

The problem of mathematical modeling of river pollution processes under leaching from reservoirs is devoted. Balance two-layer model of the dynamics of the flow during flushing is developed. Software package that implements the simulation of river Ingulets washing processes from Karachunevske water reservoir is created.

**Key words:** *river pollution, flushing of the reservoir, balance model, sediment, water quality for irrigation, water consumption.*

Отримано: 19.04.2016

УДК 519.644; 519.711

**О. М. Коломис**, канд. фіз.-мат. наук,

**Л. В. Луц**, канд. фіз.-мат. наук

Інститут кібернетики НАН України, м. Київ

### **ЕФЕКТИВНІ ЗА ШВИДКОДІЄЮ АЛГОРИТМИ ОБЧИСЛЕННЯ ОЦІНОК ВЗАЄМНО КОРЕЛЯЦІЙНИХ ФУНКЦІЙ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ РІЗНОЇ ДОВЖИНИ**

Запропоновані ефективні за швидкодією алгоритми секціонування для обчислення оцінок взаємно кореляційних функцій стаціонарних ергодичних випадкових процесів послідовностей різної довжини, у випадку, коли одна з них суттєво довші за іншу; отримані оцінки їх основних характеристик.

**Ключові слова:** *оцінка взаємно кореляційних функцій, «непрямий» алгоритм, алгоритми секціонування, оцінка евклідової норми, похибка заокруглення.*

**Вступ.** Із появою алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [1], було розроблено ряд обчислювальних алгоритмів прискореного розв'язання деяких задач цифрової обробки сигналів. Побудовані і обґрунтовані ефективні за швидкодією алгоритми обчислення таких оцінок ймовірнісних характеристик: оцінок згортки, кореляційних функцій, спектральних щільностей стаціонарних випадкових процесів, виявлення прихованих періодичностей [2] та інші, які базуються на використанні ШПФ.

Одне з найбільш важливих застосувань алгоритму ШПФ пов'язане з використанням теореми про дискретну згортку двох функцій [2]. Такий підхід дозволяє в багатьох випадках суттєво зменшити обсяг обчислювальних витрат і відповідно оцінки похибок заокруглення.

Застосування теореми про дискретну згортку для обчислення оцінок авто- та взаємно кореляційних функцій дозволяє будувати «швидкі», тобто ефективні за швидкодією алгоритми.

Оцінки взаємно кореляційних функцій випадкових послідовностей  $x(n)$  і  $h(n)$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , має вигляд

$$R(l) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-l-1} h(m)x(m+l), \quad l = \overline{0, L-1}. \quad (1)$$

Швидкі алгоритми обчислення (1) можна віднести до двох основних груп: «непрямого» алгоритму та алгоритмів секціонування з різними способами вибору секцій, в залежності від значень  $N$  та  $L$ . В роботах [2–4] наведено ряд таких алгоритмів, отримані оцінки їх якості та обгрунтована їх ефективність за точністю та швидкодією. В даній статті продовжуються дослідження, пов'язані з побудовою ефективних за швидкодією алгоритмів обчислення (1) і використовуються представлені в цих роботах результати для побудови «швидких» алгоритмів обчислення (1) у випадку, коли послідовності  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N_1-1}$  та  $h(m)$ ,  $m = \overline{0, N_2-1}$ , різної довжини  $N_1$  та  $N_2$  відповідно, причому  $N_1 \gg N_2$ , тобто, коли одна з них суттєво довша за іншу. В цьому випадку послідовність  $R(l)$ ,  $l = \overline{0, L-1}$ , має довжину  $L = N_1 + N_2$  відліків і оцінка взаємно кореляційної функції має вигляд

$$R(l) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-l-1} h(m)x(m+l), \quad (2)$$

де  $M \geq N_1 + N_2$ ,  $M = 2^\gamma$ ,  $\gamma > 0$  — ціле,  $l = \overline{0, L-1}$ . Нехай  $N_1 \gg N_2$ . Розглянемо ряд ефективних за швидкодією алгоритмів обчислення (2).

**1. «Непрямий» алгоритм.** Цей алгоритм базується на використанні теореми про дискретну згортку двох послідовностей  $h'(n)$  та  $x'(n)$ ,  $n = \overline{0, N_1 + N_2 - 1}$ , які містять по  $(N_1 + N_2)$  відліків, що досягається доповненням кожної з двох послідовностей відповідним числом нульових відліків. Після цього можна знайти  $(N_1 + N_2)$  — точкові дискретні перетворення Фур'є (ДПФ) доповнених послідовностей, перемножити їх та виконати обернене ДПФ (ОДПФ) добутку. В результаті отримуємо шукану оцінку взаємно кореляційної функції  $y(l)$   $l = \overline{0, M-1}$  вигляду (2).

Таким чином, *покроковий опис алгоритму* має вигляд:

*Крок 1.* Формуємо послідовності

$$h'_n = h'(n) = \begin{cases} h(n), & n = \overline{0, N_2-1}, \\ 0, & n = \overline{N_2, M-1}, \end{cases} \quad (3)$$

$$x'_n = x'(n) = \begin{cases} x(n), & n = \overline{0, N_1-1}, \\ 0, & n = \overline{N_1, M-1}, \end{cases} \quad (4)$$

де  $M = N_1 + N_2$ ,  $M = 2^\gamma$ ,  $\gamma > 0$  — ціле.

Додавання нулів в (3) пов'язане з усуненням міжперіодичної інтерференції.

*Крок 2.* Обчислимо ДПФ послідовності  $h'(n)$  та  $x'(n)$ ,  $n = \overline{0, M-1}$ , з використанням алгоритму ШПФ:

$$\widehat{X}'(q) = \sum_{n=0}^{M-1} x'(n)W_M^{-nq}, \quad \widehat{H}'(q) = \sum_{n=0}^{M-1} h'(n)W_M^{-nq}, \quad (5)$$

де  $q = \overline{0, M-1}$ ,  $W_N = e^{-i2\pi/M}$ .

*Крок 3.* Обчислимо добуток

$$\widehat{R}(q) = (\widehat{H}'(q))^* \cdot \widehat{X}'(q), \quad q = \overline{0, M-1}, \quad (6)$$

де  $*$  — означає комплексно спряжену величину.

*Крок 4.* Обчислимо ОДПФ добутку  $\widehat{R}(q)$ ,  $q = \overline{0, M-1}$ , з використанням алгоритму ШПФ та отримаємо шукане значення оцінки взаємно кореляційної функції (2)

$$R(l) = \frac{1}{M} \sum_{q=0}^{M-1} \widehat{R}(q)W_M^{lq}, \quad l = \overline{0, M-1}. \quad (7)$$

**Зауваження.** Для практичних застосувань важливо зауважити, що ДПФ можна виконувати за довільною кількістю відліків  $L$ , яка задовольняє умові  $L \geq N_1 + N_2$ . В цьому випадку на відміну від (3), послідовності  $h(n)$  та  $x(n)$  доповнюються іншою кількістю нульових відліків. Доцільно вибирати  $L$  рівним степеню двійки і не менше за  $N_1 + N_2$ .

В багатьох практичних задачах необхідно обчислювати оцінку взаємно кореляційної функції двох скінченних послідовностей, коли одна з них суттєво довша за іншу (напр.,  $N_1 \gg N_2$ ) і в цьому випадку вибір  $L \geq N_1 + N_2$  та використання непрямого алгоритму не завжди ефективне. По-перше, перед обчисленням  $R(n)$  вигляду (2) треба мати всю довшу послідовність  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N_1-1}$ . По-друге, оскільки обробка починається тільки після прийому всієї послідовності, то результат отримується з великою затримкою. Крім того, при занадто великих  $(N_1 + N_2)$  обчислення ДПФ значно ускладнюється. Від перелічених недоліків вільні алгоритми секціонування обчислення оцінки взаємно кореляційної функції. Вони ґрунтуються на розбитті довгої послідовності  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N_1-1}$ , на невеликі секції та обчисленні часткових оцінок взаємно кореляційних функцій, з яких потім формується шукана оцінка  $R(l)$ ,  $l = \overline{0, M-1}$  [4, 5].

**2. Алгоритми секціонування.** Розглянемо два алгоритми секціонування, які відрізняються способом розбиття довшої послідовності на секції, а також способом формування шуканої вихідної оцінки взаємно кореляційної функції  $R(l)$  вигляду (2) із часткових взаємно кореляційних функцій і ґрунтуються на результатах робіт [4, 5].

**Алгоритм 1.** Основна ідея алгоритму 1 полягає в тому, що з довшої послідовності  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N_1 - 1}$ , формуються короткі суміжні секції, які не перекриваються. Ці секції формуються таким чином, що часткові оцінки кореляційних функцій цих секцій мають певні ділянки перекриття і тому їхні відліки на цих ділянках потрібно додати.

Визначимо довжину секції в  $N = N_2 + N_3$  відліків послідовностей  $h(m)$ ,  $m = \overline{0, N_2 - 1}$  та  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, N_1 - 1}$ , де  $N_3$  — деяке число. В [5] пропонується вибирати його таким чином, щоб  $N_3$  було того ж порядку, що і  $N_2$ . Нехай  $N_3 \geq N_2$ ,  $N = 2^\gamma$ ,  $\gamma > 0$  — ціле.

Наведемо покроковий опис алгоритму 1 обчислення (2).

*Крок 1.* Сформуємо послідовність

$$h'(m) = \begin{cases} h(m), & m = \overline{0, N_2 - 1}, \\ 0, & m = \overline{N_2, N - 1}. \end{cases} \quad (8)$$

*Крок 2.* Обчислимо ДПФ послідовності (8) з використанням алгоритму ШПФ:

$$\hat{H}'(q) = \sum_{m=0}^{N-1} h'(m) W_N^{-qm}, \quad q = \overline{0, N - 1}. \quad (9)$$

*Крок 3.* Розділимо послідовність  $x(n)$ ,  $n = \overline{0, M - 1}$  на суміжні секції довжиною  $N = N_2 + N_3$ . Кожну секцію  $k$ ,  $k = \overline{0, p - 1}$ , сформуємо наступним чином:

$$x_0(n) = \begin{cases} x(n), & n = \overline{0, N_3 - 1}, \\ 0, & n = \overline{N_3, N - 1}. \end{cases} \quad (10)$$

$$x_k(n) = \begin{cases} 0, & n = \overline{0, N_3 - 1}, \\ x(n + (k - 1)N_2), & n = \overline{N_3, N - 1}, \end{cases}$$

де  $k = \overline{1, p - 1}$ ,  $p = \frac{M_1}{N_3}$  — ціле,  $M_1 \geq N_1$  і таке, щоб  $p = \frac{M_1}{N_3}$  було ціле. Якщо  $M_1 \neq N_1$ , то визначимо  $x(n) = 0$  для  $n = \overline{N_1, M_1 - 1}$ .

*Крок 4.* Обчислимо ДПФ послідовностей  $x_k(n)$ ,  $n = \overline{0, N - 1}$  з використанням алгоритму ШПФ:

$$\widehat{X}_k(q) = \sum_{n=0}^{N-1} x_k(n) W_M^{-qn}, \quad q = \overline{0, N-1}. \quad (11)$$

Крок 5. Обчислимо добуток

$$\widehat{R}_k(q) = (\widehat{H}(q))^* \cdot \widehat{X}_k(q), \quad kq = \overline{0, N-1}. \quad (12)$$

Крок 6. Обчислимо ОДПФ сигналу  $\widehat{Y}_k(q)$  і знайдемо значення оцінок часткової взаємно кореляційної функції на  $k$ -ій секції

$$R_k(l) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \widehat{R}_k(q) W_N^{qn}, \quad l = \overline{0, N-1}, \quad k = \overline{0, p-1}. \quad (13)$$

Крок 7. Довжина кожної із часткових оцінок взаємно кореляційних функцій  $R_k(n)$  дорівнює  $N = N_3 + N_2$  відліків, тобто існує ділянка довжиною  $N_2$  відліків, на якій  $k$ -а і  $(k+a)$ -а часткові оцінки взаємно кореляційних функцій перекриваються, тому їх відліки на ділянці треба додати. Отже, із отриманих значень  $R_k(n)$  формуємо послідовність  $R(l)$ :

$$R(l) = r_p(l), \quad l = \overline{0, M_1-1}, \quad (14)$$

де  $r_0(l) = y_0(l)$ ,  $l = \overline{0, N-1}$ ,

$$r_k(l) = \begin{cases} r_{k-1}(l), & l = \overline{0, kN_2 + N_3 - 1}, \\ r_{k-1}(l) + y_k(l - kN_2 - N_3), & l = \overline{kN_2 + N_3, (k+1)N_2 + N_3 - 1}, \end{cases}$$

де  $k = \overline{1, p}$ .

Крок 8. Для отримання кінцевого результату кроки 3–7 повторюємо  $p$  разів, поки не вичерпаються всі  $M$  елементів  $x_n$ ,  $n = \overline{0, M-1}$ .

**Зауваження.** Для спрощення алгоритму 1 доцільно вибрати  $N_3 = N_2$ . В цьому випадку суміжні секції довжиною  $N = 2N_3$  формуються наступним чином

$$x_k(n) = \begin{cases} 0, & n = \overline{0, N_3 - 1}, \\ x(n + (k-1)N_3), & n = \overline{N_3, 2N_3 - 1}, \end{cases} \quad (15)$$

а послідовність  $R(l)$  із отриманих значень  $R_k(l)$  визначається співвідношеннями (14), де

$$r_k(l) = \begin{cases} r_{k-1}(l), & l = \overline{0, (k+1)N_3 - 1}, \\ r_{k-1}(l) + y_k(l - (k+1)N_3), & l = \overline{(k+1)N_3, (k+2)N_3 - 1}, \end{cases} \quad (16)$$

де  $k = \overline{1, p}$ .

**Алгоритм 2.** Основна ідея алгоритму 2, на відміну від алгоритму 1 полягає в тому, що в даному випадку перекриваються вхідні, а не вихідні

секції, а помилкові відліки часткових оцінок кореляційних функцій, пов'язані з усуненням міжперіодної інтерференції, відкидаються. Решта відліків накопичуються і з них формується кінцевий результат.

Наведемо покроковий опис запропонованого алгоритму 2:

*Кроки 1–2* співпадають з кроками 1–2 алгоритму 1.

*Крок 3.* З вхідної послідовності  $x_n$ ,  $n = \overline{0, M-1}$ , формуємо перекриваючі секції довжиною  $N = N_2 + N_3$  таким чином:

$$x_k(n) = x(kN_3 + l), \quad (17)$$

де  $n = \overline{0, N-1}$ ,  $k = \overline{0, p-1}$ ,  $p = \left\lceil \frac{M}{N_3} \right\rceil$ .

Побудовані таким чином секції перекриваються одна з одною на ділянках довжиною  $(N_2 - 1)$  відліків (в нашому випадку  $N_3 = N_2$ ), причому ділянки перекриття знаходяться в кінці секції.

*Кроки 4–6* співпадають з кроками 4–6 алгоритму 1.

*Крок 7.* Останні  $(N_2 - 1)$  відліків кожної із послідовностей  $R_k(l)$ ,  $l = \overline{0, N-1}$ , відкидаємо (вони хибні), а решта приєднуємо до істинних відліків послідовності  $R_{k-1}(l)$  і т. д. В результаті отримаємо шукану оцінку взаємно кореляційної функції  $R(l)$ ,  $l = \overline{0, M-1}$ . Тобто, у обчисленій оцінці  $R_k(l)$  зберігаємо тільки  $N_3$  перших компонент і отримаємо

$$R(kN_3 + l) = R_k(l), \quad l = \overline{0, N_3 - 1}, \quad k = \overline{0, p-1}. \quad (18)$$

*Крок 8.* Кроки 3–7 повторюємо  $(p - 1)$  разів, поки не вичерпаємо всі  $M$  елементів  $x_n$ ,  $n = \overline{0, M-1}$ .

В роботах [2, 4] наведені оцінки евклідової норми похибки заокруглення обчислення  $R(l)$ ,  $l = \overline{0, M-1}$ , «непрямим» алгоритмом та алгоритмами секціонування. Ці оцінки можуть бути використані для отримання відповідних оцінок похибок заокруглення представлених в статті «швидких» алгоритмів обчислення оцінок взаємно кореляційних функцій з урахуванням особливостей задання інформаційного оператора  $\varphi = \varphi(N_1, N_2, L)$ , параметрів алгоритмів (наприклад, значень  $M$ ,  $N_3$ ) та запропонованих способів формування коротких секцій та обчислення  $R(l)$ ,  $l = \overline{0, M-1}$  з часткових оцінок  $R_k(l)$ ,  $k = \overline{0, p-1}$ . Отже, мають місце теореми [4]. Наведемо їх без доведення

**Теорема 1<sup>1</sup>.** Оцінка евклідової норми похибки заокруглення обчислення  $R(l)$ ,  $l = \overline{0, M-1}$  «непрямим» алгоритмом з використан-

<sup>1</sup> Для теорем 1, 2 виконується умова  $N \cdot 2^{-\tau} < 0,1$

ням ШПФ при  $M = 2^\gamma$ ,  $\gamma > 0$  — ціле для режиму з плаваючою комою з  $\tau$  розрядами в мантісі числа має вигляд

$$\|\Delta_{заокр}\|_E = \|f(R) - R\|_E < 8 \cdot 1,06 \cdot \sqrt{M} \cdot \gamma \cdot 2^{-\tau} \cdot \|x\|_E \cdot \|h\|_E, \quad (19)$$

де  $f(*)$  — означає результат обчислення виразу, розміщеного в дужках, на ПК,  $\|\cdot\|_E$  — евклідову норму,  $M = 2^\gamma$ ,  $\gamma > 0$  — ціле.

**Теорема 2.** Для похибки заокруглення запропонованих алгоритмів секціонування 1 та 2 обчислення  $R(l)$ ,  $l = 0, M-1$  з використанням ШПФ для режиму з плаваючою комою з  $\tau$  розрядами в мантісі числа, з точністю до величини другого порядку малості відносно  $2^{-\tau}$  справедлива оцінка [2, 6]

$$\|\Delta_{заокр}\|_E < 1,06 \cdot \left( 8 \cdot \sqrt{N} \cdot \max_k \|\hat{X}_k\|_E \cdot \|\hat{H}_k\|_E + \left[ \frac{M}{N} \right] \right) \cdot \|R\|_I \cdot 2^{-\tau}, \quad (20)$$

де  $\|R\|_I = \max_j \sum_{k=0}^{[M/N]} |R_k(j)|$ ,  $N = N_1 + N_2 = 2^{\gamma_1}$ ,  $\gamma_1 > 0$  — ціле.

Розглянемо питання про обсяг обчислювальних витрат, необхідних для чисельної реалізації запропонованих алгоритмів. Справедлива теорема.

**Теорема 3.** Загальний обсяг обчислювальних витрат, необхідний для реалізації запропонованих алгоритмів обчислення  $R(l)$ ,  $l = 0, M-1$ , як функцію довжини секції  $S$ , можна оцінити виразом

$$Q(S) = (1 + 2p)(3\tau_1 + 2\tau_2)S \log_2 S + 2pS(\tau_1 + 2\tau_2) + t(p, S), \quad (21)$$

де  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  — час виконання на ПК операції додавання та множення відповідно,

$$S = \begin{cases} M, & \text{для непрямого алгоритму,} \\ N, & \text{для алгоритмів секціонування,} \end{cases} \quad (22)$$

$$p = \begin{cases} 1, & \text{для непрямого алгоритму,} \\ \left[ \frac{M}{N} \right], & \text{для алгоритмів секціонування,} \end{cases} \quad (23)$$

$$t_{p,s} = \begin{cases} 0, & \text{для непрямого алгоритму,} \\ N_3 \tau_1, & \text{для алгоритму 1,} \\ 0, & \text{для алгоритму 2.} \end{cases} \quad (24)$$

**Доведення.** Відомо [2], що число дійсних операцій множення для обчислення ДПФ  $S$  компонентних значень за допомогою ШПФ дорів-

ное  $2S \log_2 S$ , а число дійсних додавань дорівнює  $3S \log_2 S$ . Таким чином загальна кількість арифметичних операцій при обчисленні ДПФ дорівнює  $(3\tau_1 + 2\tau_2)S \log_2 S$ . ШПФ в запропонованих алгоритмах застосовується при реалізації кроків 2, 4 та 6, тобто  $(2p + 1)$  разів, отже

$$t_1(s, p) = (1 + 2p)(3\tau_1 + 2\tau_2)S \log_2 S. \quad (25)$$

Далі для реалізації кроку 5 в наведених алгоритмах необхідно виконати

$$t_2(p, s) = 2ps(2\tau_1 + 4\tau_2) \quad (26)$$

арифметичних операцій.

Позначимо  $t(p, s)$  — кількість арифметичних операцій, які реалізуються на кроці 6, розглянутих алгоритмів. Очевидно, що  $t(p, s)$  визначається співвідношенням (24).

Підсумовуючи співвідношення (24)–(26), отримуємо оцінку (21), як суму кількості обчислювальних витрат, необхідних для чисельної реалізації кожного кроку алгоритмів.

Теорема 3 доведена.

**Висновки.** Робота присвячена розробці ефективних за швидкістю алгоритмів обчислення оцінок взаємно кореляційних функцій: «непрямого» та двох алгоритмів секціонування, кожний з яких має свою область ефективного застосування, в залежності від постановки задачі та особливостей задання сіткового інформаційного оператора та наведено їх покроковий опис. Наведені оцінки евклідової норми похибки заокруглення представлених «швидких» алгоритмів обчислення оцінок взаємно кореляційних функцій з урахуванням особливостей задання.

### Список використаних джерел:

1. Cooley J. W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier Series / J. W. Cooley, J. W. Tukey // Math. Comput. — 1965. — Apr. — P. 257–301.
2. Задирака В. К. Теория вычисления преобразования Фурье / В. К. Задирака. — К. : Наук. думка, 1983. — 216 с.
3. Задирака В. К. Цифровая обработка сигналов / В. К. Задирака, С. С. Мельникова. — К. : Наук. думка, 1993. — 294 с.
4. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування / І. В. Сергієнко, В. К. Задирака, О. М. Литвин, С. С. Мельникова, О. П. Нечуйвітер. — К. : Наук. думка, 2011. — Т. 1. Алгоритми. — 447 с.; Т. 2. Застосування. — 346 с.
5. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. — М. : Мир, 1978. — 848 с.
6. Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных чисел / Дж. Х. Уилкинсон. — М. : Наука, 1970. — 564 с.



The effective by fast-acting algorithms for calculating the estimations of cross-correlation functions of sequences of different length and spectral density of stationary ergodic random processes are developed, and the analysis of their quality is performed; estimates of their basic characteristics are obtained.

**Key words:** *estimation of cross-correlation function, the «indirect» algorithm, sectioning algorithms, evaluation of Euclidean norm, rounding error.*

Отримано: 25.04.2016

УДК 519.61/.64:627.05

**Н. В. Медвідь**, аспірант

Національний університет водного господарства  
та природокористування, м. Рівне

### **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ КОНТАКТНОЇ ЗОСЕРЕДЖЕНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ВЗДОВЖ ВОДОВОДУ НА ПОЛОЖЕННЯ ДЕПРЕСІЙНОЇ ПОВЕРХНІ В ГРУНТОВІЙ ГРЕБЛІ**

Побудовано математичну модель фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі при наявності зони контактної розмиву вздовж водоводу. Сформульована слабка постановка крайової задачі та знайдено її чисельний розв'язок методом скінченних елементів. Досліджено вплив контактної зосередженої фільтрації вздовж водоводу в греблі на положення депресійної поверхні.

**Ключові слова:** *фільтраційна консолідація, ґрунтова гребля, депресійна поверхня, метод скінченних елементів, FreeFem++.*

**Вступ.** Для пропуску води із верхнього б'єфу в нижній в ґрунтових греблях широко використовують водоводи, наявність яких може бути причиною аварій і пошкоджень. Водовід в тілі греблі має суттєвий вплив на характер фільтрації в навалотрубній зоні. Зокрема, можуть розвинути небезпечні фільтраційні деформації, викликані контактною зосередженою фільтрацією вздовж водоводу з розмивом ґрунтів, підйомом депресійної поверхні [1]. Навіть при справній роботі водоводу може відбуватися суфозійний розмив ґрунту в навалотрубній зоні тіла греблі контактною зосередженою фільтрацією [10]. Тому, дослідженню впливу водоводу на процеси фільтрації в тілі ґрунтової греблі слід приділяти серйозну увагу. Це актуально на етапі проектування з метою здійснення прогнозних розрахунків для недопущення критичних та аварійних ситуацій в процесі експлуатації гідротехнічної споруди.