Castro, Rafael Pérez-Ocón, Gemma Fernández-Villodre // Reliability Engineering & System Safety. — 2008. — Vol. 93, № 11. — P. 1650–1657.
6. Chryssaphinou O. Multi-state reliability systems under discrete time semi-markovian hypothesis / O. Chryssaphinou, N. Limnios, S. Malefaki // Reliability, IEEE Trans. on. — 2011. — Vol. 60, № 1. — P. 80–87.
7. Щербовських С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія / С. В. Щербовських. — Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2012. — 296 с.

The mathematical reliability model for system with complex whole load-sharing redundancy for failure cause analysis is suggested. The model adequately takes into account the impact of load-sharing on minimum cut set probability characteristics. For system modeling the dynamic fault tree and Markov analysis are applied.

Key words: *reliability model, minimal cut set, dynamic fault tree, Markov model.*

Отримано: 13.03.2014