

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова  
Національної академії наук України  
Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка

# **МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**

**Серія: Технічні науки**

Збірник наукових праць

**Випуск 4**

Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка  
2010

УДК 004.94:53.072  
ББК 30  
МЗ4

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації:  
Серія КВ № 14522-3493Р від 25.06.2008 р.

Збірник наукових праць включено до Переліку наукових фахових видань України з технічних наук (постанова Президії ВАК України від 27 травня 2009 р. № 1-05/2, Бюлетень ВАК України №8, 2009)  
Друкується згідно з рішенням вченої ради Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, протокол № 11 від 26 листопада 2010 року.

#### Рецензенти:

**С. О. Лук'яненко**, д.т.н., професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут";

**В. В. Мохор**, д.т.н., професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

#### Редакційна колегія:

Відповідальний редактор

**Ю. Г. КРИВОНОС**  
академік НАНУ, д.ф.-м.н., проф.

Заст. відповідального редактора

**А. Ф. ВЕРЛАНЬ**  
член-кор. НАПНУ, д.т.н., проф.

Відповідальний секретар

**В. А. ФЕДОРЧУК**  
к.т.н., доцент

**В. П. БОЮН**,

член-кор. НАНУ, д.т.н., проф.

**В. В. ВАСИЛЬСЬВ**

член-кор. НАНУ, д.т.н., проф.

**В. К. ЗАДІРАКА**

член-кор. НАНУ, д.ф.-м.н., проф.

**І. М. КОНЕТ**

д.ф.-м.н., проф.

**Б. Б. НЕСТЕРЕНКО**

д.т.н., проф.

**О. М. ХІМІЧ**

д.ф.-м.н., проф.

**МЗ4 Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки** : зб. наук. праць / Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка ; [редкол.: Ю. Г. Кривонос (відп. ред.) та ін.]. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010. — Вип. 4. — 280 с.

У збірнику друкуються результати досліджень, що стосуються проблем застосування математичних моделей в різних галузях людської діяльності.

Для наукових та інженерно-технічних працівників, докторантів, аспірантів, студентів вищих навчальних закладів.

УДК 004.94:53.072

ББК 30

© Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, 2010  
© Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2010

## ВАСИЛЬ ВАСИЛЬОВИЧ СКОПЕЦЬКИЙ (16.06.1944—04.09.2010)



4 вересня 2010 р. вітчизняна наука зазнала важкої втрати. На 67 році життя відійшов у вічність член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України Василь Васильович Скопецький — знаний фахівець у галузі автоматизації розрахунку складних задач фізики і техніки, математичного моделювання і дослідження процесів у неоднорідних середовищах.

Василь Васильович народився 16 червня 1944 р. у с. Кугаївці Черновецького р-ну Хмельницької обл. У 1961 р. закінчив із срібною медаллю Гусятинську СШ Тернопільської обл. У 1962—1967 рр. навчався на механіко-математичному факультеті Київського державного університету ім. Т. Г. Шевченка.

У 1967 р. — інженер Інституту кібернетики АН УРСР. У 1968—1970 рр. перебував на дійсній строковій службі в армії.

У 1971—1974 рр. навчався в аспірантурі при кафедрі обчислювальної математики факультету кібернетики Київського державного університету ім. Т. Г. Шевченка.

З 1974 р. — молодший, з 1976 р. — старший науковий співробітник, з 1981 р. — завідувач відділу «Математичного моделювання проблем екології та енергетики» Інституту кібернетики АН УРСР, тепер Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України.

У 1974 році захистив кандидатську дисертацію «Розв'язування задач фільтрації в неоднорідних середовищах» (керівник — академік АН УРСР І. І. Ляшко), у 1990 р. — докторську дисертацію «Автоматизація розрахунків фізичних полів у неоднорідних середовищах» (консультант — академік АН УРСР І. В. Сергієнко).

14 квітня 1995 р. обраний членом-кореспондентом НАН України зі спеціальності «Інформатика та обчислювальні системи».

Під керівництвом В. В. Скопецького захищено 16 кандидатських та 3 докторські дисертації.

На факультеті кібернетики Київського державного університету ім. Т. Г. Шевченка працював за сумісництвом з 1989 р. Читав спеціальні курси з чисельно-аналітичних методів, математичного моделювання, автоматизації розрахунку процесів і полів, інформаційних технологій в екології, гідротехніці, енергетиці. Сумісно зі співробітниками факультету опублікував понад 50 наукових праць, у тому числі 4 монографії.

В. В. Скопецький активно працював у таких наукових напрямках: автоматизація розрахунку складних задач фізики і техніки, математичне моделювання і дослідження процесів у неоднорідних середовищах, розробка чисельно-аналітичних методів прикладної математики.

Він був лауреатом Республіканської премії для молодих вчених (1976 р.), Державних премій України в галузі науки і техніки (1991 р., 1999 р., 2005 р.), лауреатом премій ім. С. О. Лебедева (1997 р.), ім. В. М. Глушкова (2004 р.) Національної академії наук України, Заслуженим діячем науки і техніки України (2007 р.).

За період наукової діяльності Василь Васильович опублікував понад 300 наукових праць, з них 20 монографій та навчальних посібників, одержав 5 авторських свідоцтв на винаходи.

Основні монографії:

1. Вопросы автоматизации решения задач фильтрации на ЭВМ. — К. : Наук. думка, 1977, 1981. — 295 с. (соавторы — Ляшко И. И. и др.);
2. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. — К. : Наук. думка, 1991. — 432 с. (соавторы — Сергиенко И. В., Дейнека В. С.);
3. Математические модели и методы расчета задач с разрывными решениями. — К. : Наук. думка, 1995. — 262 с. (соавторы — Сергиенко И. В., Дейнека В. С.);
4. Численное моделирование распространения загрязнений в окружающей среде. — К. : Наук. думка, 1997. — 367 с. (соавторы — Згуровский М. З. и др.);
5. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения. — К. : Наук. думка, 1998. — 614 с. (соавторы — Сергиенко И. В., Дейнека В. С.);
6. Численно-аналитические методы исследования волновых процессов. — К. : Наук. думка, 2001. — 452 с. (соавторы — Сергиенко И. В., Гладкий А. В.);
7. Розподіл ресурсів у просторі та часі. — К. : Наук. думка, 2003. — 322 с. (співавтори — Остапенко В. В., Фінін Г. С.);
8. Математичне моделювання прямих та обернених задач динаміки систем з розподіленими параметрами. — К. : Наук. думка, 2002. — 362 с. (співавтори — Стоян В. А., Кривонос Ю. Г.);
9. Некласичні математичні моделі процесів тепло- та масопереносу. — К. : Наук. думка, 2005. — 282 с. (співавтори — Кривонос Ю. Г., Булавацький В. М.);
10. Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки. — К. : Наук. думка, 2007. — 291 с. (співавтори — Булавацький В. М., Бомба А. Я.).

Василь Васильович був заступником головного редактора збірника наукових праць «Компютерна математика», членом редакційних колегій наукових часописів «Журнал обчислювальної та прикладної математики», «Проблеми управління та інформатики», «Системні дослідження та інформаційні технології».

В. В. Скопецький приділяв значну увагу не тільки розвитку академічної науки, але й сприяв фундаментальним науковим дослідженням в університетах України. З 2008 року він очолював редакційні колегії збірників наукових праць «Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки», «Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки», заснованих Інститутом кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України та Кам'янець-Подільським національним університетом імені Івана Огієнка за його ініціативою.

Нам не вистачатиме мудрого, активного, завжди доброзичливого голови редакційної колегії і прекрасної, інтелігентної та життєрадісної людини — Василя Васильовича Скопецького. Він назавжди залишиться в нашій пам'яті.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

## ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**Бабій Надія Василівна** — здобувач Тернопільського національного технічного університету ім. І. Пулюя, м. Тернопіль

**Барабан Катерина Михайлівна** — аспірантка Хмельницького національного університету, м. Хмельницький, katerynabaraban@gmail.com

**Бейко Іван Васильович** — доктор технічних наук, професор Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», м. Київ

**Білогай Юлія Валеріївна** — студентка Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, crazybelk@bigmir.net

**Бовсунівський Валерій Іванович** — аспірант Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, м. Київ, vbi@ukr.net

**Вакал Лариса Петрівна** — науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, м. Київ, Lara.Vakal@gmail.com

**Верлань Анатолій Федорович** — доктор технічних наук, член кореспондент НАПН України, професор, завідувач відділу Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ, a.f.verlan@gmail.com

**Верлань Андрій Анатолійович** — кандидат технічних наук, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, verlandr@gmail.com

**Верлань Дмитро Анатолійович** — студент факультету кібернетики Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, м. Київ, dmitriverlan@gmail.com

**Власюк Анатолій Павлович** — доктор технічних наук, професор, декан факультету прикладної математики та комп'ютерно-інтегрованих систем, завідувач кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне, A.P.Vlasyuk@rambler.ru

**Громик Андрій Петрович** — викладач кафедри математичних дисциплін Подільського державного аграрно-технічного університету, м. Кам'янець-Подільський

**Дроботя Анатолій Ілліч** — кандидат технічних наук, доцент кафедри математичного моделювання Бердянського державного педагогічного університету, м. Бердянськ, oveka@ukr.net

**Дунаєва Тамара Альбінівна** — кандидат фізико-математичних наук, доцент Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, dunaeva\_t@mail.ru

**Дяконюк Лілія Миколаївна** — кандидат фізико-математичних наук, доцент ЛНУ ім. Івана Франка, м. Львів, kpm@franko.lviv.ua

**Задірака Валерій Константинович** — доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України, Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, м. Київ

**Іванюк Віталій Анатолійович** — кандидат технічних наук, старший викладач кафедри інформатики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський

**Каленчук-Порханова Анжеліна Олексіївна** — кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, м. Київ, ioanna@public icyb.kiev.ua

**Конет Іван Михайлович** — доктор фізико-математичних наук, професор, начальник науково-дослідного сектору, професор кафедри диференціальних рівнянь і прикладної математики Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський, konet51@ukr.net

**Корнеєв Олександр Михайлович** — начальник відділу інформаційних систем ВАТ «Хмельницькгаз», м. Хмельницький, oleksandr.kornyejev@gmail.com

**Кудін Антон Михайлович** — кандидат технічних наук, докторант Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, м. Київ, playshner@mail.ru

**Кулик Станіслав Іванович** — кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри вищої математики Національного технічного університету «ХПІ», м. Харків, poiksi@mail.ru

**Ленюк Михайло Павлович** — доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформаційних систем Чернівецького факультету Харківського національного технічного університету «ХПІ», м. Чернівці

**Литвин Олег Олегович** — кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник кафедри вищої і прикладної математики Української інженерно-педагогічної академії, м. Харків, loo71@bk.ru

**Мандзак Тарас Іванович** — кандидат фізико-математичних наук, ЛНУ ім. Івана Франка, м. Львів kpm@franko.lviv.ua

**Митько Лідія Олексіївна** — кандидат фізико-математичних наук, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ, lmitko@ukr.net

**Михайлова Ірина Юріївна** — аспірантка Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», м. Київ

**Мосенцова Людмила Вікторівна** — аспірантка Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ, mosentsovalv@mail.ru

**Остапчук Оксана Петрівна** — старший викладач кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне, Ostapchuk\_o@ukr.net

**Петрик Михайло Романович** — кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри програмної інженерії, науковий керівник лабораторії математичного моделювання масопереносу в неоднорідних і нанопористих середовищах Тернопільського національного технічного університету ім. І. Пулюя, м. Тернопіль, Mykhaylo\_Petryk@tu.edu.te.ua

**Полижаєнко Сергій Анатолійович** — доктор технічних наук, професор Одеського національного політехнічного університету, м. Одеса, polozhaenko@mail.ru

**Протасов Сергій Юрійович** — асистент кафедри електротехнічних систем Черкаського державного технологічного університету, м. Черкаси, plegun07@rambler.ru

**Савула Ярема Григорович** — доктор фізико-математичних наук, професор, декан факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету ім. Івана Франка, м. Львів, kpm@franko.lviv.ua

**Слупко Олександр Миколайович** — аспірант Волинського національного університету ім. Лесі Українки, м. Луцьк, webmaestro.lutsk@gmail.com

**Смаковський Денис Сергійович** — старший викладач Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, denis@aprodos.kpi.ua

**Сопель Михайло Федорович** — кандидат технічних наук, провідний науковий співробітник Інституту електродинаміки НАН України, м. Київ, regina@ied.org.ua

**Степанченко Ольга Миколаївна** — старший викладач кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне

**Федорчук Володимир Анатолійович** — кандидат технічних наук, доцент, докторант Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України, м. Київ, fedvlad@ukr.net

**Федорчук Наталія Анатоліївна** — асистент кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне, Nataliya\_7@mail.ru

**Філатова Інна Анатоліївна** — асистент кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне

**Цвєткова Тетяна Павлівна** — асистент кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне, [Tsvetkova@ukr.net](mailto:Tsvetkova@ukr.net)

**Шевчук Богдан Михайлович** — кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, м. Київ, [incors@ukr.net](mailto:incors@ukr.net)

**Щербак Тетяна Леонідівна** — викладач кафедри засобів захисту інформації Національного авіаційного університету, м. Київ

**Щербовських Сергій Володимирович** — кандидат технічних наук, докторант кафедри електроприводу та автоматизації промислових установок Національного університету «Львівська політехніка», м. Львів, [shcherbov@polynet.lviv.ua](mailto:shcherbov@polynet.lviv.ua)



## АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК АВТОРІВ

<b>Б</b>		<b>М</b>	
Бабій Н. В.	3	Мандзак Т. І.	180
Барабан К. М.	18	Митько Л. О.	144
Бейко І. В.	32	Михайлова І. Ю.	56
Білогай Ю. В.	42	Мосенцова Л. В.	156
Бовсунівський В. І.	234		
		<b>О</b>	
<b>В</b>		Остапчук О. П.	162
Вакал Л. П.	111		
Верлань А. Ф.	47	<b>П</b>	
Верлань А. А.	56	Петрик М. Р.	3
Верлань Д. А.	64	Полижаєнко С. А.	47
Власюк А. П.	70	Протасов С. Ю.	173
<b>Г</b>		<b>С</b>	
Громик А. П.	85	Савула Я. Г.	180
		Слупко О. М.	180
<b>Д</b>		Смаковський Д. С.	56
Дроботя А. І.	97	Сопель М. Ф.	187
Дунаєва Т. А.	42	Степанченко О. М.	70
Дяконюк Л. М.	180		
		<b>Ф</b>	
<b>З</b>		Федорчук В. А.	193
Задірака В. К.	234	Федорчук Н. А.	204
		Філатова І. А.	216
<b>І</b>			
Іванюк В. А.	104	<b>Ц</b>	
		Цветкова Т. П.	227
<b>К</b>			
Каленчук-		<b>Ш</b>	
Порханова А. О.	111	Шевчук Б. М.	234
Конет І. М.	119		
Корнєєв О. М.	104	<b>Щ</b>	
Кудін А. М.	136	Щербак Т. Л.	246
Кулик С. І.	97	Щербовських С. В.	261
<b>Л</b>			
Ленюк М. П.	119		
Литвин О. О.	97		

## ЗМІСТ

<b>Бабій Н. В., Петрик М. Р.</b> Математичне моделювання масопереносу зі змінними коефіцієнтами дифузії для неоднорідних обмежених магнітних середовищ .....	3
<b>Барабан К. М.</b> Реалізація технології побудови просторової моделі обличчя людини по фотографічним зображенням.....	18
<b>Бейко І. В.</b> Узагальнені крайові задачі і узагальнені розв'язки оптимізаційних задач у функціональних просторах .....	32
<b>Білогай Ю. В., Дунаєва Т. А.</b> Формування оптимального товарного портфелю підприємства на основі теорії обмежень систем .....	42
<b>Верлань А. Ф., Положаєнко С. А.</b> Комп'ютерні засоби реалізації імітаційного дослідження аномальних дифузійних процесів .....	47
<b>Верлань А. А., Смаковський Д. С., Михайлова І. Ю.</b> Численне рішення двумерного уравнения теплопроводности с использованием технологии OpenMP .....	56
<b>Верлань Д. А.</b> Алгоритми реалізації методу вироджених ядер при розв'язанні інтегральних рівнянь вольтерри .....	64
<b>Власюк А. П., Степанченко О. М.</b> Чисельне моделювання однієї задачі розчинення сольового включення .....	70
<b>Громик А. П.</b> Математичне моделювання стаціонарного теплопереносу в процесах випікання тонких плоских циліндричних тістових заготовок.....	85
<b>Дроботя А. І., Кулик С. І., Литвин О. О.</b> Створення стегофайлу на зображенні-контейнері з використанням вейвлетів.....	97
<b>Іванюк В. А., Корнєєв О. М.</b> Розв'язування інтегральних рівнянь типу згортки за допомогою інтегральних перетворень .....	104
<b>Каленчук-Порханова А. О., Вакал Л. П.</b> Застосування найкращої чебишовської апроксимації для моделювання деяких фізичних процесів.....	111

<b>Конет І. М., Ленюк М. П.</b> Моделювання дифузійних процесів в неоднорідних середовищах з м'якими межами методом гібридного диференціального оператора Лежандра-Фур'є-Лежандра на полярній осі $r \geq R_0 > 0$ .....	119
<b>Кудин А. М.</b> Математическая модель стеганографической системы на базе общей теории оптимальных алгоритмов .....	136
<b>Митько Л. А.</b> Итерационные алгоритмы конечноэлементного метода сопряженных градиентов .....	144
<b>Мосенцова Л. В.</b> Численная реализация в системе MatLab квадратурных алгоритмов решения интегральных уравнений Вольтерра II рода в форме Гаммерштейна .....	156
<b>Остапчук О. П.</b> Чисельне моделювання процесу очищення горизонтального шару ґрунту від радіонуклідів при їх вертикальній міграції .....	162
<b>Протасов С. Ю.</b> Интегральный метод моделирования динамических систем с переменными параметрами .....	173
<b>Слупко О. М., Савула Я. Г., Мандзак Т. І., Дяконюк Л. М.</b> Комп'ютерне моделювання процесу напірної фільтрації у пористому середовищі з включеннями .....	180
<b>Сопель М. Ф.</b> Анализ и оптимизация межповерочных интервалов средств измерения статистическим методом .....	187
<b>Федорчук В. А.</b> Аналіз стійкості керованих електромеханічних систем за їх інтегральними моделями .....	193
<b>Федорчук Н. А.</b> Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та наявності рівня ґрунтових вод .....	204
<b>Філатова І. А.</b> Математичне моделювання напружено-деформованого стану багатозарового ґрунтового масиву в умовах масопереносу та наявності рівня ґрунтових вод .....	216
<b>Цветкова Т. П.</b> Математичне моделювання масопереносу з врахуванням осмосу на вологоперенос в одновимірному випадку .....	227

<b>Шевчук Б. М., Задірака В. К., Бовсунівський В. І.</b>	
Дослідження методів і алгоритмів стиснення та відновлення відеосигналів для побудови інтелектуальних мережевих відеосенсорів .....	234
<b>Щербак Т. Л.</b>	
Задачі математичного моделювання та статистичної обробки циклічних процесів електроспоживання.....	246
<b>Щербовських С. В.</b>	
Розрахунок інтенсивності потоку відмов дубльованої системи з паралельним резервуванням .....	261
<b>Василь Васильович Скопецький (16.06.1944—04.09.2010)</b> .....	270
Відомості про авторів .....	272
Алфавітний покажчик.....	276

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова  
Національної академії наук України  
Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

## **МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**

**Серія: Технічні науки**

Збірник наукових праць

**Випуск 4**

---

---

Підписано до друку 14.12.2010 р. Формат 60x84/16. Папір офісний.  
Гарнітура “Таймс”. Друк різографічний. Обл.-вид. арк. 14,6.  
Умовн. друк. арк. 16,1. Тираж 100. Зам. № 431.

Кам'янець-Подільський національний університет  
імені Івана Огієнка.  
Вул. Огієнка, 61, м. Кам'янець-Подільський, 32300.  
Свідоцтво серії ДК № 3382 від 05.02.2009 р.