

3. Азиз Х. Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттари. — М.: Недра, 1982. — 406 с.
4. Кричлоу Г. Б. Современная разработка нефтяных месторождений / Г. Б. Кричлоу. — М.: Недра, 1979. — 302 с.
5. Ахметов И. М. Применение композитных систем в технологических операциях эксплуатации скважин / И. М. Ахметов, Н. М. Шерстнев. — М.: Недра, 1989. — 213 с.
6. Мелик-Асланов Л. С. Нефтеотдача при вытеснении нефти из пласта водой / Л. С. Мелик-Асланов. — Баку: Азернешр, 1989. — 108 с.
7. Вахитов Г. Г. Особенности вытеснения водой нефтей с вязкоупругими свойствами / Г. Г. Вахитов, А. Х. Мирзаджанзаде, В. М. Рыжик // Нефтяное хозяйство. — 1977. — № 4. — С. 38–41.

Research of stability of the frontal expulsing is executed for the multi-component systems presented by filter-passing unmixed (including anomalous) liquids. In the conditions of the real applied task quality description of process of expulsing is given in the multicomponent system with an intermediate «agent». The mathematical model of class of tasks of the frontal expulsing offers for the multicomponent systems as variation inequality, providing simple numeral realization.

Key words: *multicomponent systems, frontal expulsing, «stagnant zone», maximum gradient, mathematical model, variation inequality.*

Отримано: 20.06.2014

УДК 004.6

Н. Ю. Постолатий, аспирант

О. И. Ямнюк, магистр

Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ КАК КЛАССА ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ В ДОКРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Получены выражения для определения коэффициентов проскальзывания и расходов при фильтрации ньютоновской и неньютоновской газированных жидкостей в пористой среде в докритической области. Показана состоятельность выполненных теоретических исследований при их сравнении с результатами практических расчетов.

Ключевые слова: *ньютоновская жидкость, неньютоновская жидкость, фильтрация газированной жидкости, коэффициент проскальзывания, пластовое давление, проницаемость и пористость среды.*

Введение. Объяснение аномального увеличения расхода при фильтрации газированной жидкости (рассматриваемой как класс гетерогенных систем) в предпереходном фазовом состоянии дано в из-

вестной литературе [1] с привлечением *кольцевой схемы* и *эффекта проскальзывания* жидкости относительно поверхности порового канала. В работе [2] было рассмотрено течение в пористой среде на основе кольцевой схемы течения газированной жидкости, однако при этом расход рассматривался в зависимости от *проницаемости* пористой среды. Вместе с тем, как убедительно следует из обширной литературы (например, [3–6]), эффект проскальзывания физически более предпочтителен для объяснения исследуемых фильтрационных явлений в докритической области нарушения линейного закона Дарси. Однако переход к пористой среде с использованием уравнения для коэффициента проскальзывания [1] требует определения зависимости всех входящих параметров (толщина пристенного слоя, степень покрытия капилляра зародышами газовой фазы и т.д.) от давления, что, в общем случае, достаточно сложно. Вместе с тем задача может быть решена введением зависимости (в том числе и экспериментальной) коэффициента проскальзывания от давления.

Цель работы. Построение аналитического решения задачи стационарной фильтрации газированной жидкости на основе введения зависимости коэффициента проскальзывания от давления.

Основная часть. Рассмотрим задачу стационарной прямолинейной фильтрации для случаев *вязкой* (ньютоновской) и *вязко-пластической* (неньютоновской, или аномальной) жидкости.

1. Фильтрация газированной ньютоновской жидкости. При фильтрации газированной жидкости обычно считается, что для жидкости и газа (т.е. фаз газированной жидкости или смеси) можно записать уравнение Дарси в виде

$$m S_j \varpi_j = - \frac{k_0 K_j}{\mu_j} \nabla P, \quad j = \overline{1, 2}, \quad (1)$$

где k_0 , K_j , m , S_j , μ_j — соответственно абсолютная проницаемость пористой среды, относительная (для жидкой и газовой фаз фильтрующегося флюида) проницаемость, пористость среды, насыщенность (газовой и жидкой фазами), динамическая вязкость (газовой и жидкой фаз); ϖ_j — скорость фильтрации (для газовой и жидкой фаз); ∇P — градиент внутрипластового давления; индексы j , здесь, и в дальнейшем, обозначают газовую ($j = 1$) и жидкую ($j = 2$) фазы фильтрующегося флюида.

Уравнение (1) соответствует такому течению в пористой среде, когда газовая и жидкостная фазы фильтрующегося флюида совершенно «равноправны». При этом можно представить, что движение жидкости или газа происходит в некоторой системе непрерывных каналов, заполненных жидкостью или газом. Однако, если содержание одной из фаз,

например, газа, мало, то представление о «равноправности» жидкости или газа, зафиксированное в уравнении (1), перестает быть верным [7]. В данном случае пористая среда занята в основном жидкостью с изолированными газовыми пузырьками (зародышами).

В связи с вышеописанным, газированная жидкость при давлении выше давления насыщения может быть представлена как *гомогенная несжимаемая* жидкость, эффективная проницаемость для которой определяется *проскальзыванием*. Тогда решение стационарной задачи для одномерного случая сводится к решению системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varpi}{dx}, \\ \varpi = -\frac{k(P)}{\mu} \cdot \frac{dP}{dx} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $k(P)$ — эффективная проницаемость.

Эффективная проницаемость при течении с проскальзыванием может быть определена из выражения [1]:

$$k = k_0 \left(1 + \frac{4b}{R} \right), \quad (3)$$

где b — коэффициент проскальзывания; R — средний радиус порового канала, определяемый выражением [1; 5]

$$R = \sqrt{8k_0/m}.$$

Очевидно, что в рассматриваемом случае коэффициент проскальзывания является функцией давления. В первом приближении выражение (3) можно записать в виде:

$$k(P) = k_0 \left[1 + \frac{4b(P)}{R} \right].$$

Поскольку расход фильтрующейся жидкости Q является функцией внутрислоевого давления $Q = Q(P)$, то коэффициент проскальзывания по замерам расхода Q оценивается следующим образом

$$b = (Q-1) \frac{R}{4}.$$

В работе [1] получена экспериментальная зависимость для определения коэффициента проскальзывания, описываемая следующей эмпирической моделью:

$$b(P) = b_0 \left\{ a \left(\frac{P - P_c}{P_s - P_c} \right) \exp \left[-c \left(\frac{P - P_c}{P_s - P_c} \right) \right] \right\},$$

где b_0 — некоторое фиксированное значение коэффициента проскальзывания; P_c — капиллярное давление (определяемое для конкретной пористой среды); P_s — давление, при котором начинается проскальзывание; a, c — постоянные числовые коэффициенты, определяемые свойствами пористой среды.

Тогда эффективную проницаемость при фильтрации с проскальзыванием можно записать следующим образом

$$k(P) = k_0 \left\{ 1 + \frac{4b_0}{R} \left[a \frac{P - P_c}{P_s - P_c} \cdot \exp - c \left(\frac{P - P_c}{P_s - P_c} \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

При этом, из реальных физических соображений, рассматриваются две области: в области $P_s < P < P_0$ — имеет место фильтрация без проскальзывания, т.е. $k(P) = k_0$; в области $P_l \leq P < P_s$ — имеет место фильтрация с проскальзыванием (здесь P_0 и P_l — значения внутрислоевого давления на концах капилляра, соответственно, т.е. для $x = 0$ и $x = l$).

На основании системы (2) распределение давления для первой области определяется из выражения

$$P = P_0 - (P_0 - P_s)(x/x_s),$$

а для второй — из выражения

$$P = \frac{x - x_s}{x_l - x_s} \int_{P_c}^{P_s} k(P) dP.$$

В последнем выражении x — текущая координата (для которой, по сути, определяется давление P), а x_s, x_l, P_c, P_s — фиксированные значения соответствующих величин (т.е. числа).

Очевидно, что расход жидкости по закону Дарси определится из выражения

$$Q_0 = \frac{k_0(P_0 - P_c)}{\mu l} F, \quad (5)$$

где F — площадь поперечного сечения участка пористой среды, ограниченного точками $x = 0$ и $x = l$.

Для случая $P_l \leq P < P_s$, когда эффект проскальзывания имеет место, для расхода жидкости получим

$$Q = \frac{\int_{P_c}^{P_s} k(P) dP}{\mu l} F. \quad (6)$$

Соотношения (5) и (6) достаточно просты и удобны при решении практических задач.

2. Фильтрация газированной неньютоновской жидкости. Как было показано в п. 1, эффект проскальзывания жидкости позволяет описать фильтрацию газированной жидкости с зародышами газа. В этой связи особый интерес представляет изучение фильтрация неньютоновской жидкости.

Типичным проявлением течения неньютоновской жидкости является ее подчинение степенному закону в цилиндрическом капилляре при наличии проскальзывания. Как известно, для степенных жидкостей связь между напряжением и скоростью сдвига определяется выражением [8; 9]

$$\tau = \mu_0 \gamma^n,$$

где μ_0 — вязкость фильтрующейся жидкости (в предположении постоянства ее значения), а скорость течения в капилляре имеет вид [10]

$$v = -\left(\frac{n}{n+1}\right)\left(\frac{\Delta P}{2\mu_0}\right)^{1/n} r^{(1/n)+1} + C, \quad (7)$$

где r — текущее значение радиуса капилляра, C — постоянная интегрирования, определяемая из следующего граничного условия

$$v_R = -b\left(\frac{dv}{dr}\right)\Big|_{r=R}, \quad (8)$$

где b — коэффициент проскальзывания, R — радиус капилляра в граничной точке. Тогда из (7) получим

$$v = -\left(\frac{n}{n+1}\right)\left(\frac{\Delta P}{2\mu_0}\right)^{1/n} R^{(1/n)+1} \left(1 + \frac{b}{R} \frac{n+1}{n}\right) - \left(\frac{n+1}{n}\right)\left(\frac{\Delta P}{2\mu_0}\right)^{1/n} r^{(1/n)+1}, \quad (9)$$

и очевидным будет расход жидкости, определяемый как

$$Q = 2\pi \int_0^R v r dr = \frac{\pi n}{3n+1} \left(\frac{\Delta P}{2\mu_0}\right)^{1/n} R^{(1/n)+3} \left(1 + \frac{b}{R} \frac{3n+1}{n}\right). \quad (10)$$

Для последнего выражения необходимо ввести поправку на скольжение:

$$Q_1 = \frac{Q}{Q_0} = \frac{v}{v_0} = \left(1 + \frac{b}{R} \frac{3n+1}{n}\right),$$

где Q_0 и v_0 — соответственно расход, и скорость течения без проскальзывания.

С целью определения влияния проскальзывания на характер фильтрации были проведены расчеты по формуле (10) при различных

значениях n для пористой среды с проницаемостью $k = 0,1 \text{ мкм}^2$ и пористостью $m = 0,25$ (интеграл определялся численно, т.к. он раскрывается только при четных n). Вязкость μ_0 определялась при $\tau = 2 \text{ Н/м}^2$, $\gamma = 1220 \text{ с}^{-1}$. Результаты вычислений свидетельствуют о следующем. С увеличением n (при прочих равных условиях) происходит ослабление эффекта проскальзывания, что выражается в ослаблении Q_1 . Этот эффект поясняется следующим образом. На основании выражений (7)–(9) можно показать, что

$$B(P) = b_0 \left(1 + \frac{3n+1}{n} \frac{b(P)}{R} \right) = b_0 \left[1 + \left(3 + \frac{1}{n} \right) \frac{b(P)}{R} \right]. \quad (11)$$

Из (11) следует, что с увеличением n поправка на скольжение уменьшается.

Вывод. Выполненные расчеты по полученным теоретическим зависимостям для расходов газированной фильтрующейся ньютоновской (выражения (5), (6)) и неньютоновской (выражение (10)) жидкостей дают хорошее качественное и количественное совпадение с описанными экспериментальными данными [5, 11].

Было отмечено, что наличие проскальзывания приводит к значительному снижению наклона кривой для распределения давления вблизи давления насыщения, обуславливающего аномальный рост расхода жидкости. При этом с ростом n отклонение от прямолинейного распределения давления (для неньютоновской степенной жидкости без проскальзывания) увеличивается. Кроме того, в случае фильтрации газированной жидкости в докритической области возможна модификация течения (от дилатантного к псевдопластическому) и изменение исходного закона фильтрации (например, нарушение линейного закона Дарси).

Список использованной литературы:

1. Сулейманов Б. А. Особенности фильтрации гетерогенных систем / Б. А. Сулейманов. — М. : ГРУ нефти и газа, 2006. — 354 с.
2. Шагапов В. Ш. О фильтрации газированной жидкости // Журнал прикладной механики и технической физики / В. Ш. Шагапов. — 1993. — № 5. — С. 97–105.
3. Саттаров Р. М. Исследование движения газожидкостных систем с учетом образования микророзродышей / Р. М. Саттаров, П. Я. Фарзана // Инженерно-физический журнал. — 1987. — Т. 52, № 5. — С. 765–771.
4. Толстой Д. М. Молекулярная теория проскальзывания жидкости относительно твердых поверхностей / Д. М. Толстой // ДАН СССР. — 1990. — Т. 125, № 3. — С. 1089–1092.
5. Сулейманов Б. А. Об эффекте проскальзывания при фильтрации газированной жидкости / Б. А. Сулейманов // Коллоидный журнал. — 1997. — Т. 59, № 6. — С. 807–812.

6. Barrat J. L. large slip effect at a nonwetting fluid-solid interface / J. L. Barrat, L. Bocquet // Physical Review Letters. — 1999. — Vol. 82. — P. 4671–4674.
7. Буевич Ю. А. К теории совместной фильтрации несмешивающихся жидкостей в поле тяжести / Ю. А. Буевич // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1967, № 2. — С. 165–167.
8. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. — Е. 1 / Р. И. Нигматулин. — М. : Наука, 1987. — 464 с.
9. Бернадинер М. Г. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей / М. Г. Бернадинер, В. М. Ентов. — М. : Наука, 1975. — 199 с.
10. Леонов Е. Г. Гидроаэродмеханика в бурении / Е. Г. Леонов. — М. : Недра, 1987. — 304 с.
11. Сулейманов Б. А. Об эффекте проскальзывания газожидкостной системы при фильтрации в пористой среде / Б. А. Сулейманов, Х. Ф. Азизов // Нефтяное хозяйство. — 1996. — № 6. — С. 39–42.

The expressions for determining the coefficients of sliding and expenses when filtering Newtonian and non-Newtonian carbonated liquids in a porous medium in the subcritical region. Shows the consistency of the theoretical studies when comparing them with the results of practical calculations.

Key words: *newtonian fluid, non-Newtonian fluid filtering carbonated liquid, the coefficient of sliding, reservoir pressure, permeability and porosity of the environment.*

Отримано: 19.06.2014

УДК 004.61

В. С. Савіч, аспірант,
О. П. Ошовська, магістр

Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса

МОДЕЛЮВАННЯ СТАЦІОНАРНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ НЕНЬЮТОНІВСЬКИХ РІДИН У НЕОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглянуто можливості застосування параметрів ефективної проникності та ефективної в'язкості в математичних моделях процесів фільтрації неньютонівських рідин в однорідних та слоїсто-неоднорідних пористих середовищах. Теоретично отримано залежності, які описують плин неньютонівських рідин за умови введення ефективних проникності та в'язкості, а також експериментально підтверджено вид цих залежностей.

Ключові слова: *математична модель; фільтрація в пористому середовищі; неньютонівські рідини; проникність пористого середовища; в'язкість рідини, що фільтрується.*

Вступ. Як відомо [1; 2], для неньютонівських (або — аномальних [3]) рідин приймається степеневий закон фільтрації, однак, в рамках степеневому закону описати отримані S-подібні криві не вдається [4–6].