

63. Francisca F. M. Long term hydraulic conductivity of compacted soils permeated with landfill leachate / F. M. Francisca, D. A. Glatstein // Applied Clay Science. — 2010. — Vol. 49. — P. 187–193.
64. Buhmann M. D. Radial Basis Functions: Theory and Implementations / M. D. Buhmann. — Cambridge : Cambridge University Press, 2004. — 260 p.
65. Wendland H. Scattered Data Approximation / H. Wendland. — Cambridge : Cambridge University Press, 2005. — 336 p.

A methodology of analytical derivation of filtration equation for fluid equation in heterogeneous porous media taking into account finite number of the influence factors has been proposed. The methodology consists in the record of the continuity equations of liquid and solid phases of the porous medium with using a material derivative with time. For example, heat and mass transfer, chemical and mechanical suffusion have been chosen as impact factors. A survey of experimental and theoretical dependences of the densities of the soil phases and hydraulic conductivity of the soil upon these factors has been performed. The review phase dependences of parameters of soil (density, hydraulic conductivity) has been made. The mathematical model has been formed and areas for further research has been identified.

Key words: *filtration, material derivative, heat and mass transfer, suffusion.*

Отримано: 21.07.2016

УДК 691.327, 678;532.135

Я. Г. Двойнос*, канд. техн. наук,

В. Ф. Олексієвць*, магістрант,

В. М. Саєць**, головний інженер

*Національний технічний університет України

«КПІ імені Ігоря Сікорського», м. Київ,

** ТОВ «Перший трубний завод», м. Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ТЕЧІЇ РОЗПЛАВУ У ТРУБНИХ ГОЛОВКАХ ГВИНТОВОГО ТИПУ

Моделювання процесів у формуючому інструменті екструзійних машин дозволяє виконати необхідні розрахунки для початку конструкторської проробки проекту, що має практичне значення та наукову цінність в плані створення нових методик розрахунку екструзійного інструменту.

Ключові слова: *труба, поліетилен, математична модель, формуючий інструмент.*

Вступ. Більшість головок, які використовуються для екструзії труб з полімерних матеріалів є прямоточні (кошиковий тип), тобто розплав з екструдера потрапляє в головку, де розділяється на декілька

потоків, що огинають дорнотримач, після чого потоки змикаються в кільцевій канал і виходять з головки у вигляді трубної заготовки розплаву. Нова конструкція формуючої трубної головки наведена на рис. 2 [2], вона передбачає рух полімеру вздовж гвинтового каналу, при цьому «перепалений» полімер, що утворюється в безпосередній близькості до стінок каналів, внаслідок тривалого термічного впливу (швидкість потоку розплаву біля стінок низька) розподіляється у стінці заготовки труби по спіралі, що запобігає локальному ослабленню труби, і позитивно впливає на результати випробувань на стійкість під дією внутрішнього гідростатичного тиску.

Конструкція трубних головок з гвинтовим розподілом є сучасною, однією з переваг головок даного типу є не шорстка, плавна форма внутрішньої поверхні, що неможливо для прямої конструкції.

Постановка задачі. Практична доцільність використання головки даного типу обмежується загальним гідравлічним опором, — він не має перевищувати 10,0 МПа для поліетилену низького тиску марки 273-83 [1] за температури 180°C. Також, конструкція головки має забезпечити рівномірність товщини стінки труби по периметру, що забезпечить мінімальні витрати полімеру. Важливою характеристикою формуючого інструменту для його використання є його ціна, яка напряду залежить від габаритів устаткування.

Врахувавши зазначені вище умови сформульовано задачу дослідження: створення фізичної та математичної моделі течії розплаву поліетилену у гвинтових каналах дорнотримача для математичного обґрунтування алгоритму та програми методики перевірконого розрахунку формуючої головки для екструзії труб з полімерних матеріалів гвинтового типу з можливістю визначення гідравлічного опору та різновшчинності труби.

Виклад основного матеріалу. Вхідними даними для моделювання є:

1. Продуктивність трубної лінії — G кг./год.
2. Реологічні властивості розплаву у вигляді залежності $\tau = K\dot{\gamma}^n$, де K — коефіцієнт консистентності, n — показник ступеня нен'ютонівської поведінки
3. Геометричні розміри каналів головки діаметр дорнотримача — D , м; шаг — S_0 , м, кількість ходів — n , глибина та довжина гвинтової нарізки — $H(l)$, L , м, рис. 2, 3.

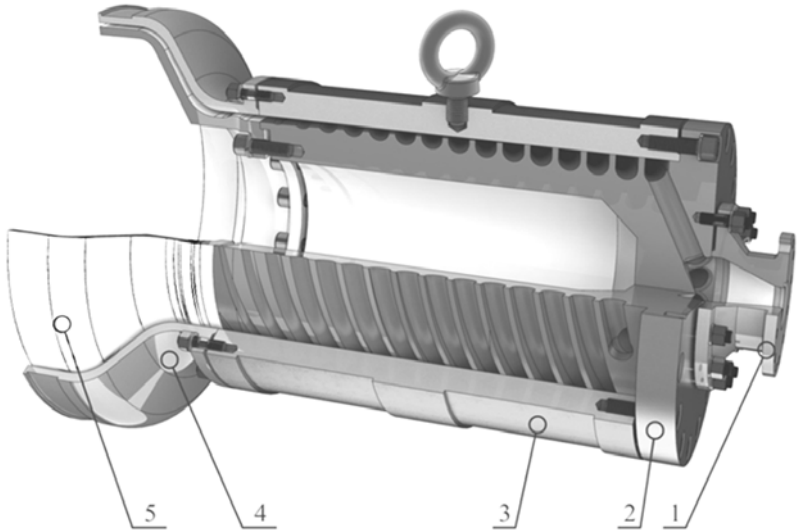
Нерівномірність товщини стінки труби, що екструдується, рис. 2 можна записати у вигляді:

$$\frac{\max(\overline{W}_{zc}(\varphi_c)) - \min(\overline{W}_{zc}(\varphi_c))}{\overline{W}_{zc}(\varphi_c)} \leq A, \quad (1)$$

де $\max(\overline{W}_{zc}(\varphi_c))$ та $\min(\overline{W}_{zc}(\varphi_c))$ — максимальна та мінімальна середні по товщині зазору швидкості розплаву на виході з гвинтової частини головки, м/с; $\overline{W}_{zc}(\varphi_c)$ — середня по товщині зазору та периметру швидкість розплаву на виході з гвинтової частини головки, м/с.

Модель що створюється після розв'язання має надати рішення у вигляді $\overline{W}_{zc}(\varphi_c)$, що з (1) дозволить визначити нерівномірність товщини стінки труби що екструдується.

Відома [2] модель течії розплаву полімеру у гвинтових каналах визначає зв'язок між об'ємною продуктивність розплаву вздовж каналів, викликаний градієнтом тиску вздовж каналів та об'ємною продуктивність розплаву у кільцевому зазорі між гребенем каналу та корпусом головки при перетіканні розплаву між каналами і викликаний градієнтом тиску у напрямку, нормальному до осі каналу. Модель доповнена рівняннями нерозривності в інтегральному вигляді, а саме: об'ємна витрата розплаву що рухається вздовж каналу змінюється вздовж каналу на об'ємну витрату розплаву що надходить з попередніх каналів, мінус об'ємна витрата розплаву, що рухається у наступні канали. Також зроблено припущення нестискаємості розплаву.



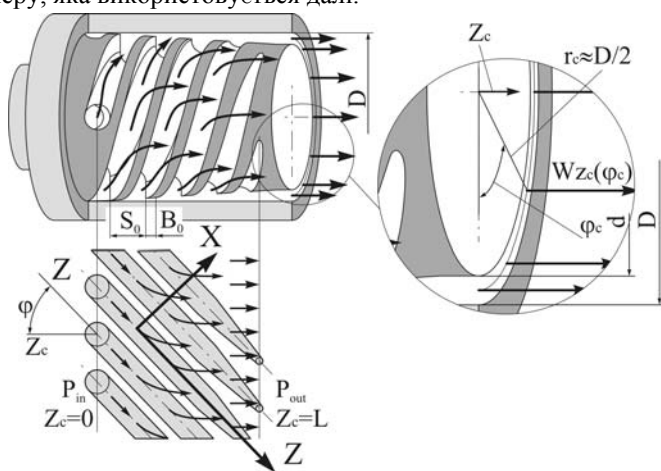
1 — перехід до екструдера; 2 — дорнотримач з гвинтовими каналами;
3 — корпус головки; 4 — матриця; 5 — дорн

Рис. 1. Конструкція трубної головки з гвинтовим розподілом розплаву

Недоліком такої моделі є припущення н'ютонівської поведінки розплаву, що спрощує розрахунки, але не враховує енергії на перебудову епюри швидкості розплаву при повороті вектору швидкості потоку, що викликає додатковий опір [3, 4].

Запропонована модель дозволяє врахувати гідравлічний опір при зміні напрямку течії розплаву шляхом внесення поправки у загальний гідравлічний опір при течії у кільцевому каналі між каналами, поправка визначається експериментальним шляхом.

З метою спрощення моделі гвинтовий канал умовно розгортається. На рис. 2, 3 наведено плоско-паралельну модель течії розплаву полімеру, яка використовується далі.



D — діаметр корпусу головки, м; S — шаг гвинтової нарізки, м; n — кількість ходів гвинтової нарізки, шт.; B — ширина гребня витка гвинтової нарізки, м; $H(z_c)$ — глибина гвинтової нарізки, м; $\delta(z_c)$ — зазор між гребнем гвинтової нарізки та корпусом головки, м; L — довжина гвинтової нарізки дорнотримача, м.

Рис. 2. Плоско-паралельна модель течії розплаву у каналах трубної головки з гвинтовим розподілом

Умова гідравлічного опору гвинтової частини головки, Па:

$$(P_{out} - P_{in}) \leq 10^7,$$

де P_{out} , P_{in} — гідростатичний тиск розплаву на виході та вході гвинтової частини головки, Па.

Враховуючи технологію виготовлення дорнотримача[5] функції $H(z_c)$ та $\delta(z_c)$ є лінійними, та визначаються, м:

$$H(z_c) = H_0 - \frac{H_0 z_c}{L}; z_c \in [0..L],$$

$$\delta(z_c) = \delta(L) \left(\frac{z_c}{L} \right),$$

$$z = z_c \cos(\varphi),$$

де H_0 — глибина нарізки на початку нарізки, м; $\delta(L)$ — зазор між дорнотримачем та корпусом по краю дорнотримача; φ — кут між віссю головки та дотичною до спрямовуючої гвинтової нарізки (рис. 2), рад:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\pi D}{S_n} \right).$$

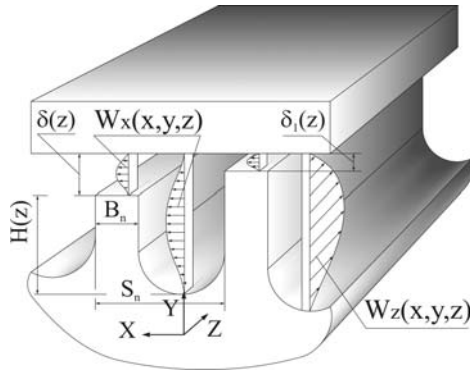


Рис. 3. Граничні умови плоско-паралельної моделі течії розплаву у каналах гвинтової частини дорнотримача трубної головки

Ширина гребня гвинтової нарізки визначається, м:

$$B_0 = \min \left\{ \frac{S}{3}, \frac{S}{5} \right\}.$$

Глибина гвинтової нарізки на вході, м:

$$H_0 = 2(S_0 - B_0).$$

Вводимо припущення: при моделюванні течії розплаву у поодинокому каналі, рис. 4, потік розплаву у зазорі між гребенем гвинтової нарізки та циліндром потрапляє не в наступний канал, а повертається у той самий через відстань одного витка. Таке припущення витікає з симетричності геометричних розмірів багатоходової гвинтової нарізки головки:

Також вводяться припущення нехтування потоком розплаву по координаті висоти каналу, оскільки він мало впливає на потік вздовж координат X, Y , та умовою непросковзування розплаву по стінках каналу.

Вхідними параметрами моделі стають геометричні розміри: $L, S, n, H_0, \delta(L), D$ продуктивність G , результатом розв'язання моделі $\overline{W_{zc}}(\varphi_c)$ та нерівномірність товщини стінки (1).

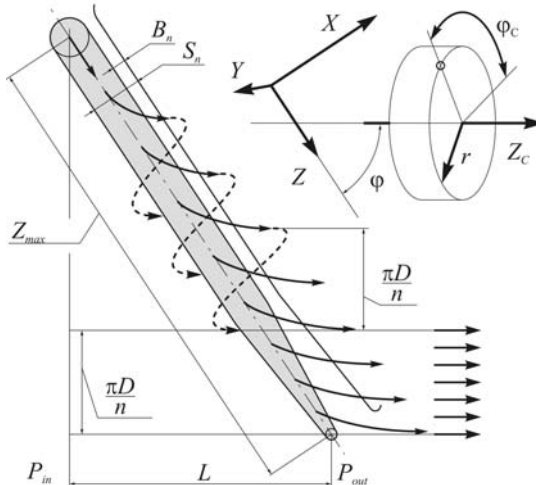


Рис. 4. Припущення при переході до поодинокого каналу плоско-паралельної моделі

Зв'язок між розмірами дорнотримача та плоско-паралельної моделі:

$$S_n = S \sin(\varphi); B_{n0} = B_0 \sin(\varphi).$$

Реологічні властивості розплаву поліетилену марки 273-83 викладено у [3]:

$$\tau = K \gamma^n = 8930 \gamma^{0,45}. \quad (2)$$

Рівняння збереження імпульсу (рис. 3) після введених припущень відсутності руху по висоті каналу (вісь Y рис. 3), нехтування силами тяжіння та інерції у потоці розплаву, нестискаємості розплаву перетвориться у рівняння рівноваги внутрішніх та зовнішніх сил у потоці розплаву поліетилену:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{dx} = \frac{d\tau_{xy}}{dy}; \\ \frac{\partial P}{dz} = \frac{d\tau_{zy}}{dy}. \end{cases} \quad (3)$$

Функція градієнту тиску вздовж каналу нарізки $f_1(z) = \frac{\partial P}{dz}$ є безперервною, тому градієнт тиску у розплаві між каналами (вектор нормальний до вісі каналу) визначиться:

$$f_2(z) = \frac{\partial P}{dx} = \left[\frac{1}{\frac{\pi D}{n} \cos(\varphi)} \right]_{z=z-\frac{\pi D}{n \sin(\varphi)}}^{z=z} \frac{\partial P}{dz} dz.$$

Розв'язання (3) у граничних умовах рис. 3 для течії розплаву у каналах та кільцевому каналі між каналами [5] має вигляд:

$$f_1(z) = \frac{12\eta(z)Q_z dz}{[H(z) + \delta(z)](S_n - B_n)^3} \cdot \frac{1}{f_p},$$

де f_p — коефіцієнт форми каналу:

$$\begin{cases} B \geq H & f_p = 0,2138 \left(\frac{S_n - B_n}{H(z) + \delta(z)} \right)^2 - 1,0302 \left(\frac{S_n - B_n}{H(z) + \delta(z)} \right) + 1,0073; \\ B < H & f_p = -0,3681 \left(\frac{H(z) + \delta(z)}{S_n - B_n} \right)^2 + 0,3375 \left(\frac{H(z) + \delta(z)}{S_n - B_n} \right) + 0,2307. \end{cases}$$

$$f_2(z) = \frac{12 \cdot \eta(z) \cdot Q_x(z) \cdot dx}{dz \cdot (\delta(z))^3}.$$

Ефективну в'язкість розплаву поліетилену з (2) за [5] з достатньою достовірністю можна визначити, Па·с:

$$\eta(z) = K \gamma(z)^{(n-1)} \approx \left| \gamma(z) \approx \frac{3Q_z(z)}{2S_n H(z)} \frac{2}{H(z)} \right| \approx K \left(\frac{3Q_z(z)}{S_n (H(z))^2} \right)^{-0,55},$$

де $Q_0 = \frac{G}{3600\rho \cdot n}$ — об'ємна витрата розплаву через один канал, м³/с;

Q_z — об'ємна витрата розплаву вздовж каналу, м³/с; G — продуктивність екструдера, кг/год.; $\rho = 870 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ — густина розплаву.

З припущення нестискаємості розплаву та відсутності течії по висоті каналу рівняння збереження:

$$\frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = 0.$$

Після інтегрування по макрооб'єму, рис. 5:

$$\int_{z=z}^{z=z+dz} \frac{\partial W_z}{\partial z} \partial V = - \int_{z=z}^{z=z+dz} \frac{\partial W_x}{\partial x} \partial V;$$

$$\frac{dQ_z}{dz} = - \frac{dQ_x}{dz} = - \frac{\left[Q_x(z) - Q_x\left(z - \frac{\pi D}{n \sin(\varphi)}\right) \right]}{dz}; \quad (4)$$

$$Q_z(z + dz) = Q_z(z) - \left[Q_x(z) - Q_x\left(z - \frac{\pi D}{n \sin(\varphi)}\right) \right],$$

де Q_z — витрата розплаву вздовж каналу, м³/с; Q_x — витрата розплаву впоперек каналу, м³/с.

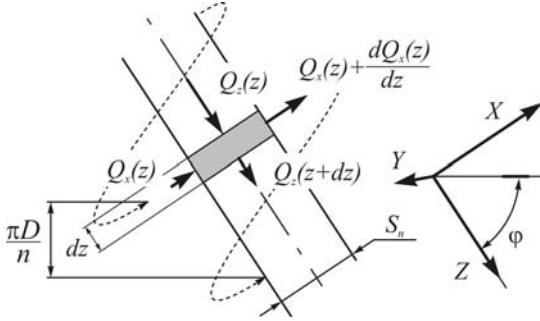


Рис. 5. Витрати розплаву у макрооб'ємі каналу

В інтегральному вигляді витрати розплаву у макрооб'ємі каналу на відстані z з (4):

$$n[Q_z(z) \cos(\varphi) + Q_x(z) \sin(\varphi)] = \text{const} = Q_0.$$

При початковій умові — на початку гвинтової нарізки зазор між гребнями нарізки та корпусом малий, і течія у радіальному зазорі відсутня:

$$Q_z(z = 0) = Q_0.$$

Система рівнянь збереження імпульсу руху та нерозривності у прийнятих припущеннях:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_z(z + dz) = Q_z(z) - \left[Q_x(z) - Q_x\left(z - \frac{\pi D}{n \sin(\varphi)}\right) \right]; \\ \eta(z) = K \left(\frac{3Q_z(z)}{S_n (H(z))^2} \right)^{-0,55}; \\ f_1(z) = \frac{12\eta(z)Q_z(z)dz}{[H(z) + \delta(z)](S_n - B_n)^3} \cdot \frac{1}{f_p}; \\ f_2(z) = \left[\frac{1}{\frac{\pi D}{n} \cos(\varphi)} \right]_{z=z-\frac{\pi D}{n \sin(\varphi)}}^{z=z} f_1(z)dz; \\ Q_x^1(z) = \frac{f_2(z)dz (\delta(z))^3}{12\eta(z)dx}; \\ Q_x^2(z) = \frac{Q_0}{n} - \frac{Q_z(z) \cos(\varphi)}{\sin(\varphi)}; \\ Q_x(z) = \frac{Q_x^1(z) + Q_x^2(z)}{2}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Тиск вздовж каналу монотонно спадає з 10^7 Па до атмосферного 10^5 Па:

$$10^7 + \int_{z=0}^{z=L/\cos(\varphi)} f_1(z) dz = 10^5 ;$$

Лінійна система (5) розв'язується методом кінцевих різниць, в результаті чого отримуються функції $Q_x(z)$ $Q_z(z)$ у вигляді таблиці з шагом

по z , які дозволяють на дільниці $z = \left\{ \frac{L}{\cos(\varphi)} - \frac{\pi D}{n \cdot \sin(\varphi)}, \frac{L}{\cos(\varphi)} \right\}$ (вихід

гвинтової нарізки) визначити середню швидкість потоку розплаву вздовж осі дорнотримача:

$$\overline{W}_{zc}(z) = \frac{Q_z(z)}{(D-d)/2} \cos(\varphi) + \frac{Q_x(z)}{(D-d)/2} \sin(\varphi),$$

та перевірити умову нерівномірності потоку на виході з дорнотримача (1):

$$\overline{W}_{zc}(\varphi_c) = \overline{W}_{zc}\left(\frac{\varphi_c D}{n \sin(\varphi)}\right); \varphi_c \in [0; \pi].$$

Висновки. Прийняті припущення обґрунтовані, система рівнянь (5) є замкнутою і може бути використана для створення алгоритму та програми розрахунку різнотовщинності труби, що екструдується шляхом розв'язання по об'ємній витраті $Q_z(z)$ розплаву вздовж осі головки на інтервалі довжини головки, який відповідає виходу з гвинтової нарізки $z = \left\{ \frac{L}{\cos(\varphi)} - \frac{\pi D}{n \cdot \sin(\varphi)}, \frac{L}{\cos(\varphi)} \right\}$. Планується викорис-

тати модель для створення методики перевірного розрахунку нового формуючого інструменту для виробництва труб гофрованих душарових великого діаметру. Зменшення нерівномірності товщини стінки труби дозволить економити поліетилен, оскільки нормативна база регламентує нижню границю допуску товщини труби.

Список використаних джерел:

1. ГОСТ 16338-85. Полиэтилен низкого давления. — Введ. 1987-01-01. — М. : Изд-во стандартов, 1995. — 54 с.
2. Fisher P. Troisdorf «Werkzeuge für Mehrschichtrone» KU Kunststoffeplasteurop. 8/2001 Vol.91. Kontakt: mail@eta-kunststofftechnologie.de.
3. Сравнительное исследование реологических свойств расплавов моно- и бимодального полиэтилена в режиме сдвига и растяжения / В. Н. Кулезнев [та інші] // Пласт.массы. — 2013. №1. — с. 3-6.
4. Чанг Дей Хан. Реология в процессах переработки полимеров / Чанг Дей Хан ; пер. с англ. под ред. Г. В. Виноградова, М. Л. Фридмана. — М. : Химия, 1979. — 368 с.

5. Микаэли В. Экструзионные головки для пластмасс и резины: Конструкции и технические расчеты / В. Микаэли ; пер. с англ. под. ред. В. П. Володина. — СПб. : Профессия, 2007. — 472 с.

The modelling process in forming the extrusion tool allows machines to perform the necessary calculations to start elaboration of design project that has practical value and scientific value in terms of new methods of calculation extrusion tool.

Key words: *pipe, polyethylene, mathematical model, the forming tool.*

Отримано: 05.08.2016

УДК 004.942+681.62

Я. Ю. Коляно*, канд. фіз.-мат. наук,

Т. С. Сасс*, канд. техн. наук,

Є. Г. Іваник**, канд. фіз.-мат. наук,

О. В. Сікора***, канд. техн. наук,

М. В. Дорошенко***, канд. фіз.-мат. наук

*Українська Академія друкарства, м. Львів,

**Національна академія сухопутних військ
імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів,

***Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка, м. Дрогобич

МАТЕМАТИЧНА ТА СТРУКТУРНА МОДЕЛІ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ УДОСКОНАЛЕННЯ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ ПОЛІГРАФІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ

Розроблено структурну модель інформаційних технологій сушіння поліграфічних матеріалів, яка базується на математичному моделюванні процесів тепломасоперенесення у капілярно-пористих колоїдних тілах. Отримані результати аналізу розв'язку нестационарної задачі термовологопровідності для пластинчатих поліграфічних систем придатні для оптимізації режимів сушіння з подальшим використанням у вирішенні питань енергозбереження та забезпечення необхідної якості поліграфічної продукції (картон, папір, поліуретан).

Ключові слова: *конвективне сушіння, кондуктивне сушіння, математична модель, нестационарна задача термовологопровідності, поліграфічні системи, інтегральне перетворення Лапласа, термодинамічні параметри, інформаційні технології.*

Вступ. Процес сушіння — складний теплофізичний і технологічний процес. Основою теорії сушіння є закономірності переносу тепла і вологи у вологих матеріалах при взаємодії їх з нагрітими газами (конвективне сушіння), з гарячими поверхнями (контактне сушіння),